F 979

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÂNE
INSTITUTUL DE FIZICĂ

Institutul de Fizică
BUCUREȘTI
AKADEMIE - INSTITUT
AKADEMIA - WYDZIAŁ
TAUSCH - CMENA

STUDII ȘI CERCETĂRI DE FIZICĂ

1-2

ANUL IV

IANUARIE—IUNIE 1953

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÂNE

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÂNE
INSTITUTUL DE FIZICĂ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ

1-2

ANUL IV

IANUARIE—IUNIE 1953

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÂNE

F
979

COMITETUL DE REDACȚIE

HORIA HULUBEI; GH. ATANASIU, Membru corespondent al Academiei R.P.R.; AUREL POTOP; TUDOR TĂNĂSESCU — Redactor responsabil

Budapesti Műszaki Egyetem
Központi Könyvtára
Folyóirattár
2829

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM
KÖZPONTI KÖNYVTÁRA
1848

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÂNE
INSTITUTUL DE FIZICĂ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ

Tomul IV, Nr. 1—2 Ianuarie—Iunie 1953

SUMAR

	Pag.
ŞERBAN ŢIŢEICA, Principiul al treilea al termodinamicii şi mecanica statistică	7
ALEXANDRU GRIGORIU, Contribuţii la termometria gazelor în câmp cinetic şi radiativ. I. Exprimarea ecuaţiei generale în funcţie de « factorii de inerţie » cinetică şi radiativă	15
DUMITRU D. PROCOPIU, O regulă privind variaţia razelor atomice şi ionice şi a tensiunilor de ionizare	27
TUDOR TĂNĂSESCU, Asupra măsurării mărimilor fizice având aceleaşi dimensiuni	69
N. VASILESCU KARPEN, Pila electrică cu clorură de argint	75
L. FIHMAN, Pila cu clorură de argint	89
HORIA HULUBEI şi N. MARTALOGU, Unele îmbunătăţiri în tehnica spectrografiei razelor Röntgen caracteristice	103
NOTE	109
ACTUALITĂŢI ŞI DISCUŢII ÎN FIZICĂ	119
ACTIVITATEA INSTITUTULUI DE FIZICĂ	155
RECENZII	157

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÂNE

ACADEMIE DE LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE
INSTITUT DE PHYSIQUE

ÉTUDES ET RECHERCHES DE PHYSIQUE

Tome IV, Nos 1—2 Janvier—Juin 1953

SOMMAIRE

Page

ŞERBAN ŢIŢEICA, Le troisième principe de la thermodynamique et la mécanique statistique .....

ALEXANDRU GRIGORIU, Contributions à la thermométrie des gaz en cinétique et radiatif. I. L'expression de l'équation générale en fonction des « facteurs d'inertie » cinétique et radiative 15

DUMITRU D. PROCOPIU, Une règle concernant la variation des rayons atomiques et ioniques et celle des tensions d'ionisation 27

TUDOR TĂNĂSESCU, Sur la mesure des grandeurs physiques ayant les mêmes dimensions 69

N. VASILESCU KARPEN, La pile électrique au chlorure d'argent..... 75

L. FIHMAN, La pile au chlorure d'argent 89

HORIA HULUBEI et N. MARTALOGU, Certaines améliorations de la technique de la spectrographie des rayons Röntgen caractéristiques..... 103

NOTES 109

ACTUALITÉS et DISCUSSIONS DE PHYSIQUE 119

L'ACTIVITÉ DE L'INSTITUT DE PHYSIQUE 155

COMPTES RENDUS 157

ÉDITIONS DE L'ACADÉMIE DE LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE

АКАДЕМИЯ РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ

ТРУДЫ И ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ФИЗИКЕ

Том IV, № 1—2 Январь—июнь 1953

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Ш. ЦИЦЕЙКА, Третье начало термодинамики и статистическая механика 7

А. ГРИГОРИУ, К термометрии газов в кинетическом и радиационном поле. I. Выражение общего уравнения в зависимости от факторов кинетической и радиационной инерции 15

Д. ПРОКОПИУ, Правило изменения атомных и ионных лучей, а также ионизационных потенциалов в зависимости от главного квантового числа, порядкового номера Z и элементарной длины . . 27

Т. ТЭНЭСЕСКУ, Об измерении физических величин, обладающих одинаковыми размерностями 69

Н. ВАСИЛЕСКУ-КАРПЕН, Элемент с хлористым серебром 75

Л. ФИХМАН, Элемент с хлористым серебром 89

Х. ХУЛУБЕЙ и Н. МАРТАЛОГУ, Некоторые усовершенствования в технике спектрографии характерных рентгеновских лучей 103

ЗАМЕТКИ 109

ДИСКУССИИ И ОБСУЖДЕНИЯ 119

В ИНСТИТУТЕ ФИЗИКИ 155

РЕЦЕНЗИИ 157

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul IV, Nr. 1—2, 1953

PRINCIPIUL AL TREILEA AL TERMODINAMICII ŞI MECANICA STATISTICĂ

DE

ŞERBAN ŢIŢEICA

1. Teoria cuantelor a luat naştere din imposibilitatea de a obţine, prin aplicarea principiilor mecanicii statistice clasice, o lege conformă cu experienţa pentru distribuţia spectrală a energiei radiate de un corp negru. Se ştie că mecanica statistică clasică conduce, în mod obligatoriu, la legea lui Rayleigh-Jeans; aceasta însă nu coincide cu legea empirică decât la limita temperaturilor înalte şi frecvenţelor joase; în schimb, ea conduce la aşa numita « catastrofă ultravioletă », prevăzând o acumulare infinită a energiei radiante în domeniul spectral al frecvenţelor înalte, ceea ce constitue o flagrantă contrazicere cu experienţa.

Prin introducerea teoriei cuantelor, catastrofa ultravioletă este evitată, şi legea de distribuţie spectrală a energiei, dedusă din această teorie, este în foarte bună concordanţă cu datele experimentale în toate domeniile spectrale şi pentru toate temperaturile accesibile. Deşi această concordanţă constitue un argument puternic în favoarea teoriei cuantelor, totuşi unii fizicieni nu au acceptat imediat ipotezele de bază ale ei, care se deosebesc atât de radical de principiile fizicii clasice, ci şi-au pus întrebarea: dacă teoria cuantelor este *suficientă* pentru a înlătura catastrofa ultravioletă, este ea oare şi *necesară* pentru atingerea acestui rezultat? In ultima sa lucrare, H. Poincaré [1] a dat un răspuns pozitiv acestei întrebări. El a arătat că orice statistică, bazată pe o distribuţie continuă a energiei, duce în mod obligatoriu la catastrofa ultravioletă. P. Ehrenfest [2] a arătat de asemenea că raţionamentul lui Planck poate fi inversat: dacă se acceptă rezultatul teoriei cuantelor ca o dată experimentală, atunci ipoteza schimbului discontinuu de energie rezultă ca o consecinţă necesară.

Catastrofa ultravioletă din teoria corpului negru nu este singura deficienţă a mecanicii statistice clasice. Ea conduce, între altele, la valori independente de temperatură pentru căldurile specifice ale corpurilor solide şi gazoase; experienţa confirmă acest rezultat pentru temperaturi suficient de înalte. Când însă temperatura tinde către zero absolut, căldurile specifice tind şi ele către zero.

In definitiv, se constată că mecanica statistică clasică nu este capabilă să explice comportarea sistemelor termodinamice la temperaturi suficient de joase. Această comportare este supusă unei legi empirice cu caracter foarte general numită « principiul al treilea al termodinamicii ». Pentru simplificarea expunerii noastre, vom descompune formularea acestui principiu în două părţi:

a) Entropia oricărui sistem termodinamic tinde către o valoare finită atunci când temperatura absolută tinde către zero.

b) Această valoare finită este independentă de condiţiile fizico-chimice la care este supus sistemul.

In tratatele de mecanică statistică se arată că principiul al treilea este o consecinţă a statisticii bazate pe teoria cuantelor, deci teoria cuantelor este *suficientă* pentru fundarea teoretică a principiului. Nu cunoaştem însă nicio demonstraţie a propoziţiei inverse: teoria cuantelor este *necesară* pentru a deduce principiul al treilea pe baze statistice. Cercetările lui Poincaré şi Ehrenfest fac plauzibilă necesitatea teoriei cuantelor, dar ele se referă la un sistem termodinamic special, anume, la radiaţia termică. Scopul acestei lucrări este de a dovedi necesitatea statisticii cuantice, în cazul general.

2. Pentru acest scop, vom demonstra următoarea propoziţie: orice statistică bazată pe o lege continuă de distribuţie a energiei, conduce pentru entropie la o valoare care tinde către $-\infty$ când temperatura absolută tinde către zero. Din această propoziţie rezultă incompatibilitatea dintre mecanica statistică clasică şi partea întâia a principiului al treilea.

Să considerăm un sistem mecanic şi să-i studiem comportarea termodinamică prin metodele mecanicii statistice. Să presupunem că energia W a acestui sistem poate lua toate valorile dela zero la $+\infty$. Vom nota cu $P(W)$ probabilitatea relativă pentru ca energia să aibă o valoare W mai mică decât w:

$$W < w, \tag{1}$$

egalitatea fiind exclusă. Faptul că energia nu ia valori negative, se traduce prin egalitatea:

$$P(0) = 0. \tag{2}$$

Funcţia $P(w)$ este monoton nedescrescătoare, deci pentru orice $W > 0$ vom avea:

$$P(W) \geqslant 0. \tag{3}$$

Vom admite că valoarea minimă $W = 0$ este efectiv accesibilă pentru sistem, deci probabilitatea ca $W < w$, când w este arbitrar de mic, dar pozitiv, este diferită de zero, deci în inegalitatea (3) egalitatea trebue exclusă:

$$P(W) > 0 \quad \text{când} \quad W > 0. \tag{4}$$

3. Se ştie că proprietăţile termodinamice ale sistemului, atunci când el este în echilibru termic la temperatura absolută T, se deduc din relaţia fundamentală:

$$e^{-\frac{F}{kT}} = \int_0^\infty e^{-\frac{W}{kT}} \, dP(W), \tag{5}$$

unde k este constanta lui Boltzmann, iar F este energia liberă a sistemului.

Notând cu U energia internă şi cu S entropia sistemului, aceste funcţii sunt legate de energia liberă F prin relaţiile:

$$S = -\frac{\partial F}{\partial T} \tag{6}$$

$$U = F + TS = U - T\frac{\partial S}{\partial T}. \tag{7}$$

Pentru raţionamentele care urmează, este comod să se înlocuiască mărimile cu semnificaţie termodinamică imediată prin mărimi cu semnificaţie statistică imediată. Vom pune deci:

$$\beta = \frac{1}{kT} \quad \text{şi} \quad e^{-\frac{F}{kT}} = Z \tag{8}$$

şi vom avea

$$Z(\beta) = \int_0^\infty e^{-\beta W} \, d\,P\,(W).$$

$$F = -\,kT \ln Z(\beta) = -\,\frac{\ln Z}{\beta} \tag{9}$$

$$\frac{\partial F}{\partial T} = k\left(\beta \frac{d \ln Z}{d\beta} - \ln Z\right).$$

Deci:

$$\frac{1}{k} S = \ln Z - \beta \frac{d \ln Z}{d\beta} \tag{10}$$

$$U = F + TS = -\frac{d \ln Z}{d\beta}. \tag{11}$$

Dacă reprezentăm grafic pe $\ln Z$, dat de (9), în funcţie de « temperatura statistică » β şi ducem tangenta într'un punct de abscisă β, această tangentă are ecuaţia $Y - \ln Z = \frac{d \ln Z}{d\beta}(X - \beta)$.

Coeficientul ei unghiular este $-U(\beta)$, iar ordonata la origine este $\frac{1}{k} S(\beta)$, adică entropia măsurată cu unitatea statistică k. Aşa dar, studiul comportării sistemului la temperaturi absolute tinzând către zero revine la studiul funcţiei:

$$\ln Z(\beta) = \ln \int_0^\infty e^{-\beta W} \, dP\,(W) \tag{12}$$

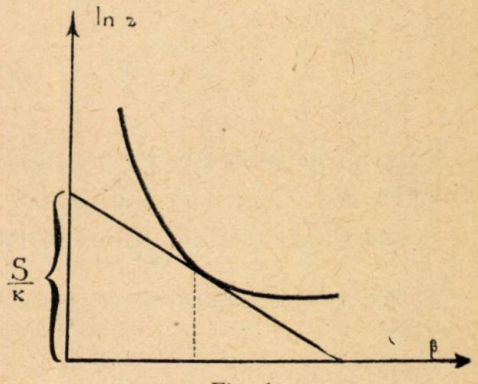


Fig. 1

pentru valori ale lui β tinzând către $+\infty$.

Asupra funcţiei $P(W)$ am făcut până acum următoarele ipoteze, valabile pentru orice fel de statistică:

1° $P(W)$ este nedescrescător
2° $P(0) = 0$ [ecuaţia (2)]
3° $P(W) > 0$ pentru orice $W > 0$ [inegalitatea (4)]
4° Integrala Stieltjes (9) $Z = \int_0^\infty e^{-\beta W} \, dP\,(W)$

este convergentă pentru orice valoare pozitivă a lui β. Dacă această condiţie nu ar fi satisfăcută, sistemul considerat nu ar fi susceptibil să se afle în stări de echilibru termodinamic, deci nu ar prezenta interes pentru cercetarea noastră.

In cazul statisticii clasice, bazată pe variații continue ale energiei, trebue să mai admitem că $P(W)$ este o funcție continuă de W.

4. Vom studia acum câteva proprietăți ale funcției $Z(\beta)$, definite pentru $\beta > 0$, valabile oricare ar fi statistica, deci independente de continuitatea lui $P(W)$.

α) Funcția $Z(\beta)$ este întotdeauna pozitivă, deci $\ln Z(\beta)$ are sens (în domeniul real) pentru orice $\beta > 0$. Aceasta rezultă din monotonia lui $P(W)$ și din inegalitatea $e^{-\beta W} > 0$.

β) Funcția $Z(\beta)$ admite derivate de orice ordin. Într'adevăr, derivând formal egalitatea (9) se obține:

$$\frac{d^n Z(\beta)}{d\beta^n} = (-1)^n \int_0^\infty W^n e^{-\beta W} dP. \tag{13}$$

Este suficient să dovedim că convergența integralei (9) atrage după sine convergența integralei (13). Pentru aceasta, fie β' un număr, astfel încât:

$$0 < \beta' < \beta.$$

Atunci $W^n \cdot l^{-(\beta-\beta')W}$ tinde către zero când $W \to \infty$, deci devine sigur mai mic decât unu pentru toate valorile W care depășesc o anumită valoare W_0. Rezultă că:

$$W^n e^{-\beta W} < e^{-\beta' W} \quad \text{când} \quad W > W_0$$

și deci

$$\int_{W_0}^\infty W^n e^{-\beta W} dP < \int_{W_0}^\infty e^{-\beta' W} dP.$$

Integrala majorantă fiind convergentă, trebue ca și integrala (13) să fie convergentă.

γ) Din (13) rezultă că $\dfrac{d^n Z}{d\beta^n}$ are semnul lui $(-1)^n$.

δ) Din α) și γ) deducem că energia internă a sistemului este întotdeauna pozitivă:

$$U(\beta) = -\frac{d \ln Z}{d\beta} = -\frac{Z'(\beta)}{Z(\beta)} > 0 \tag{14}$$

și deci $\ln Z(\beta)$ este o funcție descrescătoare de β.

ε) Derivata $\dfrac{d^2 \ln Z}{d\beta^2}$ este întotdeauna pozitivă. Într'adevăr:

$$\frac{d^2 \ln Z}{d\beta^2} = \frac{1}{Z}\left[Z'' - \frac{Z'^2}{Z}\right] = \frac{1}{Z}\left[Z'' + \frac{2Z'}{Z}(-Z') + \frac{Z'^2}{Z^2} \cdot Z\right] =$$

$$= \frac{1}{Z}\int_0^\infty \left(W + \frac{Z'}{Z}\right)^2 \cdot e^{-\beta W} \cdot dP = \frac{1}{Z}\int_0^\infty (W - U)^2 e^{-\beta W} dP.$$

Atât factorul $\frac{1}{Z}$, cât şi integrala, sunt pozitive, deci $\frac{d^2 \ln Z}{d\beta^2}$ este pozitiv. Sensul fizic al acestei mărimi este următorul: $\frac{d^2 \ln Z}{d\beta^2}$ reprezintă fluctuaţiile energiei, şi din acest motiv nu poate lua decât valori pozitive.

Din ε) se pot trage următoarele concluzii:

ε') Graficul funcţiei $\ln Z(\beta)$ are concavitatea îndreptată în sus.

ε'') Când β creşte, entropia $S(\beta)$ scade, căci din (10) rezultă:

$$\frac{1}{k}\frac{dS}{d\beta} = -\beta \frac{d^2 \ln Z}{d\beta^2} < 0. \tag{15}$$

ε''') Când β creşte, energia internă $U(\beta)$ scade, căci din (11) rezultă:

$$\frac{dU}{d\beta} = -\frac{d^2 \ln Z}{d\beta^2} < 0. \tag{16}$$

ξ) Oricare ar fi constanta C *pozitivă*, expresia $\Phi(\beta) = \ln Z(\beta) + C\beta$ tinde către $+\infty$ când $\beta \to +\infty$. Acest enunţ este echivalent cu afirmaţia că:

$$e^{\ln Z + C\beta} = Z e^{C\beta}$$

tinde către $+\infty$. Pentru a dovedi această afirmaţie [3], observăm că:

$$Z(\beta) = \int_0^{\infty} e^{-\beta W} dP \geqslant \int_0^{C/2} e^{-\beta W} dP.$$

Dar funcţia $e^{-\beta W}$ este descrescătoare, deci îşi atinge minimul la extremitatea dreaptă a intervalului de integrare. Prin urmare:

$$Z(\beta) > e^{-\beta \frac{C}{2}} \int_0^{C/2} dP = P\left(\frac{C}{2}\right) \cdot e^{-\beta \frac{C}{2}},$$

de unde rezultă

$$Z(\beta) e^{C\beta} > P(C/2)\, e^{\beta \frac{C}{2}}. \tag{17}$$

Din faptul că $\frac{C}{2} > 0$ şi din proprietatea 2° a funcţiei P rezultă că $P(+C/2) > 0$. Făcând în (17) pe β să tindă către infinit se obţine concluzia dorită.

η) Derivata funcţiei $\Phi(\beta)$ este

$$\Phi'(\beta) = \frac{d \ln Z}{d\beta} + C = C - U(\beta).$$

Deoarece $U(\beta)$ este descărcător şi pozitiv, aşa cum rezultă din proprietăţile δ) şi ε''), el are o limită U_0 când $\beta \to \infty$. Această limită este pozitivă sau nulă. Ea nu poate fi însă mai mare decât constanta C, deoarece aceasta ar atrage după sine faptul că:

$$\lim \Phi'(\beta) = C - U_0 < 0;$$

cu alte cuvinte, pentru $\beta > \beta_0$ funcţia Φ ar fi descrescătoare, contrar proprietăţii ξ). Deci, $U_0 \leqslant C$. Cum însă C este o constantă pozitivă arbitrară, vom avea

$U_0 = 0$ deci energia internă este pozitivă, descrescătoare, şi tinde către zero când $\beta \to \infty$.

5. Să studiem comportarea entropiei când $\beta \to \infty$. Din definiţia (10) a entropiei şi din faptul că $U(\beta) > 0$ rezultă:

$$\frac{1}{k} S(\beta) > \ln Z(\beta). \tag{18}$$

Pe de altă parte, din cauza orientării concavităţii curbei $\ln Z$ (proprietatea ε')) urmează că ordonata unui punct de pe curbă, de abscisă $\bar{\beta}_0$ este mai mare decât ordonata punctului cu aceeaşi abscisă, dar situat pe tangenta la curbă, dusă într'un punct de abscisă oarecare β, egalitatea având loc numai pentru $\beta = \bar{\beta}_0$.

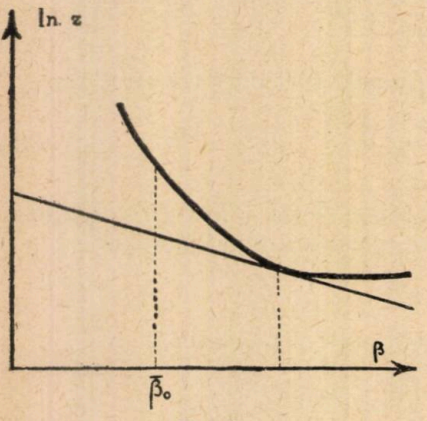


Fig. 2

Prin urmare:

$$\ln Z(\bar{\beta}_0) \geqslant \frac{1}{k} S(\beta) - \bar{\beta} U(\beta)$$

sau

$$\frac{1}{k} S(\beta) \leqslant \ln Z(\beta) + \bar{\beta} U(\beta). \tag{19}$$

Atât $S(\beta)$, cât şi $\ln Z(\beta)$ sunt funcţii descrescătoare. Ele au anumite limite S_0 şi $\ln Z_0$ când $\beta \to +\infty$, limite care pot fi finite sau $-\infty$. Să facem în (18), $\beta \to \infty$, obţinem:

$$\frac{1}{k} S_0 \geqslant \ln Z_0. \tag{20}$$

De asemenea, să facem în (19) $\beta \to \infty$, păstrând fix pe $\bar{\beta}$. Atunci:

$$\frac{1}{k} S_0 \leqslant \ln Z(\bar{\beta}) \tag{21}$$

căci $\lim U(\beta) = 0$. Dar, deoarece $\bar{\beta}$ este arbitrar, putem să-l facem şi pe el să tindă către ∞ în inegalitatea (21). Obţinem:

$$\frac{1}{k} S_0 \leqslant \ln Z_0.$$

Comparând această inegalitate cu (20) rezultă:

$$S_0 = k \ln Z_0. \tag{22}$$

Prin urmare, sau ambii membrii ai acestei inegalităţi sunt finiţi şi egali, sau ambii sunt egali cu $-\infty$.

6. Deoarece $Z > 0$ (proprietatea α)), limita sa Z_0 este cu siguranţă pozitivă sau nulă. Pentru valabilitatea principiului al treilea al termodinamicii este necesar ca:

$$Z_0 > 0. \tag{23}$$

Vom studia deci comportarea lui Z pentru valori mari ale variabilei β. Scriind pe $Z(\beta)$ sub forma:

$$Z(\beta) = \int_0^w e^{-\beta W} dP + \int_w^\infty e^{-\beta W} dP,$$

unde W este un număr *pozitiv* arbitrar, vom dovedi întâi că integrala a doua tinde întotdeauna către zero când $\beta \to \infty$. Intr'adevăr, punem [1] în această integrală $\beta = \beta_0 + \gamma$, unde β_0 este fix, iar γ tinde către infinit împreună cu β. Avem:

$$\int_w^\infty e^{-\beta W} dP = \int_w^\infty e^{-\beta_0 W} e^{-\gamma W} dP.$$

Dar pe toată semidreapta de integrare $W > w$ avem $e^{-\gamma W} \leqslant e^{-\gamma w}$ deci:

$$\int_w^\infty e^{-\beta W} dP \leqslant e^{-\gamma w} \int_w^\infty e^{\beta_0 W} dP \leqslant e^{-\gamma w} \int_0^\infty e^{-\beta_0 W} dP \leqslant e^{-\gamma w} \cdot Z(\beta_0).$$

Făcând pe β, deci pe γ să tindă către infinit, rezultă că:

$$\lim_{\beta \to \infty} \int_w^\infty e^{-\beta W} dP = 0.$$

Prin urmare:

$$Z_0 = \lim Z(\beta) = \lim_{\beta \to \infty} \int_0^w e^{-\beta W} dP. \tag{24}$$

Pe de altă parte, în tot intervalul $0 \leqslant W \leqslant w$ este satisfăcută inegalitatea:

$$e^{-\beta W} \leqslant 1,$$

deci

$$\int_0^w e^{-\beta W} dP \leqslant \int_0^w dP = P(w).$$

Din (24) rezultă în definitiv:

$$Z_0 \leqslant P(w) \tag{25}$$

din care rezultă pentru limita S_0 a entropiei:

$$S_0 \leqslant k \ln P(w). \tag{26}$$

Dar w este arbitrar, cu singura condiţie, şi anume, ca să fie mai mare decât zero. Putem deci să-l facem să tindă către zero în inegalităţile precedente şi obţinem:

$$\begin{aligned} Z_0 &\leqslant \lim_{W \to 0} P(w) \\ S_0 &\leqslant k \ln [\lim_{w \to 0} P(w)]. \end{aligned} \tag{27}$$

Ştim însă că $P(0) = 0$ (proprietatea 2^0 a legii de distribuţie P), şi că $P(w)$ este nedescrescător în w. Limita $\lim P(w)$ când $w \to 0$ există, şi este un număr pozitiv sau nul:

$$\lim P(w) \geqslant P(0) = 0.$$

In mecanica statistică clasică, bazată pe distribuții continue ale energiei, $P(w)$ trebue presupus continuu, și deci $\lim P(w) = P(0) = 0$. Din (27) rezultă atunci că $S_0 = -\infty$, în contradicție cu principiul al treilea al termodinamicii. Condiția *necesară* și *suficientă* pentru ca principiul al treilea să fie satisfăcut este ca:

$$\lim_{w \to 0} P(w) \neq P_0 .$$

Funcția $P(w)$ trebue deci să prezinte o discontinuitate pentru $W = 0$.

In teoria cuantelor, funcția $P(w)$ este considerată ca o funcție crescătoare « prin trepte ». Teoria cuantelor este deci suficientă pentru a funda statistic principiul al treilea al termodinamicii. Raționamentul nostru arată însă că din teoria cuantelor nu este necesară decât existența unui « nivel fundamental » de energie, având singur o pondere statistică finită, care însă poate constitui marginea inferioară a unui spectru continuu.

Institutul de Fizică, Secția de fizică teoretică, București.

ТРЕТЬЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ И СТАТИСТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Доказывается, что классическая статистическая механика, основанная на непрерывном распределении энергии, несовместима с третьим началом термодинамики. Для совместимой с этим началом статистической физики существование основного уровня с конечным статистическим весом является необходимым и достаточным условием.

LE TROISIÉME PRINCIPE DE LA THERMODYNAMIQUE ET LA MÉCANIQUE STATISTIQUE

(RÉSUMÉ)

On démontre que la mécanique statistique classique, basée sur une distribution continue de l'énergie, est incompatible avec le troisième principe de la thermodynamique. Pour avoir une statistique compatible avec ce principe, l'existence d'un niveau fondamental ayant un poids statistique fini constitue une condition nécessaire et suffisante.

BIBLIOGRAFIE

1. H. Poincaré, Journ. de Phys., Paris, Seria V, 1912, t. 2, p. 5.
2. P. Ehrenfest, Ann. der Phys., Leipzig, 1911, t. 36, p. 91.
3. A. I. Hincin, *Matematiceskie osnovania statisticeskoi mehaniki*. Gostehizdat, 1943.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul IV, Nr. 1—2, 1953

CONTRIBUŢII LA TERMOMETRIA GAZELOR ÎN CÂMP CINETIC ŞI RADIATIV

I. *EXPRIMAREA ECUAŢIEI GENERALE ÎN FUNCŢIE DE «FACTORII DE INERŢIE» CINETICĂ ŞI RADIATIVĂ*

DE

ALEXANDRU GRIGORIU

Cercetările teoretice de până acum asupra termometriei gazelor au pornit dela ideea că mediul diriguitor pentru temperatura termometrului este în esenţă mediul cinetic, iar influenţa inerţiei şi a câmpului radiativ trebue privite drept cauze alteratoare, pentru care trebue deci să încercăm a determina corecţii.

Potrivit acestui mod de a gândi s'a luat în considerare numai inerţia la câmpul cinetic, care a ajuns să fie considerată ca inerţie de ansamblu a termometrului, ceea ce este eronat. Nu s'a scos deci în evidenţă că există, independent de prima, o inerţie la schimburile radiative şi că ea dirijează aceste schimburi.

S'a vorbit de asemenea numai de temperatura câmpului cinetic, neglijându-se faptul că şi câmpul radiativ este caracterizat printr'un nivel termic. De aceea, s'a considerat că termometrul tinde către temperatura cinetică, dirijat de inerţia cinetică şi alterat de câmpul radiativ, când tot atât de puţin justificat s'ar fi putut considera că termometrul tinde către temperatura de radiaţie dirijat de inerţia radiativă şi alterat de câmpul cinetic. In fond nu există nicio justificare, alta decât scopul de moment pentru care se făcea măsurătoarea, spre a da rol major unuia sau altuia dintre cele două câmpuri.

Rezultatul acestui mod de a considera problema termometriei gazelor a condus la tratarea problemei inerţiei independent de problema câmpului radiativ, ajungându-se la relaţii separate pentru corecţia de inerţie şi pentru corecţia de radiaţie. Corecţia de inerţie, deşi raportată întotdeauna numai la mediul cinetic, a fost analizată termodinamic în loc să fie analizată cinetic, cum ar fi fost mai normal. De aceea, pentru coeficientul de inerţie obţinut, nu s'a putut găsi o expresie completă, care să indice clar rolul parametrilor fizici care îl determină. Acel «coeficient de conductibilitate exterioară», introdus în expresia inerţiei, nu putea fi raportat exclusiv la schimburile cu gazul, deoarece schimburile radiative nu pot dispărea în cursul măsurării lui. De asemenea, rolurile presiunii şi ventilaţiei au constituit obiectul unor ipoteze sumare, care nu porneau dela analiza intimă a schimburilor cinetice la suprafaţa termometrului.

Toate aceste deficienţe derivau în fond din neglijarea simultaneităţii de acţiune a celor două câmpuri cu nivele termice diferite. Termometrul nu tinde în fapt

nici către temperatura cinetică, nici către aceea de radiaţie, ci către propria sa temperatură de echilibru, situată între cele două temperaturi citate şi dirijată de ele, dar niciodată identică cu vreuna din ele. Ecuaţia termometrică trebue să fie, aşa dar, unică şi să includă atât elementul cauzal, exprimat prin temperaturile cinetică şi de radiaţie, cât şi mecanismele de reacţie, exprimate prin inerţiile cinetică şi radiativă.

Consecinţele acestei disjungeri în tratarea problemei s'au manifestat printr'o oarecare neconcordanţă între sondajele stratosferice [21], cât şi prin constatarea, subliniată de A. B. Kalinovski şi N. Z. Pinus [1], că modul în care se face actualmente corecţia de radiaţie este nemulţumitor.

Eforturile făcute de cercetătorii din fizică şi meteorologie pe linia concepţiei clasice au fost foarte numeroase. Am contribuit la acestea prin câteva lucrări mai vechi [24], [25], [26], [27]. Intr'una din ele am indicat o bibliografie parţială [24]. Completăm această bibliografie cu date noi, unele citate de Kalinovski şi Pinus [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11], altele ajunse la cunoştinţa noastră în rezumat [12], [13], sau în original [14], [15], [16], [17], [18], [19], [20], [28].

In lucrarea de faţă, ne propunem să analizăm problema termometriei gazelor pe o altă linie decât cea clasică, dar derivând-o tot din schema obişnuită a transmisiei căldurii [2]. Ne vom sprijini pe ecuaţia termometrică unică dată într'o lucrare anterioară [22] şi ameliorată apoi prin introducerea coeficientului φ care exprimă eficacitatea ventilaţiei [23]. In lucrările citate ne rezumasem numai la căutarea expresiei pentru temperatura cinetică, fără însă a grupa şi a scoate în evidenţă rolul mărimilor inerţiale şi fără a lua în considerare problemele temperaturii de radiaţie sau ale temperaturii sondei. In lucrarea de faţă, ecuaţia generală va fi mai întâi analizată în mod corespunzător, pentru a se putea deduce expresiile coeficienţilor de inerţie cinetică σ_c şi radiativă σ_r în funcţie de toţi parametrii fizici ai gazului sau termometrului care intervin în definirea lor. Vom constata însă că aceşti coeficienţi α nu sunt apţi pentru calcule, aşa cum s'a crezut până acum. De aceea, vom defini alte mărimi inerţiale, factorii de inerţie β_c şi β_r, cu ajutorul cărora ecuaţia generală capătă o formă sugestivă şi simplă. Din ea vom deduce trei grupuri de relaţii: unele pentru temperatura sondei, altele pentru temperatura cinetică şi, în sfârşit, altele pentru temperatura de radiaţie. Ele vor fi discutate sub diferite aspecte.

Pentru scopurile enunţate mai sus va fi mai întâi nevoie să reluăm în amănunt analiza schimbului de energie dela suprafaţa corpului termometric.

In stratul superficial, de grosime elementară, al unui termometru plasat într'un gaz, există trei feluri de schimburi energetice:

a) cu spaţiul înconjurător, schimburi radiative;

b) cu gazul înconjurător, schimburi cinetice;

c) cu masa interioară a termometrului, schimburi prin conductibilitate.

Variaţia energiei elementului de suprafaţă ds în timpul elementar dt va fi aşa dar

$$dW = (B_r + B_c + B_i)\, ds \cdot dt, \tag{1}$$

unde B_r, B_c şi B_i reprezintă, respectiv, bilanţul radiativ, bilanţul cinetic şi bilanţul prin conductibilitate cu masa interioară, considerate pentru unitatea de suprafaţă şi unitatea de timp. Este evident că toate aceste trei mărimi depind de temperatura şi proprietăţile fizice ale stratului superficial elementar.

Pentru etapa de faţă a studiului nostru, vom elimina cazul termometrelor masive şi vom considera numai termometrele care au cel puţin una dintre dimen-

siuni suficient de mică (lame subţiri sau fire) pentru ca egalizarea rapidă dintre temperatura suprafeţei şi temperaturile interioare să fie asigurată. In acest caz, bilanţul prin conductibilitate cu interiorul poate fi considerat nul, $B_i = 0$, iar ecuaţia schimbului superficial se va reduce la însumarea bilanţului radiativ cu acela cinetic

$$dw = (B_r + B_c)\, ds \cdot dt. \tag{2}$$

Vom considera că putem măsura temperatura radiativă medie a spaţiului înconjurător T_r, sau că o putem forţa să ia valori controlabile. Notând cu T_s temperatura sondei termometrice şi cu T_c temperatura aerului în înţelesul cinetic, expresiile bilanţurilor radiativ şi cinetic vor fi [23]

$$dB_r = a\sigma\,(T_r^4 - T_s^4)\, ds \cdot dt \tag{3}$$

$$dB_c = \frac{3\varphi p}{16}\sqrt{\frac{3R}{M}} \cdot \frac{T_c - T_s}{\sqrt{T_c}}\, ds \cdot dt,$$

unde a este coeficientul de absorpţie, σ constanta legii lui Stefan, p presiunea gazului, R constanta molară a gazelor şi M molecula gram. Bilanţul total va fi dat aşa dar de expresia

$$dw = \left[a\sigma\,(T_r^4 - T_s^4) + \frac{3\varphi p}{16}\sqrt{\frac{3R}{M}} \cdot \frac{T_c - T_s}{\sqrt{T_c}}\right] ds \cdot dt. \tag{4}$$

Această variaţie de energie, integrată pe întreaga suprafaţă S a termometrului, va cauza o variaţie în temperatura acestuia

$$dw_S = \int_S dw = S\left[a\sigma\,(T_r^4 - T_s^4) + \frac{3\varphi p}{16}\sqrt{\frac{3R}{M}} \cdot \frac{T_c - T_s}{\sqrt{T_c}}\right] dt \tag{5}$$

$$dT_s = \frac{dw_S}{C} = \frac{S}{C}\left[a\sigma\,(T_r^4 - T_s^4) + \frac{3\varphi p}{16}\sqrt{\frac{3R}{M}} \cdot \frac{T_c - T_s}{\sqrt{T_c}}\right] dt, \tag{6}$$

unde C este capacitatea calorifică a părţii sensibile a termometrului.

Pentru a afla, din relaţia de mai sus, expresia coeficientului de inerţie α, va trebui să comparăm această relaţie cu ecuaţia inerţiei a lui Newton-Hergesell

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{1}{\alpha}(T_x - T_s). \tag{7}$$

Ea ne defineşte coeficientul de inerţie α ca factor $1/\alpha$ pe lângă binomul $(T_x - T_s)$, în care T_x are înţeles de temperatură «exterioară» suprafeţei termometrice. In vremea când Newton şi mai târziu Hergesell [24] au scris şi analizat această ecuaţie, nu era considerată drept temperatură exterioară decât temperatura cinetică T_c a mediului gazos. Problema unei temperaturi de radiaţie T_r, diferită de aceea a gazului, nu se pusese încă.

Or, din (6), constatăm că variaţia dT_s a temperaturii termometrului este determinată simultan de două temperaturi «exterioare», T_r şi T_c, iar pentru fiecare în parte modul de reacţie al termometrului este diferit.

In consecință, dacă scriem expresia (6) într'o formă convenabilă spre a se asemăna cu (7)

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{S}{C}\left[a\sigma\left(T_r^4 - T_s^4\right) + \frac{3\varphi p}{16}\sqrt{\frac{3R}{M}}\cdot\frac{T_c - T_s}{\sqrt{T_c}}\right] \tag{8}$$

constatăm că este lipsit de sens fizic a scoate în factor pe $(T_r - T_s)$ sau $(T_c - T_s)$, dând astfel numai temperaturii de radiație T_r, sau numai temperaturii cinetice T_c a mediului, înțelesul de temperatură exterioară pe care îl are T_x în ecuația inerției.

Putem însă lua în considerare separat componenta radiativă și aceea cinetică a variației temperaturii sondei.

Dacă bilanțul cinetic este nul (adică dacă temperatura gazului trece prin aceleași valori ca și temperatura sondei, sau dacă presiunea gazului este practic nulă) variația temperaturii sondei este dată numai de componenta radiativă

$$\left(\frac{dT_s}{dt}\right)_r = \frac{S}{C}a\sigma\left(T_r^4 - T_s^4\right). \tag{9}$$

In același mod, când bilanțul radiativ este nul ($T_r = T_s$), variația lui T_s se reduce la componenta cinetică

$$\left(\frac{dT_s}{dt}\right)_c = \frac{S}{C}\cdot\frac{3\varphi p}{16}\sqrt{\frac{3R}{M}}\cdot\frac{T_c - T_s}{\sqrt{T_c}}. \tag{10}$$

In ambele cazuri constatăm că aceste componente pot fi scrise în forma ecuației lui Newton, adică scoțând în evidență un coeficient inerțial pe lângă binomul diferenței simple a temperaturilor. Această diferență reprezintă agentul cauzal în variația termometrului. Coeficientul ilustrează deci intensitatea reacției termometrului în unitatea de timp, pentru unitatea de suprafață, iar inversul său reprezintă noțiunea contrară, adică inerția radiativă sau cinetică a termometrului.

Din expresiile componentelor, grupate convenabil

$$\begin{aligned}\left(\frac{dT_s}{dt}\right)_r &= \frac{S}{C}a\sigma\left(T_r^3 + T_r^2T_s + T_rT_s^2 + T_s^3\right)\left(T_r - T_s\right) = \frac{1}{\alpha_r}\left(T_r - T_s\right)\\ \left(\frac{dT_s}{dt}\right)_c &= \frac{S}{C}\cdot\frac{3\varphi p}{16}\sqrt{\frac{3R}{MT_c}}\left(T_c - T_s\right) = \frac{1}{\alpha_c}\left(T_c - T_s\right),\end{aligned} \tag{11}$$

se pot scrie cu ușurință expresiile coeficienților de inerție radiativă și cinetică

$$\begin{aligned}\alpha_r &= \frac{C}{S}\cdot\frac{1}{a\sigma\left(T_r^3 + T_r^2T_s + T_rT_s^2 + T_s^3\right)}\\ \alpha_c &= \frac{C}{S}\cdot\frac{16}{3\varphi p}\sqrt{\frac{MT_c}{3R}}.\end{aligned} \tag{12}$$

Ambii coeficienți au ca dimensiune timpul: $[\alpha_r] = [\alpha_c] = \mathrm{T}$.

Se vădește deci un fapt nou: termometrul nu poate fi caracterizat printr'o inerție în sine, care să depindă numai de parametrii săi fizici, ci factorul inerțial

îşi schimbă valoarea şi expresia după natura agentului termic şi după modul lui de acţiune.

Din expresiile (4) sau (5) ale schimburilor de energie la suprafaţa termometrului observăm că se poate defini o mărime pe care o vom denumi *schimbul unitar*, cinetic sau radiativ, adică schimbul în unitatea de timp ($dt = 1$), pe unitatea de suprafaţă ($ds = 1$) şi corespunzător unui singur grad din diferenţa de temperatură

$$(w_1)_r = a\sigma \left(T_r^3 + T_r^2 T_s + T_r T_s^2 + T_s^3 \right)$$
$$(w_1)_c = \frac{3\varphi p}{16} \sqrt{\frac{3R}{M T_c}}. \tag{13}$$

Introducând aceste notaţii în expresiile coeficienţilor de inerţie, constatăm că ei capătă aceeaşi formă sugestivă

$$\alpha_r = \frac{C}{S} \cdot \frac{1}{(w_1)_r}$$
$$\alpha_c = \frac{C}{S} \cdot \frac{1}{(w_1)_c}. \tag{14}$$

Inerţia apare astfel ca un produs de doi factori: primul, C/S, caracterizând termometrul în sine, iar al doilea, $1/w_1$, caracterizând relaţiile energetice ale termometrului cu mediul.

Din (14) se vede că inerţia creşte atunci când creşte capacitatea calorifică a termometrului şi scade atunci când creşte suprafaţa de schimb cu mediul sau valoarea schimbului unitar w_1.

Intru cât factorul C/S este comun ambilor coeficienţi de inerţie, îl vom analiza în acest paragraf.

Constatăm că acest factor poate fi scris:

a) Pentru termometre lame subţiri de grosime $2r_1$, la care suprafaţa muchiilor este neglijabilă,

$$\frac{C}{S} = \frac{V}{S} \rho c = \frac{s 2r_1}{2s} \rho c = r_1 \rho c. \tag{15}$$

b) Pentru termometre fire cilindrice, de raza r_2,

$$\frac{C}{S} = \frac{\pi r_2^2 l}{2\pi r_2 l} \rho c = \frac{1}{2} r_2 \rho c. \tag{16}$$

c) Pentru termometre sferice de rază r_3,

$$\frac{C}{S} = \frac{4/3 \pi r_3^3}{4\pi r_3^2} \rho c = \frac{1}{3} r_3 \rho c. \tag{17}$$

In toate aceste cazuri se vede că factorul C/S, şi deci inerţia, este în fond independent de mărimea suprafeţii sau de masa termometrului, depinzând numai de depărtarea maximă r până la punctul, axa, sau planul cel mai central al corpului termometric, de densitatea ρ şi de căldura specifică c a materialului.

Spre diferență de termometrele sferice, la care mărirea masei impune o mărire a razei, observăm că la fire sau lame subțiri inerția este independentă de masa termometrului, dacă mărirea acesteia se obține păstrând constantă raza firului sau grosimea lamelei.

Revenind asupra expresiei generale a schimbului termometric, constatăm că ea poate fi scrisă cu ajutorul coeficienților parțiali de inerție

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{1}{\alpha_r}(T_r - T_s) + \frac{1}{\alpha_c}(T_c - T_s). \tag{18}$$

Ținând seama că ecuația lui Newton ne conduce la o ecuație diferențială liniară

$$\frac{dT_s}{dt} + \frac{1}{\alpha} T_s = \frac{T_r}{\alpha}, \tag{19}$$

am putea încerca o grupare asemănătoare pentru relația (18)

$$\frac{dT_s}{dt} + \left(\frac{1}{\alpha_r} + \frac{1}{\alpha_c}\right) T_s = \frac{T_r}{\alpha_r} + \frac{T_c}{\alpha_c}, \tag{20}$$

dar acest lucru nu ne este permis, deoarece $\alpha_r = f(T_s)$, astfel încât separarea lui T_s este numai aparentă.

Problemele noastre fiind însă legate de temperaturile T_s, T_r și T_c care dirijează mărimea schimbului energetic, va fi mult mai util pentru noi de a scoate în evidență, în loc de α_r și α_c, numai factorii care nu conțin temperaturi, adică

$$\beta_r = \frac{C}{S} \cdot \frac{1}{a\sigma} \tag{21}$$

$$\beta_c = \frac{C}{S} \cdot \frac{16}{3\varphi p} \sqrt{\frac{M}{3R}}.$$

Ecuația generală va lua forma

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{1}{\beta_r}(T_r^4 - T_s^4) + \frac{1}{\beta_c} \cdot \frac{T_c - T_s}{\sqrt{T_c}}. \tag{22}$$

Comparând cu expresiile din (12) ale coeficienților de inerție α_r și α_c, constatăm că β_r și β_c sunt factori ai acestora

$$\alpha_r = \beta_r \frac{1}{T_r^3 + T_r^2 T_s + T_r T_s^2 + T_s^3} \tag{23}$$

$$\alpha_c = \beta_c \sqrt{T_c}.$$

Ii vom denumi în consecință *factori de inerție*. Ei reprezintă noțiuni diferite de aceea de coeficient de inerție. Dimensiunile lor nu mai sunt identice, ci sunt date de ecuațiile dimensionale

$$[\beta_r] = T\Theta^3$$
$$[\beta_c] = T\Theta^{-\frac{1}{2}}. \tag{24}$$

Necesitatea introducerii lor este numai de ordin matematic, întru cât ei apar în mod simplu în orice soluţie obţinută din (22).

Vom analiza treptat ecuaţia (22) din punctul de vedere al temperaturii sondei T_s, al temperaturii aerului T_c, sau al temperaturii de radiaţie T_r.

Considerând-o în privinţa lui T_s, constatăm că obţinem o ecuaţie diferenţială de primul ordin

$$\frac{dT_s}{dt} = -\frac{1}{\beta_r} T_s^4 - \frac{1}{\beta_c \sqrt{T_c}} T_s + \left(\frac{T_r^4}{\beta_r} + \frac{\sqrt{T_c}}{\beta_c} \right)$$

$$\frac{dT_s}{dt} = K T_s^4 + F_1 T_s + F_0, \tag{25}$$

în care $K = \text{const.}$, $F_1 = f_1(t)$ şi $F_0 = f_0(t)$. Ea nu este rezolvabilă decât prin aproximaţii succesive din cauza termenului liber F_0.

In cazul particular când bilanţul radiativ poate fi menţinut nul ($T_s = T_r$) în cursul măsurătorii, această ecuaţie se reduce la forma cunoscută

$$\frac{dT_s}{dt} = -\frac{1}{\beta_c \sqrt{T_c}} T_s + \frac{\sqrt{T_c}}{\beta_c}$$

$$\frac{dt_s}{dt} + \frac{1}{\alpha_c} T_s = \frac{T_c}{\alpha_c} \tag{26}$$

a cărei soluţie generală este dată de

$$T_s = e^{-\int \frac{dt}{\alpha_c}} \left[\int \frac{T_c}{\alpha_c} e^{\int \frac{dt}{\alpha_c}} dt + C^t \right], \tag{27}$$

dacă funcţiile $T_c = \psi_1(t)$ şi $\alpha_c = \psi_2(t)$ pot fi scrise.

In cazul când bilanţul cinetic este nul ($T_c = T_s$ sau $p = 0$), ecuaţia (25) se reduce la

$$\frac{dT_s}{dt} = -\frac{1}{\beta_r} T_s^4 + \frac{1}{\beta_r} T_r^4 = K T_s^4 + \Phi_0, \tag{28}$$

care din cauza termenului liber prezintă aceleaşi dificultăţi de rezolvare ca şi ecuaţia (25).

Un al treilea caz particular este acela al termometrului în echilibru $\left(\frac{dT_s}{dt} = 0 \right)$. Punând această condiţie în (25), obţinem o ecuaţie algebrică de gradul IV în T_s

$$-\frac{1}{\beta_r} T_s^4 - \frac{1}{\beta_c \sqrt{T_c}} T_s + \left(\frac{T_r^4}{\beta_r} + \frac{\sqrt{T_c}}{\beta_c} \right) = K T_s^4 + F_1 T_s + F_0 = 0, \tag{29}$$

care poate fi rezolvată.

Un al patrulea caz posibil este acela al egalităţii între temperatura radiativă şi aceea cinetică ($T_r = T_c = T_x$). In regim variabil, ecuaţia (25) îşi păstrează forma şi dificultăţile de integrare

$$\frac{dT_s}{dt} = -\frac{1}{\beta_r} T_s^4 - \frac{1}{\beta_c \sqrt{T_x}} T_s + \left(\frac{T_x^4}{\beta_r} + \frac{\sqrt{T_x}}{\beta_c} \right). \tag{30}$$

Pentru echilibru obținem tot o ecuație de gradul IV în T_s

$$-\frac{1}{\beta_r}T_s^4-\frac{1}{\beta_c\sqrt{T_x}}T_s+\left(\frac{T_x^4}{\beta_r}+\frac{\sqrt{T_x}}{\beta_c}\right)=0. \tag{31}$$

care are o rădăcină reală $T_s=T_x$.

Vom trece acum la considerarea ecuației (22) din punctul de vedere al temperaturii T_c a aerului. Aici este de fapt problema noastră de bază, deoarece temperatura T_s este citită direct la sondă, iar necunoscuta este temperatura aerului. Putem scrie mai întâi

$$\frac{T_c-T_s}{\sqrt{T_c}}=\beta_c\frac{dT_s}{dt}-\frac{\beta_c}{\beta_r}(T_r^4-T_s^4)=D_r, \tag{32}$$

ceea ce ne conduce la definirea funcției ajutătoare D_r. Din (32) rezultă astfel o ecuație algebrică de gradul II în $x=\sqrt{T_c}$

$$x^2-D_r\,x-T_s=0. \tag{33}$$

Rezolvând în privința lui x, ridicând la pătrat pentru a afla pe T_c și reținând numai rădăcina cu radical pozitiv, ca fiind singura care verifică, la echilibru $\left(\frac{dT_s}{dt}=0\right)$, inegalitățile evidente

$$\begin{aligned} T_r&>T_s>T_c\\ T_r&<T_s<T_c \end{aligned} \tag{34}$$

obținem expresia generală a temperaturii aerului T_c în funcție de temperatura sondei T_s și funcția D_r (care depinde de panta lui T_s și de bilanțul radiativ)

$$T_c=T_s+\frac{1}{2}\left[D_r^2+D_r\sqrt{D_r^2+4T_s}\right]. \tag{35}$$

Al doilea termen din relația de mai sus reprezintă deci corecția pentru radiație, pentru inerțiile cinetică și radiativă și pentru panta curbei înregistrată de sondă la un moment dat. Ea se aplică valorii T_s citită în acel moment la sonda termometrică.

In cazul când bilanțul radiativ este nul ($T_r=T_s$), funcția D_r se reduce la termenul pantei

$$D_r=\beta_c\frac{dT_s}{dt}, \tag{36}$$

iar expresia lui T_c ia forma

$$T_c=T_s+\frac{1}{2}\left[\left(\beta_c\frac{dT_s}{dt}\right)^2+\beta_c\frac{dT_s}{dt}\sqrt{\left(\beta_c\frac{dT_s}{dt}\right)^2+4T_s}\right]. \tag{37}$$

In cazul echilibrului $\left(\frac{dT_s}{dt}=0\right)$ funcția D_r se reduce la termenul radiativ

$$D_r=-\frac{\beta_c}{\beta_r}(T_r^4-T_s^4), \tag{38}$$

iar expresia lui T_c ia forma

$$T_c = T_s + \frac{1}{2}\left[\frac{\beta_c^2}{\beta_r^2}(T_r^4 - T_s^4)^2 - \frac{\beta_c}{\beta_r}(T_r^4 - T_s^4)\sqrt{\frac{\beta_c^2}{\beta_r^2}(T_r^4 - T_s^4)^2 + 4T_s}\right]. \quad (39)$$

O a treia temperatură pe care o putem deduce din (22) este temperatura de radiaţie T_r. Pentru aceasta, în afară de lectura T_s la termometru, este nevoie de cunoaşterea temperaturii aerului T_c. Grupând pentru T_r, vom defini, ca în cazul anterior, o funcţie ajutătoare D_c. Ea depinde de panta înregistrării, de inerţiile cinetică şi radiativă şi de bilanţul cinetic:

$$T_r^4 - T_s^4 = \beta_r \frac{dT_s}{dt} - \frac{\beta_r}{\beta_c} \cdot \frac{T_c - T_s}{\sqrt{T_c}} = D_c. \quad (40)$$

Din această ecuaţie se deduce imediat temperatura de radiaţie în funcţie de temperatura sondei şi funcţia D_c

$$T_r = \sqrt[4]{T_s^4 + D_c}. \quad (41)$$

In cazul când bilanţul cinetic ar fi nul ($T_c = T_s$), sau când am face determinări în vid $\left(p = 0, \text{ deci } \frac{1}{\beta_c} = 0\right)$, ca în actinometrie de exemplu, funcţia D_c se va reduce la termenul pantei

$$D_c = \beta_r \frac{dT_s}{dt}, \quad (42)$$

iar expresia lui T_r ia forma

$$T_r = \sqrt[4]{T_s^4 + \beta_r \frac{dT_s}{dt}}. \quad (43)$$

In cazul echilibrului $\left(\frac{dT_s}{dt} = 0\right)$, funcţia D_c se reduce la termenul cinetic

$$D_c = -\frac{\beta_r}{\beta_c} \cdot \frac{T_c - T_s}{\sqrt{T_c}}, \quad (44)$$

iar expresia temperaturii de radiaţie ia forma

$$T_r = \sqrt[4]{T_s^4 - \frac{\beta_r}{\beta_c} \cdot \frac{T_c - T_s}{\sqrt{T_c}}} \quad (45)$$

Revenind asupra ecuaţiei generale, mai putem considera cazul când temperatura de radiaţie şi temperatura gazului sunt egale ($T_c = T_r = T_x$). Măsurătoarea în acest caz se reduce la indicaţia T_s dată de sondă. Ecuaţia (22) devine

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{1}{\beta_r}(T_x^4 - T_s^4) + \frac{1}{\beta_c} \cdot \frac{T_x - T_s}{\sqrt{T_x}}. \quad (46)$$

Ea ne conduce la o ecuaţie algebrică de gradul IX în $x = \sqrt{T_x}$

$$x^9 + \frac{\beta_r}{\beta_c} x^2 - \left(T_s^4 + \beta_r \frac{dT_s}{dt} \right) x - \frac{\beta_r}{\beta_c} T_s = 0, \tag{47}$$

care prezintă serioase dificultăţi de rezolvare.

Pentru cazul termometrului în echilibru $\left(\frac{dT_s}{dt} = 0 \right)$ ea rămâne tot de gradul IX

$$x^9 + \frac{\beta_r}{\beta_c} x^2 - T_s^4 x - \frac{\beta_r}{\beta_c} T_s = 0 \tag{48}$$

posedând însă o rădăcină $x = \sqrt{T_s}$, de unde $x^2 = T_s = T_c = T_r$, ceea ce corespunde realităţii.

Din relaţiile scrise până acum constatăm că ecuaţia (22) poate fi utilizată pentru toate problemele termometriei în câmp cinetic şi radiativ, servind la determinarea lui T_s, T_r sau T_c, atât în regim variabil, cât şi în cazul când termometrul se află în echilibru cu mediul.

Pe lângă mărimile T_s, $\frac{dT_s}{dt}$, T_r şi T_c care sunt citite la termometre, rezolvarea diferitelor relaţii pe care le-am dedus din (22) mai depinde, după cum am văzut, numai de cei doi factori de inerţie β_r şi β_c pe care i-am definit în lucrarea de faţă. Ei au proprietatea remarcabilă că nu variază cu temperaturile menţionate.

Studierea şi tabelarea variaţiei lor în funcţie de ceilalţi parametri fizici ai gazului şi termometrului, precum şi studierea coeficienţilor de inerţie α_r şi α_c, a căror expresie am stabilit-o de asemenea, vor constitui preocuparea unor cercetări viitoare.

К ТЕРМОМЕТРИИ ГАЗОВ В КИНЕТИЧЕСКОМ И РАДИАЦИОННОМ ПОЛЕ

I. *ВЫРАЖЕНИЕ ОБЩЕГО УРАВНЕНИЯ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ «ФАКТОРОВ ИНЕРЦИИ», КИНЕТИЧЕСКОЙ И РАДИАЦИОННОЙ*

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Устанавливаются в первую очередь функции, определяющие раздельно кинетический α_c и радиационный α_r инерционные коэффициенты (12), (13), (14).

Общее уравнение теплообмена на поверхности термометра (8) может быть наглядно написано (22) при помощи инерционных факторов β_c и β_r (21), определенных таким образом.

T_r, T_c и T_s являются соответственно: радиационной температурой среды, кинетической температурой газа и температурой термометрического зонда; уравнение (22) разрешается отдельно для каждой переменной. Для T_s получено уравнение (25) в общем случае и соотношения

(27), (28), (29), (30), (31) в частных случаях. Для T_c определяется сначала вспомогательная функция D_r (32), с помощью которой устанавливаются уравнения (35), (37), (39). Для T_r также определяется функция D_c и затем уравнения (41), (43), (45) в общем и в частных случаях.

CONTRIBUTIONS À LA THERMOMÉTRIE DES GAZ EN CHAMP CINÉTIQUE ET RADIATIF

I. *L'EXPRESSION DE L'ÉQUATION GÉNÉRALE EN FONCTION DES « FACTEURS D'INERTIE » CINÉTIQUE ET RADIATIVE*

(RÉSUMÉ)

On a établi en première étape les fonctions qui définissent séparément un coefficient d'inertie cinétique α_c et un autre, radiatif, α_r (12), (13) et (14).

L'équation générale (8) des échanges thermiques à la surface du thermomètre peut être écrite d'une manière suggestive (22) à l'aide des « *facteurs d'inertie* » β_c et β_r (21) dont la définition est introduite à cette occasion.

T_r, T_c et T_s étant, respectivement, les températures radiative du milieu, cinétique de l'air et celle de la sonde thermométrique, l'équation (22) a été résolue séparément, du point de vue de chacune de ces variables. Pour T_s on obtient la relation (25) dans le cas général et les relations (27), (28), (29), (30) et (31) dans les cas particuliers. Pour T_c on a défini, au préalable (32), une fonction intermédiaire D_r à l'aide de laquelle on a établi les équations (35), (37) et (39). Pour T_r on a également défini une fonction D_c, puis on a établi les équations (41), (43) et (45) pour le cas général et les cas particuliers.

REFERINŢE DOCUMENTARE

1. A. B. Kalinovski, N. Z. Pinus, *Aerologhia*. Ghidrometeorologhiceskoe Izdatelstvo, Leningrad, 1951, cap. III.
2. W. D. Papalexi şi colab., *Curs de fizică*. Editura Tehnică, Bucureşti, 1951, t. I, cap. XIV.
3. A. T. Bergun, *Termiceskaia inertio plasticento vo termometra v laminarnom vozdušnom potoche*. Trudî TAO, 1948, fasc. 3; cf. [1].
4. M. I. Goltman, *Krabotam po instrumantalnoi meteorologhii v SSSR za poslednie 20 let*. Meteorologhia i Ghidrologhia, 1939, Nr. 4; cf. [1].
5. A. N. Gorodov, I. P. Egorencov, *Vlienie solnecinoi rediaţii na priemniki temperaturî aerologhiceskih priborov*. Trudî NIU—GUGMS, 1946, seria I, fasc. 19; cf. [1].
6. A. B. Kalinovski, Srovnitelnîe zondovie nabliudenia pri pomoşci meteorografov Molceanova i Boş-Hergezelea. Meteorologhia i Ghidrologhia, 1935, Nr. 1—2; cf. [1].
7. P. A. Molceanov, *Otocinosti zondirovania atmosferi metodom radiozanda*. Meteorologhia i Ghidrologhia, 1936, Nr. 2; cf. [1].
8. S. I. Sokolov, *Tocinost temperaturnovo zondirovania atmosferi*. Trudî NIU — GUGMS, 1946, seria I, fasc. 19; cf. [1].
9. I. B. Sereznevki, *Ob inerţii bimetaliceskih termometrov i vozdeistvii na nihsolnecinoi radiaţii*. Jurnal Gheofizikii, 1937, v. 7, fasc. 2—3; cf. [1].
10. V. D. Tretiakov, *K voprosu o metodah izmerenia temperaturî vozduha v svobodnoi atmosfere*. Trudî Vsesoiuznoi konferenţii po izoceniu stratosferi, 1935; cf. [1].

11. A. A. Sepelevski, *Tocinost opredelnia temperaturi v svobodnoi atmosfere.* Trudî NIU — GUGMS, 1946, seria I, fasc. 19; cf. [1].
12. K. D. Lebedeva, S. A. Smirnov, *Pogreşnosti metoda izmerenia temperaturi i vlajnosti vozduha psikhrometricheskimi termometremi v budke.* Trudî, Glavnaia Gheofizicheskaia Observatoria, Leningrad, 1951, t. 25, fasc. 87, p. 5—19; Met. Abs.
13. A. I. Kameneva, *Pogreşnosti poverki aspiraţionih psihrometrov.* Trudî, Glavnaia Gheofizicheskaia Observatoria, Leningrad, 1951, t. 25, fasc. 87, p. 37—48; Met. Abs.
14. Adam Schmuck. *Kilka nirag nad pomiarami temperaturij w klatce meteorologiczenj. Przeglad Meteorologicznyi Hidrologiezny, Warszawa 1948, t. 1, p. 94—97.*
15. W. Geiss, *Versuche über den Strahlungseinfluss auf kleine Platindrahtwiederstandsthermometern mit Cellonglassrahmen.* Zts. f. Meteor., Potsdam, R.D.G.. 1949, t. 3, fasc. 11—12, p. 356—358.
16. Fritz Rössler, *Ueber die Trägheit von feuchten Thermometern.* Zts. f. Meteor., Potsdam, R.D.G., 1950, t. 4, fasc. 9; p. 274—284.
17. K. Gödecke, *Die Strahlungsfehler der Bimetalle bei aerologische Messgeräten.* Ann. der Meteor., 1949, t. 2, fasc. 1—2, p. 18—24.
18. Günther Sieslack, *Bemerkungen zur Trägheitskorrektion bei Höhentemperaturmessungen.* Ann. der Meteor., 1950, t. 3, fasc. 5—6, p. 160—162.
19. Max Hinzpeter, *Wärmeübergang bei Bimetallthermometern.* Ann. der Meteor., 1951, t. 4, fasc. 1—6, p. 291—295.
20. J. Lugeon, P. Ackermann, *Bestimmung der Temperaturfalschmessungen von Radiosondenaufstiegen infolge des Trainageeffektes.* Archiv f. Meteor. Geophys. Bioklim., A, 1951, t. 4, p. 338—342.
21. H. E. Painter, *International radiosonde trials.* Weather, 1950, t. 5, fasc. 9, p. 307 — 310.
22. A. Grigoriu, *Determinarea temperaturii cinetice a unui mediu gazos.* Bul. Şt. Acad. R.P.R., Seria A, t. I, Nr. 4, Martie 1949, p. 375—385.
23. — *Rolul ventilaţiei şi măsura eficacităţii ei în termometria gazelor.* Bul. Şt. Acad. R.P.R., Secţiunea de ştiinţe matematice şi fizice, t. 4, Nr. 3, Iulie-August-Septembrie 1952, p. 635—639.
24. — *Influenţa inerţiei asupra măsurătorilor termometrice în cazul inerţiei variabile.* Nota I. Anal. Acad. R.P.R., Seria Mat. Fiz. Chim., 1950, t III., memoriul 19, p. 441—460.
25. — Idem. Nota II. Bul. Şt. Acad. R.P.R., Seria Mat. Fiz. Chim., t. II, Nr. 4, Aprilie 1950, p. 343—356.
26. — Idem. Nota III. *Trecerea grafică dela curba înregistrată la valorile adevărate.* Lucrările Sesiunii generale ştiinţifice din 2—12 Iunie 1950, p. 377—380.
27. — *Problema mediilor adevărate în înregistrările aparatelor cu inerţie variabilă.* Bul. Şt. Acad. R.P.R., Seria A, t. I, Nr. 2, Ianuarie 1949, p. 131—141.
28. Gh. D. Giurgea, Eroarea de aproximaţie în înregistrările aparatelor cu inerţie variabilă. Bul. Politehnicii, Bucureşti, 1948, t. XVII, Nr. 2—3, p.195—198.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul IV, Nr. 1—2, 1953

O REGULĂ PRIVIND VARIAŢIA RAZELOR ATOMICE ŞI IONICE ŞI A TENSIUNILOR DE IONIZARE

DE

DUMITRU D. PROCOPIU

1. INTRODUCERE

Obiectul lucrării de faţă este găsirea unei reguli care se întemeiază pe rezultatele obţinute la compararea volumelor şi razelor atomice la 75 de elemente, a razelor ionice la 53 de ioni şi a tensiunilor de ionizare la 71 de elemente, pentru care au fost publicate până în prezent datele experimentale [1].

Regula se referă la variaţia razelor aparente ale atomilor şi ale ionilor, precum şi a tensiunilor de ionizare când elementele se află în anumite condiţii. Consideraţiile teoretice care au condus la formularea regulii vor face obiectul unei alte lucrări.

Regula are formula generală

$$r_z = \frac{k \cdot f(n)}{\sqrt{Z}} \tag{1}$$

în care r_z este raza atomului, respectiv a ionului, cu numărul de ordine Z, $f(n)$ este o funcţie a numărului cuantic principal n al stratului electronic periferic al atomului, respectiv al ionului considerat, iar Z este numărul de ordine al elementului considerat. Mărimea k este constantă pentru atomii, respectiv ionii, repartizaţi pe grupele principale sau secundare ale sistemului periodic posedând reţele cristaline identice, iar în cazul ionilor având şi acelaşi număr de sarcini electrice libere.

Constanta k, în condiţiile specifice grupei din care fac parte elementele supuse comparaţiei, precum şi în condiţiile specifice stării în care se află elementele repartizate pe grupe, poate fi asimilată unui spaţiu elementar analog razei primei orbite, din modelul atomic al lui Bohr, deformată corespunzător condiţiilor impuse sistemului considerat.

Admiţând această analogie, suntem conduşi a presupune că relaţia generală (1) se aplică unui electron aflat în stratul periferic al sistemului considerat.

Insemnând cu k_H spaţiul corespunzător razei primei orbite din modelul atomic al lui Bohr, observăm că, în conformitate cu rezultatele înscrise în tablourile comparative, constanta k ar putea fi egalată, după caz, cu valorile k_H/α, k_H/β, k_H/γ etc. în care α, β, γ etc. reprezintă câte un factor de proporţionalitate caracteristic condiţiilor specifice impuse elementului considerat.

Condiţiile specifice impuse sunt reprezentate în special de:
a) starea atomului, liber sau legat de alţi atomi,
b) configuraţia geometrică caracteristică reţelei cristaline,
c) valenţa ionilor pozitivi, respectiv negativi.

Factorii de proporţionalitate α, β, γ etc. sunt caracteristici fiecare câte uneia din condiţiile menţionate la punctele *a*, *b*, *c*, precum şi altor condiţii nespecificate.

Relaţia generală (1) poate fi scrisă sub formele: 1) In cazul atomului în stare liberă

$$r_Z = \frac{k_H/\alpha \cdot f(n)}{\sqrt{Z}} = \frac{k_1 \cdot f(n)}{\sqrt{Z}} . \qquad (2\,a)$$

2) In cazul atomului într'o reţea cristalină

$$r_Z = \frac{k_H/\beta \cdot f(n)}{\sqrt{Z}} = \frac{k_2 \cdot f(n)}{\sqrt{Z}} \qquad (2\,b)$$

3) In cazul unui ion

$$r_Z = \frac{k_H/\gamma \cdot f(n)}{\sqrt{Z}} = \frac{k_3 \cdot f(n)}{\sqrt{Z}} . \qquad (2\,c)$$

Funcţia $f(n)$ a numărului cuantic principal n, aferent stratului electronic periferic, ia uneori, pentru acelaşi element, valori diferite caracteristice stării elementului şi mai ales numerelor de coordinaţie, când atomii sunt aşezaţi în reţele.

Funcţia $f(n)$ ia, în aproape toate cazurile, valoarea unui pătrat perfect. Forma funcţiei $f(n)$ este de tipul $(n + c)^2$, în care, în cazurile menţionate, c ia valori dela zero până la $(n - 1)$.

In tablourile Nr. 1—73, comparaţia s'a făcut aplicând relaţia (1) unui electron aflat, după caz, în stratul electronic periferic al unui atom sau al unui ion, luându-se drept termen de comparaţie, în repartizarea pe grupe, raza determinată empiric a unuia dintre atomii, respectiv ionii grupelor corespunzătoare.

In marea majoritate a cazurilor rezultă asemănări interesante între datele obţinute prin calculul comparativ şi datele experimentale. Trebue să se observe că pentru unele elemente din a doua perioadă, regula nu se aplică în măsura în care se aplică elementelor din celelalte perioade.

Constanta k, determinată empiric pentru unul din elementele grupei respective aflate în condiţii similare, este introdusă în relaţia (1); razele calculate r_C satisfac relaţia

$$r_C = \frac{k \cdot f(n)}{\sqrt{Z}} . \qquad (3)$$

Ţinând seama că la trecerea unui atom neutru într'un ion monovalent pozitiv se desprinde un electron din stratul periferic şi că energia pe care o posedă electronul înainte de desprindere este funcţie de distanţa dintre acest electron şi nucleul cu numărul de ordine Z, am încercat să constatăm în ce măsură relaţia generală (1) poate fi confruntată cu datele experimentale asupra tensiunilor de ionizare corespunzătoare şi am obţinut şi în acest caz rezultate comparative satisfăcătoare.

Rezultatele obţinute la compararea volumelor şi razelor atomice, a razelor ionice şi a tensiunilor de ionizare, în condiţiile expuse, ne-au condus să admitem că regula are un caracter destul de general.

Această regulă ar putea conduce la informaţii noi asupra raporturilor ce există între nucleu şi electronii din învelişul electronic al unui atom.

2. APLICAREA REGULII LA CALCULUL COMPARATIV AL VOLUMELOR ATOMICE ŞI AL RAZELOR ATOMICE ŞI IONICE

Distanţele interatomice şi interionice sunt condiţionate de anumiţi factori, care influenţează construcţia cristalelor. Factorii cei mai importanţi sunt raportul cantităţilor elementelor prezente, raportul mărimii acestor elemente precum şi fenomenele de polarizare care intervin între elementele constitutive ale cristalelor. Intervine încă influenţa pe care o exercită numărul de coordinaţie, modul de aşezare şi sarcina electrică a atomilor vicinali, precum şi influenţa stării termodinamice a sistemului considerat.

Analiza condiţiilor aproximativ similare create de factorii arătaţi impune considerarea atomilor şi a ionilor după clasificarea acestora în grupe, respectiv în subgrupe ale sistemului periodic, principiul regulii urmând să fie verificat prin comparaţia elementelor din grupele respective.

Distanţele interatomice pot fi determinate prin calcul, elementele de bază fiind volumul atomic şi reţeaua cristalină, valorile aflate fiind în concordanţă cu valorile determinate prin măsurări directe efectuate cu ajutorul razelor X.

De exemplu, cubul elementar centrat intern, al sodiului, conţine 2 atomi.

Insemnând cu $V_{a,\,Na}$ volumul atomic al sodiului, cu a latura cubului elementar, şi cu $\mathfrak{N}$ numărul lui Avogadro, egal cu $6{,}022 \cdot 10^{23}$, avem:

$$\frac{2 \cdot V_{a,\,Na}}{\mathfrak{N}} = a^3 = \frac{2 \cdot 23{,}7}{6{,}022 \cdot 10^{23}} = 78{,}70 \cdot 10^{-24}\ \text{cm}$$

$$a = \sqrt[3]{78{,}70 \cdot 10^{-24}} = 4{,}285 \cdot 10^{-8}\ \text{cm}.$$

Distanţa interatomică va fi $\frac{a}{2}\sqrt{3} = 3{,}71$ Å, iar raza sferei atomice va fi $\frac{a}{4}\sqrt{3} = 1{,}85$ Å, în concordanţă cu valoarea experimentală.

Pentru orice element, raza sferei atomice respective este funcţie de volumul atomic şi de reţeaua cristalină specifică a elementului.

Pentru elemente cu aceeaşi reţea cristalină şi care fac parte din aceeaşi grupă, respectiv subgrupă a sistemului periodic, însemnând cu r_a raza sferei atomice, avem:

$$r_a = p \cdot a$$

în care p este un factor de proporţionalitate, indicând raportul geometric dintre atomii celulei elementare, iar a este latura cubului elementar dată de expresia

$$a = \sqrt[3]{\frac{b \cdot V_a}{\mathfrak{N}}}$$

unde b este numărul de atomi din celula elementară.

Insemnând factorul caracteristic elementului $\sqrt[3]{\frac{b}{\mathfrak{R}}}$ cu q, avem

$$r_a = p \cdot q \sqrt[3]{V_a}$$

şi punând $p \cdot q = k_1$, relaţia ia forma $r_a = k_1 \cdot \sqrt[3]{V_a}$.

Introducând această valoare a lui r_a în relaţia

$$\frac{\sqrt{Z} \cdot r_a}{f(n)} = k \tag{4}$$

avem

$$\frac{\sqrt[3]{V_a} \cdot \sqrt{Z}}{f(n)} = \frac{k}{k_1} = K_v \tag{5}$$

în care k_v este o constantă caracteristică elementelor din aceeaşi grupă, respectiv subgrupă a sistemului periodic, elementele în cauză urmând a avea reţeaua cristalină identică şi a fi dispuse, din punct de vedere atomic, în celula elementară după un raport identic. Am însemnat această constantă cu k_v, deoarece ea serveşte ca factor proporţional constant la compararea volumelor atomice.

Constanta k_v are dimensiunile în centimetri, fiind funcţii de $\sqrt[3]{V_a}$.

Dimensiunile constantei k reprezintă un spaţiu elementar şi sunt date în Å.

Determinând pe k_v pentru unul din elementele cuprinse într'o subgrupă şi luând această valoare pentru celelalte elemente care satisfac condiţiilor impuse, putem calcula prin comparaţie volumele atomice ale celorlalte elemente din subgrupă.

Din relaţia (5) reiese că

$$V_{a,z} = \left[\frac{k_v \cdot f(n)}{\sqrt{Z}}\right]^3 \tag{6}$$

relaţie cu ajutorul căreia au fost calculate volumele atomice din tablourile Nr. 1—50.

Având

$$\frac{\sqrt[3]{V_{a,z}} \cdot \sqrt{Z}}{f(n_z)} = \frac{\sqrt[3]{V_{a,z_1}} \cdot \sqrt{Z_1}}{f(n_{z_1})} = \ldots = k_v$$

reiese că

$$\frac{V_{a,z}}{V_{a,z_1}} = \left[\frac{f(n_z)}{f(n_{z_1})} \cdot \frac{\sqrt{Z_1}}{\sqrt{Z}}\right]^3.$$

Razele sferelor atomice pot fi calculate, ţinând seama că avem $k_v = \frac{k}{k_1}$.

Conform relaţiei (4), k poate fi stabilit dacă cunoaştem valoarea r_a pentru unul din atomii dintr'o subgrupă. Razele r_c ale celorlalţi atomi din subgrupa respectivă vor putea fi calculate, introducând valoarea calculată a lui k din relaţia (5) sau valoarea lui k dedusă din relaţia (4), în relaţia generală

$$r_c = \frac{k \cdot f(n)}{\sqrt{Z}}. \tag{7}$$

Această relaţie se aplică atât la calculul comparativ al razelor sferelor de influenţă ale atomilor, cât şi ale ionilor, respectiv la calculul comparativ al razelor atomice şi ionice.

Valorile constantelor k_0 şi k, determinate conform relaţiilor (4) şi (5) pentru fiecare element dintr'o grupă, marchează mici diferenţe $\pm$ faţă de valoarea medie aplicabilă la întreaga grupă.

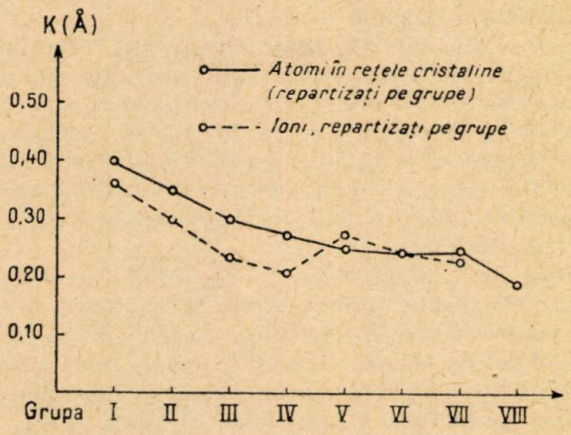


Fig. 1

Variaţia constantelor k_{atom} şi k_{ion} în funcţie de grupele principale şi secundare ale sistemului periodic este redată în figurile 1 şi 2.

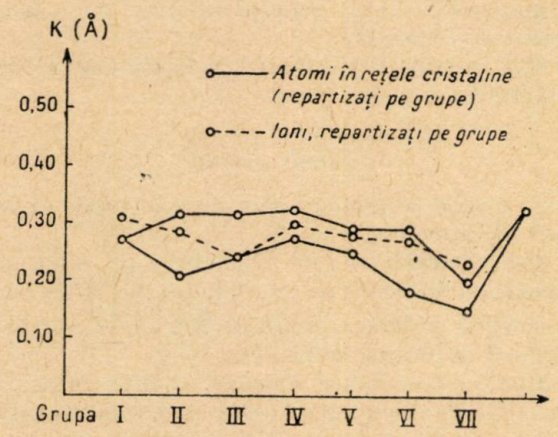


Fig. 2

La elementele cu două sau mai multe numere de coordinaţie, observăm că atât constanta k, cât şi funcţia numărului cuantic principal $f(n)$ iau valori diferite pentru fiecare număr de coordinaţie în parte.

Analizând rolul constantei k în relaţiile (4) şi (5), suntem conduşi a presupune că ea reprezintă un spaţiu elementar, analog razei primei orbite din modelul atomic al lui Bohr. Ţinând seama că un câmp electric este repartizat uniform

în toate direcţiile spaţiului, produsul $k \cdot f(n)$ nu se referă însă la o distribuţie în plan, ci la una în spaţiu.

Prin analiza rezultatelor consemnate în tablourile Nr. 1—74 şi în figurile 1 şi 2, se constată că spaţiul elementar k este funcţie de puterea 1/2 a numărului de ordine Z, de sarcinile electrice libere (în cazul ionilor), de numărul cuantic principal — în numărul cuantic intervenind şi o constantă caracteristică numerelor de coordinaţie — precum şi de configuraţia geometrică impusă celulei elementare de distribuţia atomilor în spaţiu.

Problemele care se pun sunt: 1) Determinarea raportului între razele sferelor atomice reale şi razele sferelor aparente care sunt egale cu jumătatea distanţelor interatomice sau interionice, şi 2) determinarea raportului între razele învelişurilor electronice periferice şi razele învelişurilor electronice intermediare.

In general, presupunem că în mişcarea electronilor în jurul nucleului intervine numărul cuantic principal, după cum reiese din teoria spectrelor. In consecinţă, razele sferelor atomice şi ionice, reale şi aparente, trebue să fie funcţii ale aceluiaşi număr cuantic principal.

Conform datelor din tablourile Nr. 1—74, razele sferelor aparente variază în funcţie de numerele cuantice principale corespunzătoare, de un număr cuantic secundar l, care poate varia dela zero la $(n-1)$ şi de o constantă c; în aproape toate cazurile se constată că $(n + l + c)^2$ ia forma unui pătrat perfect. Atât constanta c, cât şi spaţiul elementar k sunt caracteristice numerelor de coordinaţie, raporturilor geometrice şi sarcinilor electrice libere ale elementelor respective.

Putem deci presupune că razele sferelor atomice sau ionice reale variază, după caz, în funcţie de valorile pe care le ia $f(n)$ pentru razele aparente sau în funcţie de condiţiile specifice, valoarea lui k adaptându-se corespunzător.

Razele sferelor reprezentând straturile electronice intermediare, sunt funcţii mai complexe de numerele cuantice corespunzătoare, de numerele de ordine Z şi de spaţiile elementare respective.

Lucrarea prezentă se mărgineşte numai la considerarea straturilor electronice periferice ale atomilor sau ale ionilor.

a) *Razele atomice*

Vor fi date acum o serie de tablouri care cuprind razele atomice, adică razele sferelor de influenţă ale atomilor.

In tablourile care urmează, atomii repartizaţi pe subgrupe ale sistemului periodic, vor fi trecuţi cu numerele de coordinaţie, respectiv sistemul de cristalizare. In a doua coloană se indică produsul $\sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{Z}$, unde V este volumul atomic, iar Z numărul de ordine respectiv.

In coloanele următoare se indică numărul cuantic principal n al stratului electronic periferic considerat, funcţia $f(n)$ a numărului cuantic principal, care serveşte la calculul comparativ al volumelor şi razelor atomice şi valorile constantei k_v în centimetri. In celelalte coloane sunt date valorile V_{det} ale volumelor atomice determinate şi valorile V_{calc} ale volumelor atomice calculate prin expresia

$$V_{calc.} = \left[\frac{k_v \cdot f(n)}{\sqrt{Z}}\right]^3$$

unde k_v are valoarea medie pentru subgrupa respectivă.

Urmează apoi diferenţa $V_{det} - V_{calc}$ în procente, raza aparentă r_a a atomului considerat, respectiv 1/2 din distanţele interatomice respective, după cum aceste valori au fost determinate fie direct, fie pe baza volumelor atomice şi a numerelor de coordinaţie respective. Şi în sfârşit, ultimele coloane conţin valoarea calculată r_c a razei aparente a atomului considerat şi diferenţa $r_a - r_c$ în procente. Razele r_a şi r_c sunt date în angstromi.

Raza aparentă s'a calculat din relaţia

$$r_c = \frac{k \cdot f(n)}{\sqrt{Z}}$$

unde k reprezintă valoarea medie a spaţiului elementar aparent, caracteristic subgrupei respective.

Tabloul Nr. 1 dă razele atomilor din subgrupa *a* a grupei I-a; constantele acestei subgrupe fiind

$$f(n) = (n+1)^2$$

$$k_{v,\ mediu} = 0{,}622 \text{ cm}$$

$$k = 0{,}4 \text{ Å}.$$

In această subgrupă observăm o abatere dela regulă: Dacă luăm la *Li* pe $f(n) = 9$, obţinem pe $k_v = 0{,}452$ cm, depărtată de valoarea medie a lui k_v egală cu 0,622 cm; pe care am folosit-o la elementele *Na*, *K*, *Rb* şi *Cs*.

Volumele atomice au fost calculate introducând în relaţia

$$\left[\frac{k_v \cdot f(n)}{\sqrt{Z}}\right]^3$$

valoarea lui k_v mediu = 0,622 cm, caracteristică potasiului. Folosind această valoare la calcularea volumului atomic al litiului, găsim ca valoare indicată pe $f(n) = 6{,}5$, resp. $\frac{n^2 + (n+1)^2}{2}$.

Această abatere dela regulă o vom mai întâlni şi la alte elemente din a doua perioadă a sistemului lui Mendeleev.

Din datele tabloului Nr. 1 putem ilustra valorile apropiate de forma pătratului perfect pe care le întâlnim la elementele Na—Cs, precum şi abaterea pe care o prezintă litiul. In acest scop, împărţim produsul $\sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{Z}$ la k_v mediu, $f(n)$ luând succesiv următoarele valori:

6,548; 15,316; 25; 37,37; 49,12

respectiv

$2{,}5589^2$ $3{,}9136^2$ 5^2 $6{,}113^2$ $7{,}0086^2$.

Razele atomice au fost calculate stabilind empiric pentru potasiu valoarea k egală cu 0,4 Å conform relaţiei

$$r_c = \frac{k \cdot f(n)}{\sqrt{Z}}.$$

Introducând în relaţia de mai sus pentru $f(n)$ şi Z valorile corespunzătoare celorlalte elemente din grupă şi menţinând pe $k = 0{,}4$ Å, aflăm valorile r_c înserate în coloana respectivă.

In tabloul Nr. 2 sunt date razele atomice pentru subgrupa *b* a grupei I-a, constantele caracteristice fiind

$$f(n) = (n + 1)^2$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}414 \text{ cm}$$

$$k = 0{,}2757 \text{ Å}.$$

Valorile pentru r_a au fost extrase din *Manualul Inginerului Chimist* [2] şi corespund numărului de coordinaţie 12.

In «Angewandte Chemie» [3] pentru Cu este dată valoarea $r_a = 1{,}13$ Å. Această valoare s'ar putea datora eventual unei erori de tipar, deoarece după calculul structurii reiese ca valabilă valoarea indicată în *Manualul Inginerului Chimist.*

Raporturi mai exacte între Ag şi Au obţinem în cazul în care dăm lui $f(n)$ valori corespunzătoare lui $(n + 2)^2$, aşa cum se face în tabloul Nr. 3. Caracteristic pentru acest tablou sunt valorile

$$f(n) = (n + 2)^2$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}304 \text{ cm}$$

$$k = 0{,}2015 \text{ Å}.$$

Valoarea k din primul tablou se înscrie mai bine pe curba din figurile 1 şi 2 care reprezintă variaţia constantei k în funcţie de grupele sistemului periodic.

Observaţie. Desigur că în afara funcţiilor $f(n)$ reprezentând pătrate perfecte, există o serie de funcţii de tip $f(n) = n^2 + pn + q$, care ne conduc la diferenţe mai mici la comparaţia volumelor, respectiv a razelor atomice. Se poate întocmi de exemplu tabloul Nr. 4 cu următoarele valori caracteristice

$$f(n) = (n + 1)^2 + 5\,(n - 2)$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}452 \text{ cm}$$

$$k = 0{,}2925 \text{ Å}.$$

Tabloul Nr. 5 dă razele atomice pentru subgrupa *a* a grupei a II-a, ale căror valori caracteristice sunt

$$f(n) = (n + 1)^2$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}53 \text{ cm}$$

$$k = 0{,}3506 \text{ Å}.$$

Deşi raza atomică a beriliului corespunde numărului de coordinaţie 12, asemenea celorlalte elemente din grupă, constatăm că obţinem rezultate satisfăcătoare pentru Be, în cazul în care luăm pe $f(n) = \dfrac{n^2 + (n + 1)^2}{2}$, ca şi în cazul litiului.

Dacă luăm după Perry [4] volumul atomic al beriliului 4,96, diferenţa la volumul atomic calculat se reduce la 2%, iar pentru bariu diferenţa la volumul atomic calculat se reduce la 6,2% dacă se ia volumul atomic al bariului 39,25 după Perry.

In literatură [2], [4] se indică densitatea calciului 1,55, corespunzând volumul atomic 25,8, pentru care $k_v = 0{,}5286$ cm. Dacă luăm această valoare pentru $k_{v,\ \text{mediu}}$, diferenţele la Mg, Ba şi Ra pentru volumele atomice calculate devin ceva mai mici.

Pentru subgrupa *b* a grupei a II-a, tabloul Nr. 6 dă razele atomice, valori caracteristice fiind

$$f(n) = (n+1)^2$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}4525 \text{ cm}$$

$$k = 0{,}2917 \text{ Å}.$$

In acest tablou, valorile r_a care corespund numărului de coordinaţie 12 (legătura metalică) sunt luate din *Manualul Inginerului Chimist*.

Aceste valori nu corespund valorilor numerelor de coordinaţie 6,6 din « Angewandte Chemie » In tablourile Nr. 7 şi 8 este redat calculul comparativ bazat pe aceste raze atomice. In tabloul Nr. 7, $f(n) = (n+1)^2$, iar în tabloul Nr. 8, $f(n) = (n+2)^2$, din care se vede că funcţiile numerelor cuantice principale variază cu fiecare număr de coordinaţie.

Comparaţiile sunt făcute în raport cu valorile obţinute pentru cadmiu. Rezultatele obţinute la comparaţia razelor atomice ne conduc la ideea de a lua la comparaţia volumelor atomice media patratelor respective, ajungând astfel la rezultatele mai bune din tabloul Nr. 9. Valorile caracteristice respective sunt

$$f(n) = \frac{(n+1)^2 + (n+2)^2}{2}$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}383 \text{ cm}.$$

Micile diferenţe observate la elementele de mai sus pot fi explicate prin variaţia reţelelor elementelor respective.

In tabloul Nr. 10 sunt date volumele atomice pentru subgrupa *a* a grupei a III-a.

Valorile caracteristice sunt

$$f(n) = (n+1)^2$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}438 \text{ cm}.$$

Din datele avute la îndemână, reiese că numai pentru lantan avem o indicaţie certă privitor la valoarea densităţii.

Pentru scandiu, *Manualul Inginerului Chimist* şi Hollemann [5] ne indică densitatea egală cu 3,1, iar Perry, cca 2,5.

Pentru ytriu, Biltz [6], Hollemann şi *Manualul Inginerului Chimist* ne indică densitatea egală cu 4,34, Perry ne indică densitatea egală cu 5,51.

In tabloul Nr. 10, volumele atomice pentru scandiu şi ytriu au fost luate pe baza densităţilor 3,1, respectiv 5,51.

Pentru razele atomice ale elementelor de mai sus, avem date numai pentru numărul de coordinaţie 12, aceste valori fiind calculate însă în funcţie de volume atomice, pentru care se indică date contradictorii.

Plecând dela raza atomică a lantanului pentru numărul de coordinaţie 12, pentru care manualele ne indică 1,86 Å, obţinem în raport cu $k = 0{,}3$ Å următoarele rezultate, care pot diferi de cele reale cu cca 1—4%:

Sc 1,64 Å,

Y 1,73 Å

La 1,94 Å,

raza atomică a lantanului pentru numărul de coordinaţie 12 fiind 1,86 Å.

Scandiul şi lantanul apar şi cu o structură hexagonală. Considerând structura hexagonală a elementelor de mai sus, caracterizată prin raze atomice cu valori diferite pentru fiecare din cele 2 numere de coordinaţie 6, pu em întocmi tabloul Nr. 11, comparaţia făcându-se prin metoda mediei pătratelor; valorile caracteristice sunt

$$f(n) = \frac{(n+1)^2 + (n+2)^2}{2}$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}375 \text{ cm.}$$

Volumului atomic calculat pentru scandiu, 15,58 cm³, îi corespunde densitatea 2,89, care se află între valoarea 3,1 şi 2,5 indicată de autorii menţionaţi mai sus.

Este interesant că aplicând această metodă, putem insera în această grupă şi elementele Al şi B, după cum arată tabloul Nr. 12; în acest caz,

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}375 \text{ cm.}$$

Pentru bor şi aluminiu, putem întocmi şi tabloul Nr. 13, cu toate că structura borului nu ne este cunoscută. Din acest tablou reiese că

$$k = 0{,}5729 \text{ Å.}$$

Comparaţia a fost făcută în raport cu valorile corespunzătoare aluminiului. Razele atomice sunt cele indicate în *Manualul Inginerului Chimist* şi corespund numărului de coordinaţie 12.

In tabloul Nr. 14 sunt date volumele atomice pentru galiu, indiu şi taliu (subgrupa *b* a grupei a III-a); valorile caracteristice fiind

$$f(n) = (n+2)^2$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}3575 \text{ cm.}$$

Deoarece fiecare din elementele de mai sus au cel puţin câte 2 numere de coordinaţie, aplicând metoda mediei pătratelor putem afla rezultatele mai bune din tabloul Nr. 15; în acest caz, valorile caracteristice sunt

$$f(n) = \frac{(n+1)^2 + (n+2)^2}{2}$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}4124 \text{ cm.}$$

Pentru comparaţia razelor atomice, valorile r_a au fost extrase din literatură [3]. Vom face comparaţia pentru numere de coordinaţie cât mai apropiate între ele, aşa cum arată tabloul Nr. 16.

Observaţie. Mai remarcăm, că putem insera în această subgrupă şi aluminiul, precum şi borul, dacă admitem pentru acesta abaterile dela pătratul perfect al funcţiei cuantice.

La elementele Al, Ga, In, şi Tl, constanta k_v ia, pentru $f(n) = (n+1)^2$, succesiv următoarele valori: 0,483 cm, 0,507 cm, 0,487 cm şi 0,475 cm.

La volumele atomice, calculate pe baza valorii k_v pentru aluminiu egală cu 0,483 cm, vom avea deci abaterea mai mare în cazul galiului.

Ţinând seama de structurile variate ale elementelor din această subgrupă, rezultatele obţinute pe baza acestei comparaţii sunt satisfăcătoare.

Tabloul Nr. 17 dă razele atomice pentru elementele din subgrupa *a* a grupei a IV-a; valorile caracteristice respective fiind

$$f(n) = (n+1)^2$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}4136 \text{ cm}$$

$$k = 0{,}2758 \text{ Å}.$$

Valorile $\sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{Z}$ sunt calculate pe baza densităţilor indicate de W. Biltz şi menţinute cu valori apropiate de Hollemann şi în *Manualul Inginerului Chimist*. Perry indică pentru densităţi, valorile din care rezultă volume atomice cu diferenţe sensibile în raport cu volumele atomice indicate în tabloul Nr. 17. Pentru ilustrare dăm mai jos tabloul Nr. 18 pentru subgrupa *a*, întocmit pe baza datelor extrase din Perry. Valorile caracteristice în acest caz sunt

$$f(n) = (n+1)^2$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}4248 \text{ cm}.$$

Diferenţele între diverşii autori par explicabile, ţinând seama că o parte din elementele de mai sus apar în mai multe structuri, iar fiecărei structuri îi corespunde o altă densitate. De exemplu titanul posedă o reţea hexagonală compactă sau o reţea cubică centrată intern, zirconul la temperaturi joase are o reţea cubică centrată intern şi o formă mai puţin stabilă, hexagonală compactă.

Ceriul posedă o reţea cubică centrată pe feţe sau o reţea hexagonală compactă. Hf posedă o reţea hexagonală compactă, iar Th o reţea cubică cu feţe centrate.

Din această cauză, numerele de coordinaţie 6,6 caracteristice reţelei hexagonale compacte, şi indicate în tabloul de mai sus la elementele Ti, Zr, Ce sunt menţionate ca atare, presupunând că densităţile au fost stabilite pentru această structură.

Valorile r_a corespund legăturii metalice, respectiv numărului de coordinaţie 12, şi sunt extrase din *Manualul Inginerului Chimist*.

Tabloul Nr. 19 este întocmit pentru subgrupa *b*; valorile caracteristice fiind

$$f(n) = (n+2)^2$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}3748 \text{ cm}.$$

Din cauză că elementele din grupă posedă structuri diferite, rezultatele nu sunt concludente. Comparând însă Ge 4,12 şi Sn 4,12, pentru $f(n) = (n+1)^2$ constanta k_v este aproape identică pentru ambele elemente.

Funcţia $f(n)$ ia în acest caz valoarea reală, corespunzătoare lui $(n+1)^2$, iar volumele atomice calculate vor avea valori foarte apropiate de cele reale, după cum se vede din tabloul Nr. 20.

In tabloul Nr. 21 este redată comparația razelor atomice în funcție de numărul de coordinație 4, valorile r_a fiind extrase din literatură [3]. Funcția $f(n)$ are forma $(n+1)^2$ în primele două cazuri și $(n+2)^2$ în ultimul caz, iar $k = 0{,}276$ Å.

In parantezele din tablou sunt scrise numerele de coordinație.

Incercând să inserăm în această grupă și valorile elementelor C și Si cu numărul de coordinație 4, obținem tabloul Nr. 22 cu

$$k = 0{,}276 \text{ Å}.$$

Tabloul Nr. 23 dă razele atomice pentru aceleași elemente, în cazul numărului de coordinație 12. Rezultate satisfăcătoare se obțin și cu $f(n) = (n+1)^2$ cu valorile indicate în tabloul Nr. 24, în care caz putem îngloba și pe C_{12} și Si_{12}.

In tabloul Nr. 25 sunt date razele atomice, în legături metalice, pentru elementele Si, Ge, Sn, Pb cu valorile r_a extrase din *Manualul Inginerului Chimist.* Comparația este făcută în raport cu valorile corespunzătoare Pb-ului.

Constanta k ia în acest caz valoarea egală cu cea a constantei $k = 0{,}3234$ Å folosită la comparația razelor atomice efective corespunzătoare numărului de coordinație 12.

Comparația volumelor atomice la elementele carbon și siliciu (structura diamantului) este arătată în tabloul Nr. 26, unde

$$f(n) = n^2$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}9215 \text{ cm}$$

iar comparația razelor atomice este arătată în tabloul Nr. 27.

In tabloul Nr. 28 sunt date razele atomice pentru subgrupa *a* a grupei a V-a; valorile caracteristice sunt

$$f(n) = (n+1)^2$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}3879 \text{ cm}$$

$$k = 0{,}2494 \text{ Å}.$$

Valorile pentru r_a sunt extrase din N e u b u r g e r [7] și corespund numărului de coordinație 8. Volumul atomic și raza atomică pentru Pa sunt calculate pentru numărul de coordinație 8.

Tabloul Nr. 29 dă volumele atomice pentru elementele subgrupei *b* cu valorile caracteristice

$$f(n) = (n+2)^2$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}3940 \text{ cm}.$$

In această subgrupă, unele elemente au mai multe structuri cristaline. Comparația o vom face în funcție de structurile care sunt identice sau sunt apropiate între ele.

Distanțele atomice variind cu numerele de coordinație respective, funcția numărului cuantic sub forma de pătrat perfect ne conduce la calcularea volumelor atomice la diferențe sensibile. Aplicând la grupa As, Sb, și Bi metoda mediei pătratelor, aflăm rezultate bune, după cum se vede din tabloul Nr. 30, unde

$$f(n) = \frac{(n+1)^2 + (n+2)^2}{2}$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}4434 \text{ cm}.$$

Diferenţa relativ mare la P poate fi explicată prin numerele de coordinaţie diferite de cele ale grupei As, Sb, şi Bi, trigonale. Valoarea calculată a volumului atomic pentru P, egală cu 12,929 se apropie de aceea a volumului atomic al fosforului cubic, egală cu 13,3. După *Manualul Inginerului Chimist*, volumul atomic al fosforului monoclin este 13,32.

In tablourile Nr. 31 şi 32 sunt comparate razele atomice pentru P, As, Sb şi Bi cu valorile r_a extrase din [3].

In tabloul Nr. 31 funcţia $f(n)$ are forma $(n+1)^2$ pentru un număr de coordinaţie 3, iar pentru al doilea număr de coordinaţie 3, în tabloul Nr. 32 forma $(n+2)^2$ afară de P, pentru care $f(n) = (n+1)^2$.

Diferenţele constatate la fosfor se datoresc structurii diferite.

Tabloul Nr. 33, care dă volumele atomice la aceste elemente, ajunge la rezultate interesante privind structura lor. In acest tablou avem respectiv

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}541 \text{ cm}$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}577 \text{ cm}$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}2549 \text{ cm}.$$

Tabloul Nr. 34 dă razele atomice pentru Cr, Mo, W şi U. Pentru primele trei elemente, valorile caracteristice sunt

$$f(n) = (n+1)^2$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}3787 \text{ cm}$$

$$k = 0{,}24299 \text{ Å}.$$

Elementele Cr, Mo şi W au o structură cubică centrată intern. Uraniul are o structură hexagonală caracteristică. Probabil că din această cauză, valoarea constante k_v ia la acest element o valoare relativ scăzută în raport cu celelalte elemente din subgrupă. Aplicând la uraniu metoda mediei pătratelor, pe care am folosit-o şi la alte elemente cu structură hexagonală, obţinem rezultate comparative mai bune.

La uraniu obţinem pentru $f(n) = (n+1)^2$ pe $k_v = 0{,}3481$ cm. Volumul atomic calculat pe baza constantei $k_v = 0{,}3787$ cm este 16,34, deci cu cca 27% mai mare decât cel real. Folosind metoda mediei pătratelor, se obţin valorile din ultimul rând al tabloului Nr. 34 cu valorile caracteristice

$$f(n) = \frac{(n+1)^2 + (n+2)^2}{2}$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}3787 \text{ cm}$$

$$k = 0{,}24299 \text{ Å}.$$

Valorile razelor atomice sunt extrase din N e u b u r g e r şi corespund numărului de coordinaţie 8.

In tabloul Nr. 35 sunt date volumele atomice pentru subgrupa b; valorile caracteristice fiind în acest caz

$$f(n) = (n+2)^2$$

$$k_v = 0{,}3997 \text{ cm}.$$

Ţinând seama de structurile diferite ale elementelor de mai sus, rezultatele sunt satisfăcătoare.

Comparaţia razelor atomice este dată în tablourile Nr. 36 şi 37, valorile pentru r_a fiind extrase din « Angewandte Chemie ». In parantezele din tablouri sunt indicate numerele de coordinaţie.

O relaţie interesantă reiese din tabloul Nr. 38, în care sunt comparate razele covalente ale oxigenului şi sulfului.

In tabloul Nr. 39 se compară razele atomice pentru Mn, Te şi Re (subgrupa *a* a grupei a VII-a), valorile caracteristice fiind

$$f(n) = (n + 1)^2$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}374 \text{ cm}$$

$$k = 0{,}25 \text{ Å}.$$

Structurile manganului şi reniului fiind profund deosebite — celula elementară a manganului conţinând 58 de atomi — diferenţele rezultate la comparaţia volumelor atomice sunt explicabile.

Razele atomice corespund numărului de coordinaţie 8 şi sunt extrase din N e u b u r g e r. In realitate, reniul având simetrie hexagonală, razele atomice variază cu fiecare număr de coordinaţie.

Valoarea $k = 0{,}25$ Å se înscrie bine pe curba variaţiei razelor atomice în funcţie de grupele sistemului periodic.

Obţinem rezultate mai bune la comparaţia razelor atomice pentru structura cubică, dacă luăm pe $f(n) = (n + 2)^2$ ca în tabloul Nr. 40, unde valorile caracteristice sunt

$$f(n) = (n + 2)^2$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}2743 \text{ cm}$$

$$k = 0{,}1791 \text{ Å}.$$

Comparaţia volumelor atomice ale elementelor F, Cl, Br, în stare lichidă este dată în tabloul Nr. 41; valorile caracteristice fiind

$$f(n) = (n + 2)^2$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}4834 \text{ cm}.$$

La comparaţia volumelor atomice ale halogenilor în stare solidă, nu avem indicaţii asupra densităţii fluorului solid. Aplicând la volumul atomic al fluorului lichid o reducere de cca 27%, pe care o observăm la volumul atomic al clorului solid în raport cu volumul atomic al clorului lichid — la brom observându-se în mod analog o reducere de cca 24% — obţinem pentru fluorul solid volumul atomic 12,5, valoare care concordă cu limitele 12—13 indicate de B i l t z.

In tabloul Nr. 42 sunt date volumele atomice pentru halogeni, valorile caracteristice fiind

$$f(n) = (n + 2)^2$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}4360 \text{ cm}$$

iar în tablourile Nr. 43, 44 sunt comparate razele atomice pentru numerele de coordinaţie 1 şi 2.

Valorile pentru r_a sunt extrase din « Angewandte Chemie ».

Valorile r_a pentru astatin sunt date sub rezerva că acest element are structura identică cu structura celorlalte elemente din grupă.

In tabloul Nr. 45 este redată comparația razelor covalente, valorile r_a fiind extrase din *Manualul Inginerului Chimist.*

Comparația a fost făcută în raport cu valoarea razei covalente a bromului.

In tabloul Nr. 46 sunt comparate razele atomice pentru Fe, Ru, Os; valorile caracteristice fiind

$$f(n) = (n + 2)^2$$

$$k_{v,\ mediu} = 0{,}2723 \text{ cm}$$

$$k = 0{,}17563 \text{ Å}.$$

Valorile pentru r_a sunt extrase din N e u b u r g e r și corespund numărului de coordinație 8. Pentru numerele de coordinație 6,6 nu am avut la dispoziție datele necesare.

Am observat la alte elemente, cu două sau mai multe numere de coordinație, că fiecărui număr de coordinație îi corespunde o altă valoare a funcției numărului cuantic principal. Dacă aplicăm la Ru și Os metoda mediei pătratelor, aflăm pentru aceste elemente rezultate bune, caracterizate printr'un k_v aproape identic, cum se vede în tabloul Nr. 47.

Din cele de mai sus putem deduce că, pentru un număr de coordinație 6 al elementelor Ru și Os, urmează să luăm pe $f(n) = (n + 1)^2$, iar pentru celălalt număr de coordinație 6, pe $f(n) = (n + 2)$.

La grupa următoare razele atomice corespund numărului de coordinație 12 (cum se vede în tabloul Nr. 48) iar valorile lor sunt extrase tot din [7]. In acest caz, valorile caracteristice sunt

$$f(n) = (n + 2)^2$$

$$k_{v,\ mediu} = 0{,}2771 \text{ cm}$$

$$k = 0{,}18344 \text{ Å}.$$

Diferența observată la $Co_{6,6}$ pare explicabilă prin sistemul de cristalizare diferit de al celorlalte elemente din grupă.

La grupa următoare (tabloul Nr. 49), diferența observată la Ni, care are un număr de coordinație identic cu al celorlalte din grupă, nu poate fi explicată ca în cazurile specificate mai sus. Valorile caracteristice sunt aici

$$f(n) = (n + 2)^2$$

$$k_{v,\ mediu} = 0{,}2865 \text{ cm}$$

$$k = 0{,}18962 \text{ Å}.$$

In cazul nichelului, putem explica diferența relativ mare (+12,2%) la volumul atomic calculat, prin faptul că greutatea atomică nu marchează creșterea normală în raport cu celelalte elemente, volumul atomic fiind funcție de masa atomică.

Este interesant totuși, că la comparația razelor atomice nu obținem în cazul nichelului diferențe atât de sensibile ca la comparația volumelor atomice, raza atomică observată fiind 1,24 — 1,25 Å, iar cea calculată 1,26 Å.

In tabloul Nr. 50 sunt comparate razele atomice ale gazelor rare (grupa 0); valorile caracteristice respective fiind

$$f(n) = (n + 2)^2$$

$$k_{v,\ \text{mediu}} = 0{,}4868 \text{ cm}$$

$$k = 0{,}32498 \text{ Å}.$$

Valorile pentru razele atomice sunt extrase din [3]. Aceste valori corespund numărului de coordinație 12. Pentru comparație s'au luat valorile corespunzătoare argonului. Sunt de remarcat micile diferențe între valorile determinate pe cale röntgenografică pentru razele atomice și între valorile determinate prin calcul. Acest fapt ne face să presupunem că volumele atomice, pentru care constatăm diferențe relativ mari între valorile determinate empiric și între cele determinate prin calcul, sunt susceptibile de a fi revizuite.

Din tabloul Nr. 50 rezultă că raza atomică a heliului are o valoare cuprinsă între 2,0032 Å — 2,0682 Å. Prima valoare este valabilă pentru cazul în care volumul atomic al heliului are valoarea 27.

b) *Razele ionilor*

Vom arăta acum razele sferelor de influență ale ionilor. In tablourile Nr. 51 — 59, ionii sunt indicați cu valența respectivă. Se indică apoi produsul razei aparente r_G a ionului respectiv prin radicalul numărului de ordine Z al elementului considerat; produsul $r_G \cdot Z$ este exprimat în angstromi. Valorile razelor ionice aparente sunt cele determinate pe cale experimentală de V. M. Goldschmidt [8]. In coloanele următoare sunt indicate numerele cuantice principale n ale straturilor electronice periferice, funcția $f(n)$ a numărului cuantic principal, care servește la calculul comparativ al razelor ionice și valoarea medie k a spațiului elementar aparent, în angstromi. Urmează apoi valoarea calculată a razelor ionice aparente r din expresia

$$r = \frac{f(n) \cdot k}{Z}$$

și valorile razelor aparente ale ionilor determinate empiric de V. M. Goldschmidt, notate r_G precum și valorile razelor ionilor calculate de Pauling [9], notate r_P. Toate aceste raze ionice sunt date în angstromi. Valorile razelor r_G corespund celor indicate de Neuburger, fiind menținute în publicațiile recente, de exemplu [2].

In ultimele coloane se indică diferențele $r - r_G$ și $r - r_P$ în procente.

Valorile, în raport cu care s'a făcut comparația, au fost subliniate.

In tabloul Nr. 51 sunt date razele ionilor elementelor din grupa I-a, în acest caz $f(n) = (n + 1)$;

In tabloul Nr. 52 sunt date razele ionilor elementelor din grupa a II-a, funcția $f(n)$ având aceeași formă $f(n) = (n + 1)^2$.

In tabloul Nr. 53 sunt date razele onilor elementelor din grupa a III-a; de astădată funcția $f(n)$ este $f(n) = (n + 1)^2$ sau $f(n) = n^2$.

Cu toate că rezultatele obținute cu $f(n) = n^2$ la subgrupa Ga, In, Tl sunt foarte bune în raport cu valorile Goldschmidt, rezultatele obținute cu $f(n) = (n+1)^2$ se apropie de valorile Pauling și se înscriu mai bine pe curba variației lui k în funcție de numărul grupei. Tabloul Nr. 54 dă rezultatele cu $f(n) = (n+1)^2$.

In tabloul Nr. 55 sunt date razele ionilor elementelor din grupa a IV-a, unde $f(n)$ este fie de forma $(n+1)$, fie de forma n^2.

In tabloul Nr. 56 sunt date razele ionilor elementelor din grupa a V-a, unde $f(n)$ este de forma n^2. Comparaţia este făcută în raport cu niobiul, singurul element din grupă pentru care avem date precise.

In tabloul Nr. 57 sunt date razele ionilor elementelor din grupa a VI-a, cu $f(n) = n^2$ iar în tabloul Nr. 58 sunt date razele ionilor elementelor din grupa a VII-a, cu $f(n) = n^2$.

In tabloul Nr. 59 sunt date razele ionilor pentru ionii negativi ai metaloizilor din grupele a VI-a şi a VII-a. In acest caz, funcţia $f(n)$ este de forma $(n+1)^2$. Valoarea $k = 0{,}429$ Å este media valorilor

0,415 Å, 0,435 Å, 0,446 Å, 0,422 Å

ale elementelor O, S, Se, Te. Valoarea $k = 0{,}454$ Å este media valorilor

0,443 Å, 0,466 Å, 0,464 Å, 0,443 Å

ale elementelor F, Cl, Br, I. Sunt de remarcat valorile identice ale mărimii k pentru F şi I, respectiv pentru Cl şi Br.

3. APLICAREA REGULII LA CALCULUL COMPARATIV AL TENSIUNILOR DE IONIZARE

Energia necesară îndepărtării unui electron din învelişul electronic al atomului este funcţie de distanţa dintre nucleu şi electronul considerat, precum şi funcţie de sarcina nucleului.

In lucrarea de faţă vom încerca să vedem în ce măsură regula enunţată este verificată prin comparaţia tensiunilor de ionizare necesare obţinerii unor ioni monovalenţi, deoarece raportul acestor tensiuni de ionizare ne poate da indicaţii asupra raportului razelor atomice respective, tensiunile referindu-se la un electron de valenţă.

Conform relaţiei (1) energia electronului aflat în stratul periferic cu raza r_z urmează să varieze conform relaţiei

$$W = -\frac{1}{2}\,\alpha\,\frac{e^2}{k_H}\cdot\frac{\sqrt{Z}}{f(n)} \tag{8}$$

după ce am notat $k = \frac{k_H}{\alpha}$, în care α este un factor de proporţionalitate caracteristic subgrupei din care face parte elementul cu numărul de ordine Z, factor care are ca scop de a ţine seama de contribuţia energiei cinetice şi de prezenţa celorlalţi electroni, iar $k_H = \frac{h^2}{4\pi^2 me^2}$.

Pentru cazul tensiunii de ionizare V_Z, avem

$$V_Z \cdot e = h\cdot\nu = \frac{\alpha\cdot 2\pi^2\cdot me^4}{h^2}\,\frac{\sqrt{Z}}{f(n)}\,. \tag{9}$$

Numărul de electroni volţi îl vom afla împărţind relaţia (9) la $1{,}602.10^{-12}$ erg, valoarea în ergi a unui electron volt.

Pentru două sau mai multe elemente din aceeaşi subgrupă a sistemului periodic, raportul dintre valorile tensiunilor de ionizare va tr bui să fie egal sau foarte apropiat de raportul dintre factorii $\frac{\sqrt{Z}}{f(n_z)}$.

Spre verificare, urm ază ca tensiunile de ionizare să se supună raportului

$$V_{Z_1} : V_{Z_1} : \ldots V_{Z_x} = \frac{\sqrt{Z_1}}{f(n_{z_1})} : \frac{\sqrt{Z_2}}{f(n_{z_2})} : \ldots \frac{\sqrt{Z_x}}{f(n_{z_x})} \tag{10}$$

în care Z_1 Z_2, Z_x sunt numerele de ordine ale elementelor din aceeaşi subgrupă a sistemului periodic; V_{Z_1}, V_{Z_2}, V_{Z_x} tensiunile de ionizare caracteristice acestor elem nte, iar $f(n_{Z_2})$ etc. sunt funcţiuni ale numărului cuantic principal, care apar sub forma unor pătrate perfecte.

Privitor la factorul de proporţionalitate α, acesta apare ca un coeficient de reducere a spaţiului elementar $k_H = 0{,}53$ Å, k fiind luat în acest caz egal cu k_H/α, egalitatea fiind formală şi ca o consecinţă a aplicării reguli'.

Determinarea coeficientului α se face în modul următor:

Ştim că valoarea tensiunii de ionizare a hidrogenului poate fi calculată din relaţia

$$V_H = \frac{2\pi^2 \cdot m \cdot e^4}{h^2} \frac{1}{1{,}602 \cdot 10^{-12}\ \text{erg}} = 13{,}59\ \text{V}. \tag{11}$$

Comparând relaţiile (9) şi (11), observăm că

$$\frac{V_H}{V_Z} = \frac{1}{\alpha \dfrac{\sqrt{Z}}{f(n)}}$$

de unde rezultă că

$$V_Z = V_H \cdot \alpha \cdot \frac{\sqrt{Z}}{f(n)} \tag{12}$$

şi

$$\alpha = \frac{V_Z}{V_H \cdot \dfrac{\sqrt{Z}}{f(n)}}. \tag{13}$$

La stabilirea raportului V_H/V_Z, constantele Rydberg R_H şi R_Z au fost egalate pentru uşurinţa calculelor.

Cu ajutorul relaţiei (12) este posibil a calcula cu suficientă aproximaţie tensiunile de ionizare ale elementelor dintr'o g upă a sau b a sistemului periodic, α urmând a fi determinat empiric aplicând r.laţia (9) a unul din elementele cuprinse în grupa respectivă.

Valorile coeficienţilor α sunt date în tablourile Nr. 72 şi 73, în tablourile dela Nr. 60—70 s'au folosit notaţiile V pentru tensiunea de ionizare a elementului la ionul odată ionizat şi V_C aceeaşi tensiune de ionizare calculată. In ultima coloană este dată diferenţa $V - V_C$ în procente.

Valoarea tensiunii de ionizare, în raport cu care s'a făcut calculul comparativ pentru celelalte elemente dintr'o grupă, este subliniată în rubrica tensiunilor de ionizare calculate.

Valorile tensiunilor de ionizare au fost extrase din Landolt-Börnstein [1].

In tablourile Nr. 60, 61, 62 şi 63 sunt date tensiunile de ionizare pentru elementele din grupele I-a, a II-a, a III-a şi a IV-a. Pentru C şi Si putem întocmi situaţia comparativă din tabloul Nr. 64. E. V. Ş p o l s k i [10] indică pentru tensiunea de ionizare a siliciului valoarea 7,39 V.

In tablourile Nr. 65, 66 şi 67 sunt date tensiunile de ionizare pentru elementele din grupele a V-a, a VI-a şi a VII-a. Ş p o l s k i indică pentru *P* tensiunea de ionizare 10,3 V iar pentru Bi 8 V. In *Manualul Inginerului Chimist* se indică pentru tensiunea de ionizare a arsenului 10,05 V.

Pentru Nb şi Ta literatura ştiinţifică nu ne indică nicio dată.

In cazul tantalului, am luat pe $f(n) = n^2$ prin analogie cu comparaţiile din grupele următoare.

In tabloul Nr. 68 sunt date afinităţile pentru electroni.

Primele valori pentru afinităţi sunt extrase din *Manualul Inginerului Chimist* calculul comparativ fiind făcut în raport cu aceste valori.

Valorile secundare sunt extrase din L a n d o l t - B ö r n s t e i n [1]. *Manualul Inginerului Chimist* indică, că aceste valori sunt calculate după ciclul Born—Haber pe baze termodinamice. Pentru valorile spectrale nu am găsit date sigure.

In tablourile Nr. 69 şi 70 sunt date tensiunile de ionizare pentru grupele a VIII-a şi 0.

4. COMPARAŢIA RAZELOR ATOMICE ŞI IONICE IN FUNCŢIE DE MASA ATOMICĂ A ELEMENTELOR

Masa atomică fiind funcţie de *Z*, relaţia (3) poate fi scrisă sub forma

$$r = \frac{k_M \cdot f_M(n)}{\sqrt{M}}$$

în care k_M este o constantă caracteristică elementelo dintr'o grupă a sistemului periodic, $f_M(n)$ este o funcţie a numărului cuantic principal, funcţia fiind de gradul 2, iar *M* este masa atomică a elementului respectiv.

Pentru exemplificare şi pentru exactitatea rezultatelor obţinute, redăm în tabloul Nr. 71 comparaţia razelor ionice la metalele alcaline.

CONCLUZII

Conform celor expuse în capitolele precedente şi conform verificărilor consemnate în tablourile Nr. 1—74, suntem îndreptăţiţi a presupune următoarele:

a) poziţia şi energia unui electron situat în stratul electronic periferic al unui sistem plurielectronic variază în funcţie de:

1) numărul cuantic principal aferent stratului electronic din care face parte electronul considerat.

2) de numărul de ordine *Z* al elementului, *Z* fiind luat cu suficientă aproximaţie la puterea 1/2.

3) de un spaţiu elementar analog razei primei orbite din modelul planelar al hidrogenului.

4) de anumite condiţii impuse, dintre care cele mai importante sunt:
reţeaua cristalină caracteristică subgrupei din care face parte elementul respectiv;
starea de ionizare a elementului;
deformaţii ale învelişului electronic, datorite fenomenului de polarizare.

Factorul nou care reiese din ipoteza de mai sus este puterea 1/2 a numărului de ordine Z, cu care acesta intervine în relaţiile de stabilire a distanţei dintre un electron situat în stratul electronic periferic şi nucleul Z. Acest fapt este verificat prin compararea atât a razelor atomice şi ionice, cât şi a valorilor tensiunilor de ionizare caracteristice elementelor considerate.

Din datele pe care le-am avut la îndemână, am putut întocmi situaţii comparative pentru volumele şi razele atomice la 75 de elemente, iar pentru razele ionice la 53 de ioni, diferenţele dintre valorile observate şi cele calculate fiind, în marea lor majoritate, acceptabile.

Este de remarcat că se stabileşte pentru prima oară o relaţie între volumele atomice şi numerele de ordine ale elementelor respective.

Au fost comparate tensiunile de ionizare la 71 de elemente, înregistrându-se următoarele diferenţe între valorile observate şi cele calculate.

la	33	de elemente diferenţe între	0 — 1%
la	12	elemente diferenţe între	1 — 3%
la	15	elemente diferenţe între	3 — 5%
la	1	elemente diferenţe între	5,7%
la	2	elemente diferenţe între	7,6 — 8,2%
la	5	elemente diferenţe între	11,3 — 12%
la	2	elemente diferenţe între	14 — 14,4%
la	1	elemente diferenţe între	18,6%

b) Rezultatele obţinute la compararea tensiunilor de ionizare şi a razelor atomice şi ionice pot fi interpretate în sensul acceptării unui model dinamic al straturilor electronice, din care stratul electronic periferic, sub influenţa unor condiţii impuse, se distanţează de nucleu după funcţii relativ simple ale numărului cuantic principal, ce iau valorile unor pătrate perfecte, distanţarea făcându-se în raport invers proporţional cu numărul de ordine Z luat la puterea 1/2 şi în raport direct proporţional cu un spaţiu elementar variabil pe grupe ale sistemului periodic, în funcţie de condiţiile specifice.

c) Repartizarea ionilor pe subgrupe ale sistemului periodic şi aplicarea formulelor care stau la baza lucrării de faţă ne conduc la obţinerea unor valori mai apropiate de cele observate pentru razele ionice decât valorile obţinute de Pauling, care a luat drept punct de plecare valorile empirice ale razelor ionilor dela începutul fiecărei perioade a sistemului periodic. O relaţie între perioade, după cum reiese din lucrarea de faţă, nu a fost stabilită până în prezent.

d) In tablourile Nr. 72 şi 73 sunt reunite datele caracteristice pentru razele atomice, razele ionice şi tensiunile de ionizare. Cu ajutorul acestor date s'au construit curbele din figurile 1, 2 şi 3. Din curbele reprezentate în figurile 1, 2 şi 3, care reprezintă variaţia în condiţii specifice a spaţiului elementar în funcţii de grupele sistemului periodic, se observă că pot fi stabilite o serie de funcţii aproximativ liniare, fiecare serie cuprinzând mai multe grupe ale sistemului periodic, deci relaţii de ordin mai general.

In tablourile Nr. 72 şi 73, funcţia $f(n)$ are valoarea cu care au fost comparate majoritatea elementelor dintr'o grupă.

Elementele, la care au fost indicate două valori pentru $f(n)$, posedă două numere de coordinaţie diferite.

Elementele din perioadele a 2-a şi a 3-a, care nu figurează în tablourile de mai sus, sunt încadrate parţial sau total în grupele principale.

e) La sfârşit se dau în tabloul Nr. 74, mărimile importante, caracteristice, ale elementelor, care au fost folosite în acest studiu; în rubrica Densităţi se indică literatura de unde au fost extrase datele respective.

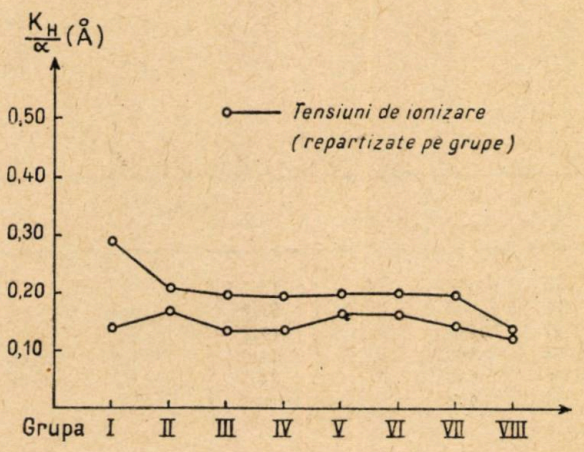


Fig. 3

f) In lucrarea de faţă, am crezut de cuviinţă să dăm prioritate datelor numerice, limitând la minimum domeniul interpretărilor.

TABLOUL Nr. 1

Elem.	$\sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_v cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$\frac{V_{det.}-V_{calc.}}{\%}$	r_a	r_c	$\frac{r_a-r_c}{\%}$
Li_8	4,0727	2	$\frac{4+9}{2}$	0,6265	13	12,72	— 2,2	1,52	1,50	—1
Na_8	9,5266	3	16	0,5954	23,7	27,018	+11,4	1,86	1,93	+4
K_8	15,55	4	25	0,622	45,4	45,4	—	2,31	2,31	—
Rb_8	23,244	5	36	0,6456	55,8	49,954	—10,5	2,46	2,37	—3,6
Cs_8	30,555	6	49	0,6236	69,95	69,41	— 0,8	2,66	2,64	—0,75
$Fr_{(8?)}$	—	7	64	0,622	—	77,74	?	—	2,74	?

TABLOUL Nr. 2

Elem.	$\sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_v cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$\frac{V_{det.}-V_{calc.}}{\%}$	r_a Å	r_c Å	$\frac{r_a-r_c}{\%}$
Cu_{12}	10,36	4	25	0,4144	7,12	7,12	—	1,28	1,28	—
Ag_{12}	14,902	5	36	0,414	10,27	10,27	—	1,44	1,44	—
Au_{12}	19,288	6	49	0,3936	10,22	11,89	+16	1,44	1,52	+5,5

TABLOUL Nr. 3

Elem.	$\sqrt[3]{V}\cdot\sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_ν cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$V_{det.}-V_{calc.}$ %	r_a Å	r_c Å	r_a-r_c %
Cu_{12}	10,36	4	36	0,288	7,12	8,384	+17	1,28	1,36	+6
Ag_{12}	14,902	5	49	0,304	10,27	10,27	—	1,44	1,44	—
Au_{12}	19,288	6	64	0,301	10,22	10,50	+2	1,44	1,45	—

TABLOUL Nr. 4

Elem.	$\sqrt[3]{V}\ \sqrt{Z}$ cm	$f(n)$	k_ν cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$V_{det.}-V_{calc.}$ %	r_a Å	r_c Å	r_a-r_c %
Li_8	4,0727	9	0,452	13	13	—	1,52	1,52	—
Na_8	9,5266	21	0,453	23,7	23,4	—1,3	1,86	1,85	—
K_8	15,55	35	0,444	45,4	46,7	+2,9	2,31	2,34	+1,5
Rb_8	23,244	51	0,455	55,8	54,8	—1,8	2,46	2,45	—
Cs_8	30,555	69	0,443	70	71	+5,7	2,66	2,72	+2,2
Fr	—	89	0,452	—	(81)	?	»	2,79	?

TABLOUL Nr. 5

Elem.	$\sqrt[3]{V}\cdot\sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_ν cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$V_{det.}-V_{calc.}$ %	r_a Å	r_c Å	r_a-r_c %
$Be_{6,6}$	3,3878	2	$\frac{4+9}{2}=6,5$	0,5212	4,86	5,067	+ 4	1,13	1,14	+ 0,9
$Mg_{6,6}$	8,3445	3	16	0,5126	13,98	14,67	+ 4,7	1,60	1,65	+ 3
Ca_{12}	13,25	4	25	0,5300	26,01	26,01	—	1,96	1,96	—
Sr_{12}	19,911	5	36	0,5531	33,7	29,653	—12	2,15	2,05	—4,5
Ba_{12}	25,159	6	49	0,5135	38	41,704	+ 9,6	2,24	2,30	+ 2,6
Ra_{12}	33,407	7	64	0,522	45,21	47,272	+ 4,5	—	2,39	

TABLOUL Nr. 6

Elem.	$\sqrt[3]{V}\cdot\sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_ν cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$V_{det.}-V_{calc.}$ %	r_a Å	r_c Å	r_a-r_c %
$Zn_{6,6}$	11,463	4	25	0,4585	9,166	8,81	—3,9	1,37	1,33	—3
$Cd_{6,6}$	16,29	5	36	0,4525	13	13	—	1,52	1,52	—
$Hg_{6,6}$	21,623	6	49	0,4413	14,13	15,23	+ 7,7	1,55	1,59	+ 2,6

TABLOUL Nr. 7

Elem.	n	$f(n)=(n+1)^2$	k Å	r_a Å	r_c Å	r_a-r_c %
$Zn_{6,6}$	4	25	0,317545	(6) 1,47	1,45	—1,5
$Cd_{6,6}$	5	36	»	(6) 1,65	1,65	—
$Hg_{6,6}$	6	49	»	(6) 1,74	1,74	—

TABLOUL Nr. 8

Elem.	n	$f(n)=(n+2)^2$	k Å	r_a Å	r_c Å	$r_a - r_c$ %
$Zn_{6,6}$	4	36	0,21067	(6) 1,33	1,38	+ 4,7
$Cd_{6,6}$	5	49	»	(6) 1,49	1,49	—
$Hg_{6,6}$	6	64	»	(6) 1,50	1,50	—

TABLOUL Nr. 9

Elem.	$\sqrt[3]{V}\cdot\sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_ν cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$V_{det.}-V_{calc.}$ %
$Zn_{6,6}$	11,463	4	$\frac{25+36}{2}=30,5$	0,3758	9,166	9,70	+5,8
$Cd_{6,6}$	16,29	5	$\frac{36+49}{2}=42,5$	0,383	13	13	—
$Hg_{6,6}$	21,623	6	$\frac{49+64}{2}=56,5$	0,383	14,13	14,13	—

TABLOUL Nr. 10

Elem.	$\sqrt[3]{V}\cdot\sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_ν cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$V_{det.}-V_{calc.}$ %
Sc_{12}	11,187	4	25	0,4475	14,55	13,643	— 6,2
$Y_{6,6}$	15,782	5	36	0,438	16,14	16,14	—
La_{12}	21,187	6	49	0,4324	22,5	22,973	+ 2

TABLOUL Nr. 11

Elem.	$\sqrt[3]{V}\cdot\sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_ν cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$V_{det.}-V_{calc.}$ %
$Sc_{6,6}$	11,187	4	$\frac{25+36}{2}=30,5$	0,366	14,55	15,58	+ 7,1
$Y_{6,6}$	15,782	5	$\frac{36+49}{2}=42,5$	0,371	16,14	16,62	+ 3
$La_{6,6}$	21,187	6	$\frac{49+64}{2}=56,5$	0,375	22,5	22,5	—

TABLOUL Nr. 12

Elem.	$\sqrt[3]{V}\cdot\sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_ν cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$V_{det.}-V_{calc.}$ %
B	3,735	2	$\frac{4+16}{2}=10$	0,373	4,66	4,717	+ 1,2
Al	7,768	3	$\frac{16+25}{2}=20,5$	0,379	10	9,7	— 3

TABLOUL Nr. 13

Elem.	$\sqrt[3]{V}\cdot\sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_v cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$\frac{V_{det.}-V_{calc.}}{V_{calc.}}$ %	r_a Å	r_c Å	$\frac{r_a-r_c}{r_c}$ %
B	3,735	2	4	0,915	4,66	3,65	—21,7	1,13	1,02	—10
Al	7,768	3	9	0,863	10	10	—	1,43	1,43	—

TABLOUL Nr. 14

Elem.	$\sqrt[3]{V}\cdot\sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_v cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$\frac{V_{det.}-V_{calc.}}{V_{calc.}}$ %
$Ga_{romb.}$	12,676	4	36	0,3521	11,8	12,351	+ 4,7
$In_{tetr.}$	17,528	5	49	0,3575	15,7	15,7	—
$Tl_{hex.}$ sau cub.	23,254	6	64	0,3633	17,25	1 ,431	—4,7

TABLOUL Nr. 15

Elem.	$\sqrt[3]{V}\cdot\sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_v cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$\frac{V_{det.}-V_{calc.}}{V_{calc.}}$ %
$Ga_{romb.}$	12,676	4	$\frac{25+36}{2}=30,5$	0,4156	11,8	11,53	— 2,3
$In_{tetr.}$	17,528	5	$\frac{36+49}{2}=42,5$	0,4124	15,7	15,7	—
$Tl_{hex.}$ cub.	23,254	6	$\frac{49+64}{2}=56,5$	0,4115	17,25	17,303	+ 0,3

TABLOUL Nr. 16

Elem.	n	$f(n)=(n+\ )^2$	$f(n)=(n+2)^2$	r_a Å	$k=0,315$ Å	$k=0,241$ Å
Ga	4	25		(1) 1,22 (2) 1,355 (2) 1,37 (2) 1,40	1,41	
In	5	36	49	(4) 1,62 (8) 1,69	1,62	1,69
Tl	6	49	64	(6) 1,71 (6) 1,73 (8) 1,76	1,71	1,71

TABLOUL Nr. 17

Elem.	$\sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_ν cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$V_{det.} - V_{calc.}$ %	r_a Å	r_c Å	$r_a - r_c$ %
$Ti_{6,6}$	10,339	4	25	0,4136	10,71	10,71	—	1,47	1,47	—
$Zr_{6,6}$	15,232	5	36	0,4231	13,97	13,049	—6,6	1,60	1,59	—0,6
$Ce_{6,6}$	20,911	6	49	0,4267	20,7	18,843	—9	1,82	1,79	—1,6
$Hf_{6,6}$	20,164	6	49	0,4115	13,42	13,624	+1,5	1,59	1,59	—
Th_{12}	25,700	7	64	0,4016	19,88	21,72	+9,2	1,80	1,86	+3,3

TABLOUL Nr. 18

Elem.	$\sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_ν cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$V_{det.} - V_{calc.}$ %
Ti_{cub}	10,315	4	25	0,4126	10,64	11,607	+ 9
Zr_{cub}	15,333	5	36	0,4259	14,25	14,138	— 0,8
Ce	20,779	6	49	0,4240	20,31	20,416	+ 0,5
Hf_{hex}	20,814	6	49	0,4248	14,76	14,76	—
Th_{12}	26.057	7	64	0,4075	20,72	23,535	+13,6

TABLOUL Nr. 19

Elem.	$\sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_ν cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$V_{det.} - V_{calc.}$ %
$Ge_{4,12}$	13,493	4	36	0,3748	13,57	13,57	—
β $Sn_{4,2,4}$	17,917	5	49	0,3657	16,27	17,52	+7,7
α $Sn_{4,12}$	19,381	5	49	0,3955	20,59	17,52	—15
Pb_{12}	23,865	6	64	0,376	18,27	18,588	+1,7

TABLOUL Nr. 20

Elem.	$\sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{Z}$	n	$f(n) = (n+1)^2$	k_ν cm
$Ge_{4,12}$	13,493	4	25	0,5397
$Sn_{4,12}$	19,381	5	36	0,5384

TABLOUL Nr. 21

Elem.	n	$f(n)$	k Å	r_a	r_c	$r_a - r_c$ %
$Ge_{4,12}$	4	25	0,276	1,22	1,22	—
$Sn_{4,12}$	5	36	0,276	1,40	1,40	—
$Sn_{4,2,4}$	5	49	0,276	(4) 1,88 (2) 1,51 (4) 1,58	1,91	+1,6

TABLOUL Nr. 22

Elem.	$\sqrt[3]{V}\ \sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_v cm	r_a Å	r_c Å
$C_{4,12}$	3,6868	2	7	0,5269	(4) 0,77	0,79
$Si_{4.12}$	8,4942	3	16	0,531	(4) 1,17	1,18

TABLOUL Nr. 23

Elem.	n	$f(n)$	k Å	r_a	r_c	$r_a - r_c$ %
$Ge_{4,12}$	4	$(n+2)^2 = 36$	0,3234	1,99	2,05	+ 3
$Sn_{4,12}$	5	$(n+2)^2 = 49$	0,3234	2,25	2,24	—
Pb_{12}	6	$(n+1)^2 = 49$	0,3234	1,75	1,75	—

TABLOUL Nr. 24

Elem.	n	$f(n)$	k Å	r_a	r_e	$r_a - r_c$ %
C_{12}	2	$= 7$	0,44019	1,26	1,25	—
Si_{12}	3	$(n+1)^2 = 16$	0,44019	1,92	1,88	—2,1
Ge_{12}	4	$(n+1)^2 = 25$	0,44019	1,99	1,95	— 2
Sn_{12}	5	$(n+1)^2 = 36$	0,44019	2,25	2,24	—
Pb_{12}	6	$n^2 = 36$	0,44019	1,75	1,75	—

TABLOUL Nr. 25

Elem.	n	$f(n) = (n+1)^2$	k Å	r_a	r_c	$r_a - r_c$ %
Si	3	16	0,3235	1,34	1,38	+ 3
Ge	4	25	0,3235	1,39	1,43	+ 2,8
Sn	5	36	0,3235	1,58	1,64	+ 3,8
Pb	6	49	0,3235	1,75	1,75	—

TABLOUL Nr. 26

Elem.	$\sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_v cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$V_{det.} - V_{calc.}$ %
$C_{4,12}$	3,6868	2	4	0,9215	3,41	3,41	—
$Si_{4,12}$	8,4942	3	9	0,9437	11,7	10,89	— 7

TABLOUL Nr. 27

Elem.	n	$f(n)$	k Å	r_a	r_c	$\frac{r_a - r_c}{\%}$
C_4	2	4	0,4716 Å	0,77	0,77	—
Si_4	3	9	0,4716 Å	1,17	1,13	—3,5
C_{12}	2	4	0,7717 Å	1,26	1,26	—
Si_{12}	3	9	0,7717 Å	1,92	2,00	+4

TABLOUL Nr. 28

Elem.	$\sqrt[3]{V}\cdot\sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_v cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$\frac{V_{det.} - V_{calc.}}{\%}$	r_a Å	r_c Å	$\frac{r_a - r_c}{\%}$
V_8	9,6984	4	25	0,3879	8,27	8,27	—	1,30	1,30	—
Nb_8	14,18	5	36	0,3939	10,86	10,373	+4,5	1,43	1,40	—2
Ta_8	18,932	6	49	0,3864	10,88	11,009	+1,2	1,42	1,43	—
$Pa_?$	—	7	64	(0,3879)	—	(17,748)	?	—	1,67	?

TABLOUL Nr. 29

Elem.	$\sqrt[3]{V}\cdot\sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_v cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$\frac{V_{det.} - V_{calc.}}{\%}$
N_{hex}	6,3917	2	16	0,3995	14,1	13,527	—4
$P_{hex\ alb}$	9,9605	3	25	0,3984	17,01	16,49	—3
As_{trig}	13,524	4	36	0,3757	13,05	15,085	+15,6
$As_{negru\ amorf}$	14,457	4	36	0,4016	15,94	15,59	—2,2
Sb_{trig}	18,791	5	49	0,3839	18,22	16,844	—7,6
Bi_{trig}	25,227	6	64	0,3940	21,23	21,23	—

TABLOUL Nr. 30

Elem.	$\sqrt[3]{V}\cdot\sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_v cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$\frac{V_{det.} - V_{calc.}}{\%}$
$As_{3,3}$	13,524	4	30,5	0,4434	13,05	13,05	—
$Sb_{3,3}$	18,791	5	42,5	0,4421	18,22	18,374	+0,8
$Bi_{3,3}$	25,227	6	56,5	0,4465	21,23	20,794	—2
$P_{2,1,1}$	8,7420	3	20,5	0,426	11,5	12,929	+12,4

TABLOUL Nr. 31

Elem.	n	$f(n)$	k Å	r_a	r_c	$r_a - r_c$
P_{trig}	3	16	0,28953	(2) 1,90 (1) 1,10 (1) 1,44	1,19	
$As_{3,3}$	4	25	0,28953	(3) 1,26	1,26	—
$Sb_{3,3}$	5	36	0,28953	(3) 1,44	1,44	—
$Bi_{3,3}$	6	49	0,28953	(3) 1,55	1,55	—

TABLOUL Nr. 32

Elem.	n	$f(n)$	k Å	r_a	r_c	$r_a - r_c$
P_{trig}	3	16	0,25212	(2) 1,09	1,04	— 4,5
$As_{3,3}$	4	36	0,25212	(3) 1,58	1,58	—
$Sb_{3,3}$	5	49	0,25212	(3) 1,69	1,72	+ 1,8
$Bi_{3,3}$	6	64	0,25212	(3) 1,74	1,77	+ 1,8

TABLOUL Nr. 33

Elem.	$\sqrt[3]{V}\cdot\sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_v cm	V_d	V_c	*Dif* %
P_{trig}	8,7420	3	$(n+1)^2=16$	0,5464	11,5	11,161	— 2
As_{trig}	13,524	4	$(n+1)^2=25$	0,541	13,05	13,05	—
$As_{galb\ cubic}$	19,313	4	$(n+2)^2=36$	0,5365	38	38,972	+ 2,5
$P_{roşu\ cub.}$	9,1762	3	$(n+1)^2=16$	0,5735	13,3	13,545	+ 1,8
$As_{negru\ amorf}$	14,457	4	$(n+1)^2=25$	0,5783	15,94	15,81	— 0,7
$Sb_{negru\ nemet}$	20,77	5	$(n+1)^2=36$	0,5770	22,96	22,96	—
N_{cub}	6,2793	2	$(n+3)^2=25$	0,2512	13,68	13,963	+ 2,7
P_{cub}	9,1762	3	$(n+3)^2=36$	0,2549	13,3	13,3	—

TABLOUL Nr. 34

Elem.	$\sqrt[3]{V}\cdot\sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_v cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$V_{det.} - V_{calc.}$ %	r_a Å	r_c Å	$r_a - r_c$ %
Cr_8	9,467	4	25	0,3787	7,22	7,22	—	1,24	1,24	—
Mo_8	13,677	5	36	0,3799	9,40	9,31	— 0,9	1,36	1,35	—
W_8	18,238	6	49	0,3722	9,53	10,04	+ 5,3	1,37	1,38	—
$U_{hex.}$	22,278	7	56,5	0,3961	12,53	11,10	— 11,4	1,49	1,43	— 4

TABLOUL Nr. 35

Elem.	$\sqrt[3]{V}\cdot\sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_v cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$V_{det.} - V_{calc.}$ %
O_{hex}	6,2827	2	16	0,3927	10,96	11,56	+ 5,4
S_{romb}	9,9926	3	25	0,3997	15,59	15,59	—
Se_{trig}	14,787	4	36	0,4107	16,31	15,027	— 7,8
Te_{romb}	19,723	5	49	0,4025	20,46	20,035	— 2
$Po_?$	—	6	64	0,3997	—	21,74	?

TABLOUL Nr. 36

Elem.	n	$f(n) = (n+1)^2$	k Å	r_a	r_c	$\frac{r_a - r_c}{r_c}$ %
O	2	9	0,29	—	0,92	?
S	3	16	0,29	(2) 1,16	1,16	—
Se	4	25	0,29	(2) 1,16	1,26	+8,6
Te	5	36	0,29	(2) 1,43	1,44	—
Po	6	49	0,29	(1) 1,40		
				(1) 1,51	1,55	+2,6

TABLOUL Nr. 37

Elem.	n	$f(n)$	k Å	r_a	r_c	$\frac{r_a - r_c}{r_c}$ %
O	2	$(n+1)^2 = 9$	0,1856	(?) —	0,592	—
S	3	$(n+3)^2 = 36$	0,1856	(2) 1,73	1,67	—4
Se	4	$(n+3)^2 = 49$	0,1856	(4) 1,73	1,58	—8,7
Te	5	$(n+3)^2 = 64$	0,1856	(4) 1,62	1,64	+1,3
Po	6	$(n+3)^2 = 81$	0,1856	(2) 1,62	1,63	
				(1) 1,62		
				(1) 1,62		
				(1) 1,67		

TABLOUL Nr 38

Elem.	n	$f(n) = n^2$	k Å	r_a	r_c	$\frac{r_a - r_c}{r_c}$ %
O	2	4	0,4622	0,66	0,654	—
S	3	9	0,4622	1,04	1,04	—

TABLOUL Nr. 39

Elem.	$\sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_ν cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$\frac{V_{det.} - V_{calc.}}{V_{calc.}}$ %	r_a Å	r_c Å	$\frac{r_a - r_c}{r_c}$ %
Mn_s	9,725	4	25	0,389	7,35	6,539	—11	1,25	1,25	—
$Tc_?$	13,44	5	36	0,374	8,61	8,61	—	—	1,37	?
Re_{hex}	18,064	6	49	0,3687	9,075	9,5376	+5,1	1,34	1,41	+5,2

TABLOUL Nr. 40

Elem.	$\sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_ν cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$\frac{V_{det.} - V_{calc.}}{V_{calc.}}$ %	r_a Å	r_c Å	$\frac{r_a - r_c}{r_c}$ %
Mn_s	9,725	4	36	0,27	7,35	7,7023	+4,8	1,25	1,25	—
$Tc_?$	13,44	5	49	0,2743	8,61	8,61	—	—	1,33	?
Re_{hex}	18,064	6	64	0,2822	9,075	8,3292	— 9	1,34	1,32	—1,5

TABLOUL Nr. 41

Elem.	$\sqrt[3]{V}\cdot\sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_v cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$\frac{V_{det.}-V_{calc.}}{V_{calc.}}$ %
F_{lichid}	7,7364	2	16	0,4835	17,15	17,15	—
$Cl_{lic.}$	11,687	3	25	0,4675	22,77	25,18	+ 10,6
$Br_{lic.}$	17,402	4	36	0,4834	25,45	25,45	—

TABLOUL Nr. 42

Elem.	$\sqrt[3]{V}\cdot\sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k_v cm.	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	$\frac{V_{det.}-V_{calc.}}{V_{calc.}}$ %
$F_?$	—	2	16	0,4360	(12,5)	12,574	?
Cl_{romb}	10,539	3	25	0,4216	16,7	18,475	+ 12,4
Br_{romb}	15,913	4	36	0,4420	19,46	18,676	— 4
J_{romb}	21,464	5	49	0,4360	25,7	25,7	—
$At_?$	—	6	64	0,4360	—	27,724	?

TABLOUL Nr. 43

Elem.	n	$f(n)$	k Å	r_a	r_c	Dif. %
F	2	16	0,15335	(1) —	0,818	?
Cl	3	25	0,15335	(1) 0,91	0,91	—
Br	4	49	0,15335	(1) 1,36	1,27	—7
J	5	64	0,15335	(1) 1,35	1,35	—
At	6	81	0,15335	(1) —	1,35	?

TABLOUL Nr. 44

Elem.	n	$f(n)$	k Å	r_a	r_c	Dif. %
F	2	16	0,20128	(2) —	1,07	?
Cl	3	25	0,20128	(2) 1,26	1,22	— 3
Br	4	49	0,20128	(2) 1,65	1,66	—
J	5	64	0,20128	(2) 1,77	1,77	—
At	6	81	0,20128	(2) —	1,77	?

TABLOUL Nr. 45

Elem.	n	$f(n)=n^2$	k Å	r_a Å	r_c Å	Dif. %
F	2	4	0,4215	0,64	0,56	—12
Cl	3	9	0,4215	0,99	0,92	— 7
Br	4	16	0,4215	1,14	1,14	—
J	5	25	0,4215	1,33	1,44	+ 8

TABLOUL Nr. 46

Elem.	$\sqrt[3]{V}\cdot\sqrt{Z}$ cm	n	$f(n)$	k_v cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	Dif. %	r_a Å	r_c Å	Dif. %
αFe_8	9,7994	4	36	0,2722	7,098	7,098	—	1,24	1,24	—
$Ru_{6,6}$	13,344	5	49	0,2723	8,14	8,14	—	1,28	1,28	—
$Os_{6,6}$	17,722	6	64	0,2769	8,40	7,9884	—4,9	1,30	1,29	—0,8

TABLOUL Nr. 47

Elem.	$\sqrt[3]{V}\cdot\sqrt{Z}$ cm	n	$f(n)$	k_v cm
αFe_8	9,7994	4	$\frac{25+36}{2} = 30,3$	0,3213
$Ru_{6,6}$	13,344	5	$\frac{36+49}{2} = 42,5$	0,3140
$Os_{6,6}$	17,722	6	$\frac{49+64}{2} = 56,5$	0,3137

TABLOUL Nr. 48

Elem.	$\sqrt[3]{V}\cdot\sqrt{Z}$ cm	n	$f(n)$	K_v cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	Dif. %	r_a Å	r_c Å	Dif. %
$\alpha Co_{6,6}$	9,7617	4	36	0,2713	6,63	7,076	+ 6,7	1,25	1,27	+ 1,6
Rh_{12}	13,577	5	49	0,2771	8,29	8,29	—	1,34	1,34	—
Ir_{12}	17,929	6	64	0,2800	8,53	8,255	— 3,2	1,35	1,34	— 0.7

TABLOUL Nr. 49

Elem.	$\sqrt[3]{V}\cdot\sqrt{Z}$ cm	n	$f(n)$	k_v cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	Dif. %	r_a Å	r_c Å	Dif. %
Ni_{12}	9,9258	4	36	0,2756	6,60	7,4052	+12,2	1,24	1,26	+ 1,6
Pd_{12}	14,04	5	49	0,2865	8,87	8,87	—	1,37	1,37	—
Pt_{12}	18,428	6	64	0,2879	9,085	8,9493	—1,5	1,38	1,38	—

TABLOUL Nr. 50

Elem.	$\sqrt[3]{V}\cdot\sqrt{Z}$ cm	n	$f(n)$	k_v cm	$V_{det.}$	$V_{calc.}$	Dif. %	r_a Å	r_c Å	Dif. %
He_{12}	4,2426	1	9	0,4714	27	29,732	+ 10,1	—	2,0682	?
			2,9524[2]	0,4868	27	27	—	—	2,0032	?
Ne_{12}	7,6215	2	16	0,4763	14	14,942	+ 6,7	1,60	1,6443	+ 2,8
Ar_{12}	12,17	3	25	0,4868	23,6	23,6	—	1,915	1,915	—
Kr_{12}	17,888	4	36	9,4969	26,5	24,917	—6	1,975	1,95	—1,2
X_{12}	24,219	5	49	0,4943	35,8	34,207	— 4,5	2,185	2,167	—0,8
Rn_{12}	—	6	64	(0,4868)	—	37,918	?	—	2,2428	?

TABLOUL Nr. 51

Ionul	$r_G \cdot \sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k	r	r_G	r_P	$\frac{r - r_G}{\%}$	$\frac{r - r_P}{\%}$
Li^+	1,3509	1	4	0,361	0,83	0,78	0,60	+ 6	— 30
Na^+	3,25	2	9	0,361	0,98	0,98	0,95	—	— 3
K^+	5,797	3	16	0,361	1,323	1,33	1,33	—	—
Rb^+	9,063	4	25	0,361	1,48	1,49	1,48	—	—
Cs^+	12,237	5	36	0,361	1,75	1,65	1,69	+ 6	+ 2,5
Fr^+	—	6	49	0,361	1,87	—	—	?	—
Cu^+	5,1698	3	16	0,31	0,92	—	0,96	?	?
Ag^+	7,747	4	25	0,31	1,13	1,13	1,26	—	+ 11
Au^+	12,177	5	36	0,31	1,255	—	1,37	?	?

TABLOUL Nr. 52

Ionul	$r_G \cdot \sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k	r	r_G	r_P	$\frac{r - r_G}{\%}$	$\frac{r - r_P}{\%}$
Be^{+2}	0,68	1	4	0,3	0,60	0,34	0,31	+ 76	— 9
	—	—	2	0,3	0,3	—	—	— 12	
Mg^{+2}	2,702	2	9	0,3	0,78	0,78	0,65	—	— 16
Ca^{+2}	4,62	3	16	0,3	1,07	1,06	0,99	—	— 6,6
Sr^{+2}	7,829	4	25	0,3	1,22	1,27	1,13	— 4	— 11
Ba^{+2}	10,551	5	36	0,3	1,44	1,43	1,35	—	— 5,6
Ra^{+2}	—	6	49	0,3	1,56	1,52	—	+ 2,6	—
Zn^{+3}	4,546	3	16	0,284	0,83	0,83	0,74	—	— 13
Cd^{+2}	7,136	4	25	0,284	1,02	1,03	1,02	— 1	— 1
Hg^{+2}	10,017	5	36	0,284	1,14	1,12	1,10	+ 1,8	— 1,8

TABLOUL Nr. 53

Ionul	$r_G \cdot \sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k	r	r_G	r_P	$\frac{r - r_G}{\%}$	$\frac{r - r_P}{\%}$
B^{+3}	—	1	4	0,2377	0,425	—	0,2	—	—
	—	—	2	»	0,21	—	—	—	—
Al^{+3}	2,055	2	9	»	0,59	0,57	0,50	+ 2,5	— 12
Se^{+3}	3,8035	3	16	»	0,83	0,83	0,81	—	2,3
Y^{+3}	6,62	4	25	»	0,95	1,06	0,93	— 10,4	— 12
La^{+3}	9,21	5	36	»	1,13	1,22	1,15	— 7,4	— 5,8
Ac^{+3}	—	6	49	»	1,22	—	—	?	—
Ga^{+3}	3,45	3	9	0,384	0,62	0,62	0,62	—	—
In^{+3}	6,44	4	16	0,384	0,88	0,92	0,81	— 3	— 12
Tl^{+3}	9,45	5	25	0,384	1,06	1,05	0,95	—	— 9,5

TABLOUL Nr. 54

Ionul	$r_G \cdot \sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k	r	r_G	r_P	$\frac{r - r_G}{r_G}$ %	$\frac{r - r_P}{r_P}$ %
Ga^{+3}	—	3	16	0,24	0,69	0,62	0,62	+ 11	—
In^{+3}	—	4	25	»	0,857	0,92	0,81	— 7	— 12
Tl^{+3}	—	5	36	»	0,96	1,05	0,95	— 9	— 9,5

TABLOUL Nr. 55

Ionul	$r_G \cdot \sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k	r	r_G	r_P	$\frac{r - r_G}{r_G}$ %	$\frac{r - r_P}{r_P}$ %
Ti^{+4}	3,002	3	16	0,21	0,71	0,64	0,68	+ 11	+ 6
Zr^{+4}	5,50	4	25	0,21	0,83	0,87	0,80	+ 4,6	— 9
Ce^{+4}	7,768	5	36	0,21	0,99	1,02	1,01	— 3	— 1
Hf^{+4}	—	5	36	0,21	0,90		—	?	
Th^{+4}	10,43	6	49	0,21	1,09	1,10	1,02	— 1	— 7
C^{+4}	—	1	1	0,304	0,125	max 0,2	0,15		
Si^{+4}	1,46	2	4	0,304	0,33	0,39	0,41	— 15	+ 5
Ge^{+4}	2,49	3	9	0,304	0,48	0,44	0,53	+ 9	+ 20
Sn^{+4}	5,232	4	16	0,304	0,69	0,74	0,71	— 7	— 4
Pb^{+4}	7,606	5	25	0,304	0,84	0,84	0,84	—	—

TABLOUL Nr. 56

Ionul	$r_G \cdot \sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k	r	r_G	r_P
V^{+5}	—	3	9	0,276	0,51	cca 0,4	0,59
Nb^{+5}	4,416	4	16	0,276	0,69	0,69	0,7
Ta^{+5}	—	5	25	0,276	0,8	—	—
Pa^{+5}	—	6	36	0,276	1,04	—	—
N^{+5}	—	1	1	0,28	0,106	0,1—0,2	0,11
P^{+5}	—	2	4	0,28	0,29	0,3—0,4	0,34
As^{+5}	—	3	9	0,28	0,413	—	0,47
Sb^{+5}	—	4	16	0,28	0,627	—	0,62
Bi^{+5}	—	5	25	0,28	0,77	—	0,74

TABLOUL Nr. 57

Ionul	$r_G \cdot \sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k	r	r_G	r_P
Cr^{+6}	—	3	9	0,24	0,44	cca 0,35	0,52
Mo^{+6}	—	4	16	0,24	0,608	—	0,62
W^{+6}	—	5	25	0,24	0,70	—	—
U^{+6}	—	6	36	0,24	0,90	—	—
O^{+6}	—	1	1	0,27	0,095	—	0,09
S^{+6}	—	2	4	0,27	0,27	cca 0,3	0,29
Se^{+6}	—	3	9	0,27	0,417	« 0,35	0,42
Te^{+6}	—	4	16	0,27	0,6	—	0,56
Po^{+6}	—	5	25	0,27	0,747	—	—

TABLOUL Nr. 58

Ionul	$r_G \cdot \sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k	r	r_G	r_P
Mn^{+7}	—	3	9	0,23	0,414	—	0,46
Te^{+7}	—	4	16	0,23	0,56	—	—
Re^{+7}	—	5	25	0,23	0,66	—	—
F^{+7}	—	1	1	0,23	0,077	—	0,07
Cl^{+7}	—	2	4	0,23	0,223	—	0,26
Br^{+7}	—	3	9	0,23	0,35	—	0,39
J^{+7}	—	4	16	0,23	0,50	—	0,50
At^{+7}	—	5	25	0,23	0,72	—	—

TABLOUL Nr. 59

Ionul	$r_G \cdot \sqrt{Z}$	n	$f(n)$	k	r	r_G	r_P	$\frac{r - r_G}{\%}$	$\frac{r - r_P}{\%}$
O^{-2}	3,733	2	9	0,429	1,37	1,32	1,40	+ 3,8	+ 6
S^{-2}	6,96	3	16	0,429	1,71	1,74	1,84	— 1,7	+ 6
Se^{-2}	11,137	4	25	0,429	1,83	1,91	1,98	— 4,2	+ 3,7
Te^{-2}	15,215	5	36	0,429	2,17	2,11	2,21	+ 2,8	+ 4,5
Po^{-2}	—	6	49	0,429	2,29	—	—	?	
H^{-1}	1,27	1	4	0,454	1,81	1,27	2,08	+ 42	+ 63
F^{-1}	3,99	2	9	0,454	1,36	1,33	1,36	+ 2	+ 2
Cl^{-1}	7,463	3	16	0,454	1,76	1,81	1,81	— 2,8	—
Br^{-1}	11,595	4	25	0,454	1,92	1,96	1,95	— 2	—
J^{-1}	15,943	5	36	0,454	2,24	2,19	2,16	+ 2,2	— 1,5
At^{-1}	—	6	49	0,454	2,41	—	—	?	

TABLOUL Nr. 60

Elem.	V	Z	n	$f(n)$	$\frac{\sqrt{Z}}{f(n)}$	V_C	$\frac{V - V_C}{\%}$
Li	5,4	3	2	$9 = (n+1)^2$	0,19245	4,771	— 11,7
				7,9515	0,21783	5,371	--
Na	5,14	11	3	$16 = (n+1)^2$	0,20735	5,14	—
K	4,34	19	4	$25 = (n+1)^2$	0,17436	4,3223	— 0,4
Rb	4,17	37	5	$36 = (n+1)^2$	0,16896	4,1884	+ 0,4
Cs	3,89	55	6	$49 = (n+1)^2$	0,15135	3,752	— 1
Fr	—	87	7	$64 = (n+1)^2$	0,14574	3,6128	?
Cu	7,72	29	4	$36 = (n+2)^2$	0,1496	7,72	—
Ag	7,58	47	5	$49 = (n+2)^2$	0,1399	7,22	— 4,7
Au	9,23	79	6	$49 = (n+1)^2$	0,1814	9,36	+ 1,2

TABLOUL Nr. 61

Elem.	V	Z	n	$f(n)$	$\frac{\sqrt{Z}}{f(n)}$	V_C	$\frac{V - V_C}{\%}$
Be	9,32	4	2	$9 = (n+1)^2$	0,2222	7,587	— 18,6
				7,329	0,2729	9,32	—
Mg	7,64	12	3	$16 = (n+1)^2$	0,2165	7,394	— 3,2
Ca	6,11	20	4	$25 = (n+1)$	0,1789	6,11	—
Sr	5,69	38	5	$36 = (n+1)^2$	0,1712	5,847	+ 2,7
Ba	5,21	56	6	$49 = (n+1)$	0,1527	5,215	—
Ra	5,27	88	7	$64 = (n+1)^2$	0,1466	5,007	— 4,7
Zn	9,39	30	4	$25 = (n+1)^2$	0,2191	9,39	—
Cd	8,99	48	5	$36 = (n+1)^2$	0,19245	8,248	— 8,2
Hg	10,44	80	6	$36 = n^2$	0,24845	10,65	+ 2

TABLOUL Nr. 62

Elem.	V	Z	n	$f(n)$	$\frac{\sqrt{Z}}{f(n)}$	V_C	$\frac{V - V_C}{\%}$
B	8,28	5	2	$4 = n^2$	0,559	8,33	—
Al	5,96	13	3	$9 = n^2$	0,4006	5,97	—
Se	6,7	21	4	$25 = (n+1)^2$	0,1833	6,7	—
Y	6,5	39	5	$36 = (n+1)$	0,1735	6,342	— 2,4
La	5,6	57	6	$49 = (n+1)$	0,1541	5,63	—
Ga	5,97	31	4	$49 = (n+3)^2$	0,1136	5,97	—
In	5,79	49	5	$64 = (n+3)^2$	0,1094	5,75	—
Tl	6,12	81	6	$81 = (n+3)^2$	0,1111	5,92	— 3

TABLOUL Nr. 63

Elem.	V	Z	n	$f(n)$	$\frac{\sqrt{Z}}{f(n)}$	V_C	$\frac{V - V_C}{\%}$
Si	8,14	14	3	$25 = (n+2)^2$	0,1497	7,817	— 4
Ge	8,13	32	4	$36 = (n+2)^2$	0,1557	8,13	—
Sn	7,30	50	5	$49 = (n+2)^2$	0,1443	7,535	+ 3,2
Pb	7,42	82	6	$64 = (n+2)^2$	0,1415	7,3885	— 0,4
Ti	6,84	22	4	$25 = (n+1)^2$	0,1876	6,84	—
Zr	6,95	40	5	$36 = (n+1)^2$	0,1757	6,42	— 7,6
Hf	—	72	6	$49 = (n+1)^2$	0,1732	6,315	?
Th	—	90	7	$64 = (n+1)^2$	0,1482	5,40	?

TABLOUL Nr. 64

Elem.	V	Z	n	$f(n)$	$\frac{\sqrt{Z}}{f(n)}$	V_C	$\frac{V - V_C}{\%}$
C	11,27	6	2	$4 = n^2$	0,6124	11,27	—
Si	8,14	14	3	$9 = n^2$	0,4157	7,65	— 6

TABLOUL Nr. 65

Elem.	V	Z	n	$f(n)$	$\frac{\sqrt{Z}}{f(n)}$	V_C	$\frac{V - V_C}{\%}$
N	14,55	7	2	$9 = (n+1)^2$	0,294	12,81	— 12
P	10,9	15	3	$16 = (n+1)^2$	0,242	10,54	— 3,3
As	10,5	33	4	$25 = (n+1)^2$	0,2298	10,00	— 5
Sb	8,64	51	5	$36 = (n+1)^2$	0,1984	8,64	—
Bi	8(8,8)	83	6	$49 = (n+1)^2$	0,1859	8,095	? + 1
V	6,71	23	4	$25 = (n+1)^2$	0,1918	6,71	—
Nb	—	41	5	$36 = (n+1)^2$	0,1779	6,224	?
Ta	—	73	6	$36 = n^2$	0,2373	8,302	?

TABLOUL Nr. 66

Elem.	V	Z	n	$f(n)$	$\frac{\sqrt{Z}}{f(n)}$	V_C	$\frac{V - V_C}{\%}$
O	13,62	8	2	$9 = (n+1)^2$	0,3142	13,62	—
S	10,36	16	3	$16 = (n+1)^2$	0,25	10,83	+ 4,5
Se	9,73	34	4	$25 = (n+1)^2$	0,2332	10,11	+ 4
Te	8,96	52	5	$36 = (n+1)^2$	0,2003	8,683	— 3
Po	—	84	6	$49 = (n+1)^2$	0,187	8,106	?
Cr	6,79	24	4	$25 = (n+1)^2$	0,196	6,79	—
Mo	7,06	42	5	$36 = (n+1)^2$	0,18	6,235	— 11,9
W	7,96	72	6	$36 = n^2$	0,2389	8,276	+ 4
U	~ 4	92	7	$81 = (n+2)^2$	0,1183	4,098	+ 2,5

TABLOUL Nr. 67

Elem.	V	Z	n	$f(n)$	$\frac{\sqrt{Z}}{f(n)}$	V_C	$\frac{V - V_C}{\%}$
F	17,43	9	2	$9 = (n+1)^2$	0,33333	16,683	— 4,3
Cl	12,90	17	3	$16 = (n+1)^2$	0,25776	12,90	—
Br	11,76	35	4	$25 = (n+1)^2$	0,23664	11,843	+ 0,7
J	10,44	53	5	$36 = (n+1)^2$	0,20222	10,12	— 3
At	9,6	85	6	$49 = (n+1)^2$	0,18815	9,416	— 2
Mn	7,43	25	4	$25 = (n+1)^2$	0,2	7,43	—
Te	—	43	5	$36 = (n+1)^2$	0,1821	6,765	?
Re	~ 8	75	6	$36 = n^2$	0,2405	8,935	+ 11,7

TABLOUL Nr. 68

Elem.	V	V	Z	n	$f(n)$	$\frac{\sqrt{Z}}{f(n)}$	V_C	$\frac{V-V_C}{\%}$
F	4,13	4,1	9	2	$16=(n+2)^2$	0,1875	4,13	—
Cl	3,79	3,78	17	3	$25=(n+2)^2$	0,16492	3,6326	—4,1
Br	3,60	3,52	35	4	$36=(n+2)^2$	0,16433	3,6197	+0,55
J	3,19	3,12	53	5	$49=(n+2)^2$	0,14857	3,272	+2,6

TABLOUL Nr. 69

Elem.	V	Z	n	$f(n)$	$\frac{\sqrt{Z}}{f(n)}$	V_C	$\frac{V-V_C}{\%}$
Fe	7,83	26	4	$36=(n+2)^2$	0,1416	7,83	—
Ru	7,5	44	5	$49=(n+2)^2$	0,1354	7,48	—
Os	~8,7	76	6	$49=(n+1)^2$	0,1779	9,837	+14
Co	7,84	27	4	$36=(n+2)^2$	0,14434	7,84	—
Rh	7,7	45	5	$49=(n+2)^2$	0,1369	7,436	— 4,7
Ir	~9,2	77	6	$49=(n+1)^2$	0,17908	9,727	+ 5,7
Ni	7,63	28	4	$36=(n+2)^2$	0,147	7,63	—
Pd	8,1	46	5	$49=(n+2)^2$	0,1384	7,184	—11,3
Pt	~8,9	78	6	$49=(n+1)^2$	0,1802	9,353	+ 4,9

TABLOUL Nr. 70

Elem.	V	Z	n	$f(n)$	$\frac{\sqrt{Z}}{f(n)}$	V_C	$\frac{V-V_C}{\%}$
He	24,56	2	1	$4=(n+1)^2$	0,35355	21,023	—14,4
				$3,424=(n+0,85)^2$	0,41322	24,56	
Ne	21,56	10	2	$9=(n+1)^2$	0,35137	20,874	— 3,1
Ar	15,76	18	3	$16=(n+1)^2$	0,26516	15,76	—
Kr	14	36	4	$25=(n+1)^2$	0,24	14,264	+ 1,1
X	12,13	54	5	$36=(n+1)^2$	0,20412	12,132	—
Rn	10,75	86	6	$49=(n+1)^2$	0,18926	11,249	+ 4,6

TABLOUL Nr. 71

Ionul	M	$K_{G,\text{ mediu}}$	$f_G(n)$	Valoarea calculată	Valoarea Goldschmidt
Li^+	6,94	0,53 Å	4	0,79 Å	0,78 Å
Na^+	23	0,53 Å	9	0,99 Å	0,98 Å
K^+	39,1	0,53 Å	16	1,35 Å	1,33 Å
Rb^+	85,48	0,53 Å	25	1,44 Å	1,49 Å
Ca^+	132,91	0,53 Å	36	1,65 Å	1,65 Å

TABLOUL Nr. 72

Grupa	Razele atomice		Razele ionice		Tensiunea de ionizare		
	$f(n)$	$\frac{k}{\text{Å}}$	$f(n)$	$\frac{k}{\text{Å}}$	$f(n)$	α	$\frac{k_H}{\alpha}$
I Li—Fr,	$(n+1)^2$	0,4	$(n+1)^2$	0,361	$(n+1)^2$	1,824	0,29056
II Be—Ra	$(n+1)^2$	0,3506	$(n+1)^2$	0,3	$(n+1)^2$	2,513	0,2109
III B—Al	n^2	0,5729			n^2	1,0968	0,4832
Sc—La	$(n+1)^2$	0,3	$(n+1)^2$	0,2377	$(n+1)^2$	2,6896	0,19705
IV Ti—Th	$(n+1)^2$	0,2758	$(n+1)^2$	0,21	$(n+1)^2$	2,683	0,19755
V V—Ta	$(n+1)^2$	0,2494	n^2	0,276	$(n+1)^2$	2,5742	0,2059
VI Cr—W	$(n+1)^2$	0,24299	n^2	0,24	$(n+1)^2$	2,549	0,20792
VII Mn—Re	$(n+1)^2$	0,25	n^2	0,23	$(n+1)^2$	2,7336	0,1939
VIII Fe, Ru, Os	$(n+2)^2$	0,17563			$(n+2)^2$	4,069	0,13014
Co, Rh, Ir	$(n+2)^2$	0,18344			$(n+2)^2$	3,997	0,13260
Ni, Pd, Pt	$(n+2)^2$	0,18962			$(n+2)^2$	3,819	0,13877

TABLOUL Nr. 73

Grupa	Razele atomice		Razele ionice		Tensiuni de ionizare		
	$f(n)$	k, Å	$f(n)$	$\frac{k}{\text{Å}}$	$f(n)$	α	$\frac{k_H}{\alpha}$
I Cu—Au	$(n+1)^2$	0,2757	$(n+1)^2$	0,31	$(n+2)^2$	3,7973	0,13958
II Zn—Hg	$(n+1)^2$	0,317545	$(n+1)^2$	0,284	$(n+1)^2$	3,1537	0,16806
	$(n+2)^2$	0,21067					
III Ga—Tl	$(n+1)^2$	0,315			$(n+3)^2$	3,867	0,13706
	$(n+2)^2$	0,241	$(n+1)^2$	0,24			
IV Ge—Pb	$(n+1)^2$	0,3234	n^2	0,304	$(n+2)^2$	3,842	0,13794
	$(n+2)^2$	0,276					
V N—Bi	$(n+1)^2$	0,28953	n^2	0,28	$(n+1)^2$	3,2044	0,1654
	$(n+2)^2$	0,25212					
VI O—Po	$(n+1)^2$	0,29	n^2	0,27	$(n+1)^2$	3,1897	0,16616
	$(n+3)^2$	0,1856					
VII F—At	$(n+2)$, $(n+3)^2$	0,20128	n^2	0,23	$(n+1)^2$	3,6827	0,14392
	$(n+2)^2$, $(n+3)^2$	0,15335					
O He—Rn	$(n+1)^2$	0,32498			$(n+1)^2$	4,3735	0,1219

TABLOUL Nr. 74

Elem.	Z	$\sqrt{Z}$	V_a	$\sqrt[3]{V_a}$	$\sqrt[3]{V_a}\cdot\sqrt{Z}$	Densităţi	
Li	3	1,7321	13	2,3513	4,0727	0,534	[2],[6]
Na	11	3,3166	23,7	2,8724	9,5266	0,971	idem
K	19	4,3589	45,4	3,5674	15,55	0,862	»
Rb	37	6,0828	55,8	3,8213	23,244	1,532	»
Cs	55	7,4162	69,95	4,1203	30,555	1,90	[2]
Cu	29	5,3852	7,12	1,9238	10,36	8,929	[6], 8,92[2]
Ag	47	6,8557	10,27	2,1736	14,902	10,5	[2], [6]
Au	79	8,8882	10,22	2,1701	19,288	19,3	[2], [6]

TABLOUL Nr. 74 (*continuare*)

Elem.	Z	$\sqrt{Z}$	V_a	$\sqrt[3]{V_a}$	$\sqrt[3]{V_a}\cdot\sqrt{Z}$	Densități
Be	4	2	4,86	1,6939	3,3878	1,857 [6], 1,85[2]
						1,816 [4]
Mg	12	3,4641	13,98	2,4088	8,3445	1,7395 [2], [6]
Ca	20	4,4721	26,01	2,9625	13,25	1,514 [6]
			25,8	2,9549	13,215	1,55 [2], [4]
Sr	38	6,1644	33,7	3,23	19,911	2,6 [2], [6]
Ba	56	7,4833	38	3,362	25,159	3,61 [6], 3,74 [5] [6]
			39,25			3,5 [2], [4]
Ra	88	9,3808	45,21	3,5624	33,407	5 [2], [4]
Zn	30	5,4772	9,166	2,0928	11,463	7,133 [2], 7,14 [4]
Cd	48	6,9282	13	2,3513	16,29	8,645 [6], 8,642 [2]
Hg	80	8,9443	14,13	2,4176	21,623	14,19 [6] la —38,45°C
B	5	2,236	4,66	1,6703	3,735	2,34 [4], [5]
						2,3 [2]
Al	13	3,6056	10	2,1544	7,768	2,7 [2], [6]
Sc	21	4,5826	14,55	2,4413	11,187	3,1 [2], [5]
			18	2,6207	12,01	2,5 ? [4]
Y	39	6,245	16,14	2,5271	15,782	5,51 [2], [4]
			20,46	2,7351	17,08	4,34 [5], [6]
La	57	7,5498	22,5	2,8231	21,187	6,16 [2], [6]
Ga	31	5,5678	11,8	2,2766	12,676	5,91 [2], [4], [6]
In	49	7	15,7	2,504	17,528	7,308 [2], [4], [6]
Tl	81	9	17,25	2,5838	23,254	11,85 [2] [4], [6]
$C_{diam.}$	6	2,4495	3,41	1,5052	3,6868	3,511 [2], [6]
$C_{graf.}$			5,34	1,7479	4,2814	2,25 [2]
$Si_{diam.}$	14	3,7417	12,04	2,292	8,576	2,33 [6]
			11,7	2,2702	8,4942	2,40 [2]
Ti	22	4,6904	10,71	2,2043	10,339	4,47 [6], 4,43 [2]
			10,64	2,1994	10,315	4,5 cubic [4]
Zr	40	6,3246	13,97	2,4084	15,232	6,52 [5], [6], 6,49 [2]
			14,25	2,4244	15,333	6,4 cubic [4]
Ce_{hex}	58	7,6158	20,7	2,7457	20,911	6,78 [6], 6,8 [2]
			20,31	2,7284	20,779	6,9 [4]
Hf	72	8,4853	13,42	2,3764	20,164	13,31 [2], [5], [6]
			14,76	2,4530	20,814	12,1 [4]
Th	90	9,4868	19,88	2,7090	25,700	11,68 [6], 11,7 [2]
			20,72	2,7466	26,057	11,2 [4]
$Ge_{4,12}$	32	5,6569	13,57	2,3852	13,493	5,35 [2], [5] [6]
$\beta Sn_{4,2,4}$	50	7,0711	16,27	2,534	17,917	7,285 [5], [6], 7,28 [2]
$\alpha Sn_{4,12}$			20,59	2,7409	19,381	5,765 [6], 5,75 [2] [4]
Pb_{12}	82	9,0554	18,27	2,6354	23,865	11,4 [6] 11,344 [2]

TABLOUL Nr. 74 (*continuare*)

Element	Z	$\sqrt{Z}$	V_a	$\sqrt[3]{V_a}$	$\sqrt[3]{V_a}\cdot\sqrt{Z}$	Densități
N_{cub}	7	2,6458	13,68	2,3733	6,2793	1,024 [4], [6]
N_{hex}			14,1	2,4158	6,3917	0,993 [6]
P_{alb}	15	3,873	17,01	2,5718	9,9605	1,824 [6], [4] hex.
$P^{hex}_{roșu}$			13,3	2,3693	9,1762	2,33 [5], [6], 2,20 [2], [4] } cubic
P_{negru}			11,5	2,2572	8,7420	2,70 [4], [5], [6] monoclin
V	23	4,7958	8,27	2,0223	9,6984	5,96 [4], 6,07 [2]
Nb	41	6,4031	10,86	2,2145	14,18	8,575 — 8,615 [6]
						8,4 [2]
Ta	73	8,544	10,88	2,2159	18,932	16,69 [6], 16,65 [2]
As_{trig}	33	5,7446	13,05	2,3543	13,524	5,75 [4], [5], [6]
As_{negru}			15,94	2,5167	14,457	4,7 [4]
$As^{amorf}_{cub,\ galben}$			38,0	3,362	19,313	1,97 [5], [6]
			42,26	3,4832	20,01	1,82 [4]
$Sb_{3,3}$	51	7,1414	18,22	2,6214	18,791	6,682 [2], [4], [5], [6]
$Sb_{negru,\ nemet.}$			22,96	2,843	20,77	5,3 [5]
Bi	83	9,1104	21,23	2,769	25,227	9,845 [6]
			21,33	2,7733	25,266	9,8 [2], [4] [5]
O_{hex}	8	2,8284	10,96	2,2213	6,2827	1,46 [6] la —252°C
S_{romb}	16	4	15,59	2,4982	9,9926	2,056 [5], [6], 2,07 [2]
Se_{trig}	34	5,831	16,31	2,536	14,787	4,86 [5], [6], 4,79 [2]
Se_{mcl}			17,7	2,6061	15,196	4,455—4,46 [2], [6]
Se_{amorf}			18,53	2,6463	15,43	4,26—4,28 [2], [4]
Te_{trig}	52	7,2111	20,46	2,735	19,723	6,225 [6] ,6,24 [2]
Cr	24	4,899	7,22	1,9328	9,467	7,21—7,23[6],[2]7,1[4]
Mo	42	6,4807	9,40	2,1105	13,677	10,2 [2], [4], [5], [6]
W	74	8,6023	9,53	2,1201	18,238	19,2—19,3 [2], [4], [6]
U	92	9,5917	12,53	2,3226	22,278	19 [2], 19,2 [6]
			12,87	2,3435	22,478	18,485 [4], 18,7 [5]
Mn	25	5	7,35	1,945	9,725	7,47 cubic [2], [6]
Te	43	6,5574	8,61	2,0496	13,44	11,5 [4]
Re	75	8,6603	8,86	2,0692	17,92	21,05 [6], 20,9 [5]
			9,075	2,0851	18,064	20,53 [2]
$F_{lic.}$	9	3	17,15	2,579	7,7364	1,108 la —190° C [2]
$Cl_{lic.}$	17	4,1231	22,77	2,8343	11,687	1,557 la — 35° C [2]
$Br_{lic.}$	35	5,9161	25,45	2,9414	17,402	3,14 la t. ord. [2]
F	9	3	(12—13)			[6]
Cl_{romb}	17	4,1231	16,7	2,556	10,539	2,12 [6] la —185° C
Br_{romb}	35	5,9161	19,46	2,6898	15,913	4,107 [6] la —185° C
J_{romb}	53	7,2801	24,63	2,9096	21,181	5,15 [6] la —185° C
			25,7	2,951	21,464	4,93 [2] la temp. ord.

TABLOUL Nr. 74 *(continuare)*

Element	Z	$\sqrt{Z}$	V_a	$\sqrt[3]{V_a}$	$\sqrt[3]{V_a}\cdot\sqrt{Z}$	Densităţi
Fe_8	26	5,099	7,098	1,9218	9,7994	7,86 [2], [4], [5], [6]
$Ru_{6,6}$	44	6,6332	8,14	2,0116	13,344	12,49 [6], 12,43 [2]
$Os_{6,6}$	76	8,7178	8,40	2,0328	17,722	22,71 [6], 22,48 [2]
$Co_{6,6}$	27	5,1962	6,63	1,8786	9,7616	8,89 [6], 8,9 [2]
Rh_{12}	45	6,7082	8,29	2,0239	13,577	12,414 [6], 12,5 [2], [4]
Ir_{12}	77	8,775	8,53	2,0432	17,929	22,65 [6], 22,42 [2]
Ni_{12}	28	5,2915	6,60	1,8758	9,9258	8,89 [6], 8,9 [2]
Pd_{12}	46	6,7823	8,87	2,07	14,04	12,027 [6], 11,97 [2]
Pt_{12}	78	8,8318	9,085	2,0866	18,428	21,45 [2], [4], [5], [6]
He	2	1,4142	27	3	4,2426	0,147 la —271,35°C[6]
Ne	10	3,1623	14	2,4101	7,6215	1,44 la—268°C [6]
Ar	18	4,2426	23,6	2,8684	12,17	1,65—1,69 la—233°C[6]
Kr	36	6	26,5	2,9814	17,888	3,16 la—252° C [6]
X	54	7,3485	35,8	3,2958	24,219	3,67 la—180° C [6]
Rn	86	9,2736				5,5 lichid [4]

ПРАВИЛО ИЗМЕНЕНИЯ АТОМНЫХ И ИОННЫХ ЛУЧЕЙ, А ТАКЖЕ ИОНИЗАЦИОННЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ГЛАВНОГО КВАНТОВОГО ЧИСЛА, ПОРЯДКОВОГО НОМЕРА Z И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ДЛИНЫ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Правило основывается на результатах, полученных при сравнении объемов и атомных лучей 75 элементов, ионных лучей 52 ионов и ионизационных потенциалов 71 элемента, для которых были опубликованы экспериментальные данные.

Правило распространяется на элементы, разбитые на главные и второстепенные группы периодической системы и находящиеся в приблизительно одинаковых условиях.

В данном случае устанавливается, что

$$r_Z = \frac{k \cdot f(n)}{\sqrt{Z}},$$

где r_Z — радиус атома соответственно иона с порядковым номером Z; $f(n)$ — функция главного квантового числа и наружного электронного слоя данного атома соответственно данного иона; $f(n)$ принимает почти во всех случаях значения абсолютного квадрата; k — постоянная величина, значения которой зависят от условий, которым подчинена данная система и которая может быть рассматриваема как элементарная длина.

В зависимости от состояния элементов — атомы в свободном состоянии, атомы расположенные в кристаллических сетях, состояние ионизации — для некоторых рядов главных и второстепенных групп могут быть установлены приблизительно линейные функции; таким образом могут быть получены соотношения более общего вида.

UNE RÈGLE CONCERNANT LA VARIATION DES RAYONS ATOMIQUES ET IONIQUES ET CELLE DES TENSIONS D'IONISATION

(RÉSUMÉ)

La règle este fondée sur les résultats obtenus en comparant les volumes et les rayons atomiques pour 75 éléments, les rayons ioniques pour 52 ions et les tensions d'ionisation pour 71 éléments, à partir des données expérimentales publiées jusqu'à présent.

La règle s'applique aux éléments, lorsqu'ils sont rangés par groupes principaux, respectivement secondaires, du système périodique et lorsqu'ils se trouvent dans des conditions analogues.

La règle est exprimée par la formule générale

$$r_Z = \frac{K \cdot f(n)}{\sqrt{Z}}$$

où

r_z = le rayon de l'atome, respectivement de l'ion, de nombre atomique Z;

$f(n)$ = une fonction du nombre quantique principal de la couche électronique périphérique de l'atome, respectivement de l'ion considéré; $f(n)$ prend à peu près dans tous les cas la valeur d'un carré parfait.

k = une dimension constante, dont la valeur dépend des conditions dans lesquelles se trouve le système considéré, conditions caractéristiques du groupe.

En fonction de l'état des éléments — atomes libres, atomes rangés en réseaux cristallins, état d'ionisation — on peut établir pour certaines séries des groupes principaux, respectivement secondaires, des fonctions presque linéaires, et en arriver aux relations d'ordre plus général.

BIBLIOGRAFIE

1. Landolt-Börnstein, *Atom und Molekularphysik*. Springer Verlag, Berlin, 1950, v. I, partea I, p. 211—212.
2. Manualul Inginerului Chimist, Editura Tehnică, 1951, v. I.
3. V. Klemm, Angewandte Chemie, 1950, Nr. 6, p. 133—142.
4. S. H. Perry, *Chemical Engineer's Handbook*. Mc Graw-Hill Publ. Co., New-York, 1950.
5. A. F. Hollemann, E. Wiberg, *Anorganische Chemie*. Ed. Walter de Gruyter, Berlin, 1943.
6. W. Biltz, *Raumchemie der festen Stoffe*. Verlag L. Voss, Leipzig, 1934.
7. M. C. Neuburger, Sammlung chemischer u. chemisch-technischer Vorträge, Ferdinand Enke, Stuttgart, 1933, Nr. 17.
8. V. M. Goldschmidt, Fortschritte der Mineralogie, 1931, Nr. 15, p. 73—146.
9. L. Pauling, Journ. Amer. Chem. Soc., 1927, Nr. 49, p. 765.
10. E. V. Spolski, *Atomnaia Fizica*. Moscova, 1950, v. II, p. 264—265.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul IV, Nr. 1—2, 1953

ASUPRA MĂSURĂRII MĂRIMILOR FIZICE AVÂND ACELEAŞI DIMENSIUNI

DE

TUDOR TĂNĂSESCU

In ştiinţă se întâlnesc unele mărimi care au aceleaşi dimensiuni, într'un sistem coerent de unităţi de măsură, mărimi care sunt totuşi de natură fizică diferită.

In unele manuale şi lucrări ştiinţifice se consideră ca fapt natural să se măsoare cu aceeaşi unitate fiecare din cele două mărimi care formează un asemenea cuplu, ceea ce nu este întotdeauna just.

De pildă, în mecanică este cunoscută perechea: momentul unei forţe şi lucrul mecanic, care au ambele aceleaşi dimensiuni: L^2MT^{-2} (în sistemul MKS); adesea cuplul unor forţe se măsoară în jouli, unitatea de energie, ceea ce nu este corect.

De asemenea, s'ar mai putea da diferite exemple de mărimi fără dimensie, cu caracter geometric şi mecanic, cum sunt liniile trigonometrice, randamentul, etc., care nu au dimensiuni specifice pentru unităţile lor, acestea fiind reprezentate prin unitatea numerelor. O fericită excepţie o face măsura unghiului, unde utilizăm radianul. Dar această precizare a unităţii unghiului nu este suficient utilizată în sistemele de unităţi şi în special în definirea dimensiunilor mărimilor. Astfel ar fi de examinat, din toate punctele de vedere, dacă nu ar fi potrivită alegerea a patru mărimi fundamentale, în loc de trei, pentru mărimile mecanice, în scopul exprimării dimensiunilor, a patra mărime fiind unghiul plan.

Acest procedeu, de a alege o unitate fizică pentru unghiul plan, ar rezolva mai clar separarea unităţilor mărimilor «frecvenţă» şi «pulsaţie», care au azi aceeaşi dimensie şi totuşi au unităţi diferite.

In cele de mai jos se insistă asupra unor cazuri similare în electricitate şi magnetism, unde adesea se produc confuzii.

De pildă, potenţialul magnetic scalar, din exteriorul circuitelor filiforme, are aceleaşi dimensii ca intensitatea curentului:

$$V_H = \Omega I,$$

unde Ω este unghiul solid: neclaritatea s'ar ridica prin adoptarea explicită în toate relaţiile a unităţii sterradian pentru unghiul solid.

Dar, în electricitate şi magnetism, confuzia mai apare din cauza existenţei a două variante în sistemele de unităţi de măsură, varianta clasică şi varianta raţionalizată.

Astfel, sunt unele mărimi care, cu toate că au aceeaşi măsură într'una din aceste variante, au totuşi măsuri diferite în cea de a doua variantă:

Semnalez următoarele şase perechi de mărimi, având aceleaşi dimensiuni, în sistemul MKS; s'a ales curentul electric ca a patra mărime fundamentală pentru dimensiuni:

L circulaţia câmpului magnetic i intensitatea curentului	$[I]$
Ψ fluxul câmpului de inducţie electrică q cantitatea de electricitate	$[TI]$
φ fluxul câmpului de inducţie magnetică m sarcina fictivă magnetică	$[L^2MT^{-2}I^{-1}]$
D câmpul de inducţie electrică P polarizarea electrică	$[L^{-2}TI]$
B câmpul de inducţie magnetică M polarizarea magnetică (intensitatea de magnetizare)	$[MT^{-2}I^{-1}]$
R rezistenţa electrică (impedanţă) $\zeta = \frac{E}{H}$ impedanţa intrinsecă a spaţiului	$[L^2MT^{-3}I^{-2}]$

Intre primele cinci perechi există următoarele relaţii în sistemul MKS clasic şi raţionalizat:

clasic	raţionalizat
$L = 4\pi i$	$L' = i$
$\Psi = 4\pi q$	$\Psi' = q$
$4\pi P = D - E\varepsilon_0$	$P = D' - E\varepsilon_0'$
$4\pi M = B - H\mu_0$	$M = B - H'\mu_0'$

Pentru ultima pereche — a şasea — situaţia se va examina în mod special în partea a doua a lucrării.

Din relaţiile de mai sus rezultă că nu s'ar putea adopta formal câte o aceeaşi unitate, respectiv, pentru fiecare din cele cinci perechi de mărimi, decât în varianta raţionalizată; în varianta clasică unităţile diferă prin factorul 4π. Dar chiar în varianta raţionalizată mărimile rămân diferite una de alta, ca natură fizică, deci este greşit a le măsura cu aceeaşi unitate.

In principiu s'ar putea măsura cu aceeaşi unitate numai mărimile care sunt identice ca natură fizică şi care deci sunt legate printr'o relaţie, invariantă în orice sistem de unităţi (de exemplu cazul: lucrul mecanic şi energia cinetică etc.).

Examinând cazul al şaselea, analiza lui arată că situaţia este mai complexă.

In primul rând se observă că R, rezistenţa electrică, nu-şi schimbă unitatea când se trece dela varianta clasică la varianta raţionalizată.

In ceea ce priveşte $\zeta = \frac{E}{H}$, impedanţa intrinsecă a spaţiului, ea îşi schimbă unitatea când se trece dela o variantă la alta; într'adevăr, pe când unitatea lui E nu se schimbă, cea a lui H se modifică, deoarece avem:

$$\int H\,dl = 4\pi\Sigma I \quad \text{în varianta clasică}$$

şi

$$\int H'\,dl = \Sigma I \quad \text{în varianta raţionalizată.}$$

Deci ζ va prezenta două valori, după varianta în care se măsoară; una va corespunde ohmului și alta unei unități diferite de ohm. Totuși, s'ar putea defini altfel, incât el să nu-și schimbe unitatea; în acest caz ar trebui să avem:

$$\zeta = \frac{E}{H} \quad \text{în varianta clasică}$$

și

$$\zeta = \frac{1}{4\pi}\frac{E}{H'} \quad \text{în varianta rațională}$$

sau

$$\zeta = 4\pi\frac{E}{H} \quad \text{în varianta clasică}$$

și

$$\zeta = \frac{E}{H'} \quad \text{în varianta rațională.}$$

Vom urmări mai departe modul de exprimare a lui ζ în cele trei ipoteze.

Impedanța intrinsecă a spațiului liber este o constantă și ea poate fi calculată simplu în modul următor. Se consideră o linie foarte lungă formată din două benzi paralele, la distanța mică d și de lățime b. Din teoria liniilor de transmisiune se știe că sursa care va alimenta această linie întâmpină din partea acesteia impedanța ei caracteristică:

$$Z_0 = \frac{U}{I} = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Cum în sistemul MKS, inductanța L pe unitatea de lungime a liniei este $\frac{4\pi}{10^7}\frac{d}{b}$ henry, iar capacitatea C pe unitatea ei de lungime este $\frac{b}{9\times10^9\times4\pi d}$ farazi, rezultă:

$$Z_0 = \frac{U}{I} = 120\,\pi\frac{b}{d}\text{ohmi}.$$

Cum însă în varianta rațională se poate scrie:

$$E = \frac{U}{d}\left[V/_m\right] \quad \text{și} \quad H' = \frac{I}{b}\left[A/_m\right],$$

rezută că, dacă ζ se definește ca fiind raportul $\frac{E}{H}$, vom avea:

$$\zeta' = \frac{E}{H'} = \frac{\frac{U}{d}}{\frac{I}{b}} = \frac{b}{d}Z_0 = 120\,\pi = 377.$$

In varianta clasică cu aceeași definiție pentru ζ se găsește la fel:

$$\zeta = \frac{E}{H} = \frac{\frac{U}{d}}{\frac{I}{b}} = \frac{I}{4\pi}\cdot\frac{b}{d}Z_0 = 30.$$

In primul rând se vede că dimensiunile lui ζ şi ζ' sunt acelea ale raportului $\frac{U}{I}$, sau ale lui Z_0.

In ceea ce priveşte unităţile lui ζ se pune întrebarea care dintre cele două valori: 377 sau 30, corespunde ohmului.

Deoarece fenomenul considerat are o simetrie plană, rezultă că este logic să considerăm că expresia lui ζ în funcţie de Z_0, sau E/H, nu trebue să conţină factorul 4π, în varianta raţionalizată; cu alte cuvinte este indicat să acceptăm o legătură directă, în această variantă, între unitatea lui ζ' şi unitatea de rezistenţă, ohmul.

Dacă am fi avut o simetrie sferică pentru fenomenul considerat, atunci ar fi fost logic să introducem factorul 4π.

Se poate spune atunci că rezultatul $\zeta' = 377$ se măsoară în ohm spaţial. Celălalt rezultat 30 se va măsura în raportul unităţilor E şi H în varianta clasică, adică în volt pe milioersted şi metru (spaţial).

Rămân atunci posibile numai următoarele două alternative, din cele trei menţionate iniţial:

1. Se consideră ζ definit prin raportul $\frac{E}{H}$ atât în varianta clasică, cât şi în cea raţionalizată (care conduce în exemplul tratat la $\zeta = \frac{1}{4\pi}\frac{b}{d}Z_0$ în sistemul clasic şi la $\zeta' = \frac{b}{d}Z_0$ în sistemul raţionalizat), obţinându-se $\zeta = 377$ ohm spaţial în varianta raţionalizată şi 30 volţi pe milioersted şi metru (spaţial) în varianta clasică.

2. Se consideră ζ ca definit diferit în cele două variante clasică şi raţionalizată:

$$\zeta = 4\pi\frac{E}{H} \text{ în varianta clasică}$$

$$\zeta = \frac{E}{H'} \text{ în varianta raţionalizată}$$

(dar având aceeaşi definiţie în raport cu Z_0, şi anume, $\zeta = \frac{b}{d}Z_0$ în ambele variante) în care caz $\zeta = 377$ ohm spaţial, atât într'una, cât şi în cealaltă variantă.

CONCLUZIE

Când există o pereche de mărimi fizice având aceleaşi dimensiuni, ele trebue să se măsoare în general prin unităţi diferite (în primul rând ca natură fizică); de aceea unităţile trebue să poarte denumiri diferite.

De multe ori în electricitate şi magnetism relaţia dintre cele două mărimi este diferită ca formă în varianta clasică şi în varianta raţionalizată, deci atunci cu atât mai mult se impune diferenţierea unităţilor.

Numai dacă relația dintre cele două mărimi, în forma ei generală, este invariantă în toate sistemele coerente de unități, numai atunci unitățile pot fi legate una de alta, eventual identificate.

Institutul de Fizică, Laboratorul de Măsurări Electrice
Secția Electricitate, București.

ОБ ИЗМЕРЕНИИ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН, ОБЛАДАЮЩИХ ОДИНАКОВЫМИ РАЗМЕРНОСТЯМИ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Две физические величины, имеющие одинаковые размерности, могут быть, вообще говоря, измерены с помощью различных единиц и, следовательно, могут быть охарактеризованы при помощи различной терминологии.

Часто в электричестве и магнетизме соотношения между обеими величинами различны в зависимости от применения классического или рационализированного варианта, однако это влечет за собой изменение единиц.

Если общее уравнение инвариантно во всех связных системах единиц, применение уникальной единицы измерения становится возможным.

SUR LA MESURE DES GRANDEURS PHYSIQUES AYANT LES MÊMES DIMENSIONS

(RÉSUMÉ)

Deux grandeurs physiques ayant les mêmes dimensions peuvent en général être mesurées par des unites différentes donc, caractérisées par une terminologie différente.

En électricité et magnétisme, la relation entre les deux grandeurs est très souvent différente, d'après la variante clasique ou rationnalisée que l'on emploie; cela impose d'autant plus la différentiation des unités.

Si la relation générale est invariante dans tous les systèmes cohérents d'unités, l'emploi d'une seule unité devient possible.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul IV, Nr. 1—2, 1953

PILA ELECTRICĂ CU CLORURĂ DE ARGINT

DE

N. VASILESCU KARPEN

1. Pila cu clorură de argint a fost descoperită de Davy acum 90 de ani; a fost folosită câtva timp, apoi părăsită şi reluată în ultimul timp, din cauza calităţilor sale excepţionale.

Potrivit numărului mic de date, pe care le-am găsit în literatura consultată, această pilă este capabilă să producă — pentru aceeaşi greutate — curenţi de intensitate constantă mult mai mari decât pilele uzuale sau acumulatorii; ea ar putea funcţiona tot atât de bine la temperaturi joase, până la —30°C, ca şi la temperaturi obişnuite.

Având în vedere aceste calităţi, un colectiv a studiat realizarea pilei cu clorură de argint.

Experienţe preliminare

2. In forma cunoscută, pila cu clorură de argint arătată în figura 1 este formată dintr'o foaie de argint acoperită pe cele două feţe cu o pătură de clorură de argint, constituind catoda şi un anod dublu de zinc amalgamat. Electrolitul este o soluţie de clorură de amoniu, circa 20%.

Forţa electromotoare (f.e.m.) este de circa 1,04 V.

3. Se constată că pila astfel construită posedă la temperaturi obişnuite următoarele calităţi: produce un curent mare faţă de cel produs de pilele uzuale, variabil dela un exemplar la altul în timpul descărcării, curentul şi f.e.m. scad, observându-se şi o sporire a rezistenţei interioare.

Numărul de amperore debitat de pilă, până la o anumită tensiune la borne, de exemplu 0,5 V, variază de asemenea dela un exemplar la altul.

In sfârşit, curentul nu atinge dela începutul punerii în funcţiune, valoarea finală, ci numai după trecerea unui timp, variabil dela un exemplar la altul.

Cercetări sistematice

4. Faţă de numărul relativ mic de date obţinute din literatura consultată, au trebuit să se facă numeroase experienţe, pentru a găsi modul de funcţionare a pilei, procesul fizico-chimic ce se petrece în interiorul acesteia, cu totul deosebit—după cum se va vedea—de acela al tuturor pilelor cunoscute şi de a stabili, în consecinţă, condiţiile optime de construire şi de funcţionare ale pilei.

Procedând la cercetări sistematice, se constată următoarele:

5. Dacă electrolitul se găseşte la nivelul n_1, în aşa fel încât să nu atingă foaia de argint, nu se stabileşte nicio f. e. m., şi nu se produce, dacă se leagă electrozii printr'un miliampermetru, niciun curent, chiar dacă se introduce în circuit o baterie de câţiva volţi, oricât am lăsa electrozii în această poziţie.

Rezultă de aici că:

6. Clorura de argint topită (cristalină) se comportă ca un izolant.

7. Clorura este practic insolubilă şi complet impermeabilă; altfel, aşezată în electrolit, s'ar impregna cu acesta şi nu s'ar comporta ca un izolant; de altfel impermeabilitatea se poate constata şi direct.

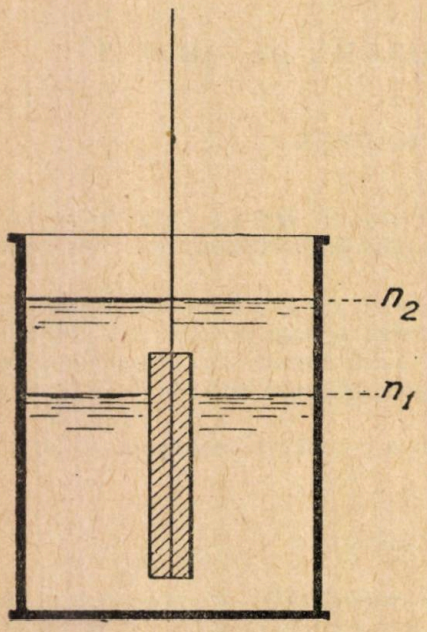


Fig. 1

Clorura fiind izolantă şi impermeabilă, cum se stabileşte curentul?

8. Dacă ridicăm nivelul electrolitului în n_2, astfel ca să atingă foaia de argint, şi dacă menţinem pila în scurt circuit, se stabileşte un mic curent, care creşte treptat. Se observă în acelaşi timp că suprafaţa clorurii din vecinătatea foii de argint, se *argintează*, se acopere cu o pătură subţire de argint, care înaintează spre extremitatea de jos a clorurii, pe măsură ce curentul creşte. Iar când pătura de argint acoperă toată suprafaţa clorurii, curentul atinge un maximum care se menţine.

9. Dacă înainte ca pătura de argint să ocupe toată suprafaţa clorurii, coborîm nivelul electrolitului sub extremitatea inferioară a păturii — curentul încetează şi ne găsim în cazul dela punctul 5.

10. Readucând nivelul electrolitului în n_2, şi continuând descărcarea pilei, se observă că rezistenţa interioară a pilei, foarte mare la început, scade pe măsură ce înaintează pătura de argint, şi când aceasta ocupă întreaga suprafaţă a clorurii, se reduce numai la rezistenţa electrolitului.

11. Grosimea păturii de argint creşte proporţional cu cantitatea de electricitate debitată. La sfârşitul descărcării, pătura de argint ocupă tot volumul ocupat iniţial de clorură.

Clorura se transformă treptat în argint, argint care este neapărat spongios, deoarece volumul aparent rămâne acelaşi, clorul dispărând din reţeaua clorurii de argint.

Avantajul argintării prealabile a suprafeţei clorurii

12. Dacă se lasă pila să se amorseze singură, după cum s'a arătat mai sus, durata ajungerii la curentul maxim (suprafaţa clorurii complet argintată) poate fi foarte lungă — o jumătate de oră şi mai mult — în care timp pila nu este folosită bine.

De aceea ne-am gândit să argintăm întreaga suprafaţă a clorurii, înainte de introducerea ei în electrolit, făcând astfel să apară un strat subţire de argint. Aceasta se obţine frecând suprafaţa clorurii cu praf de zinc amestecat cu electrolit.

Rezultatul a fost că, încă dela început, fără nicio întârziere, f.e.m. a atins valoarea normală, şi curentul a căpătat valoarea maximă.

Efectul simetriei construcţiei şi aşezării electrozilor

13. Cu cât stratul de clorură este mai uniform în grosime şi egal pentru ambele feţe, cu cât feţele sunt mai aproape de paralelism cu electrodul de zinc şi la egală distanţă de acesta, cu atât curentul se menţine mai constant.

Densitatea de curent şi polarizarea pilei

14. La fiecare grosime a stratului de argint, adică la fiecare număr de n amperore produse pe cm^2 de electrod corespunde o densitate de curent, , care nu polarizează simţitor pila. Dela această densitate înainte pila se polarizează, adică f.e.m. a pilei scade cu atât mai mult, cu cât densitatea depăşeşte valoarea η.

Pentru grosimea de cca 1 mm a stratului de argint, această densitate maximă este de 0,015 A/cm^2. Cu această densitate f.e.m. a pilei scade totuşi la circa 0,96 volt. Se arată mai departe (punctul 34) motivul acestei limitări a curentului, precum şi valorile lui η corespunzând la diferitele grosimi ale stratului de argint.

Cantitatea de electricitate debitală

15. Cantitatea de electricitate debitată de pilă până la transformarea totală a clorurii în argint spongios, $Q = \Sigma i t_{A \cdot h}$ este o constantă corespunzând la cifra teoretică de 0,187 A·h pe gram de clorură, *oricare ar fi modul de descărcare.*

(Un amperoră depune 1,322 g clor şi 4,025 g argint, sau descompune 5,347 g clorură; deci 1 g clorură produce 1/5,347 = 0,187 A·h).

Energia debitală

16. Nu numai cantitatea de electricitate Q este o constantă, dar şi energia totală QE este o constantă, dacă f.e.m. E este menţinută constantă la 0,96 volt.

Inlocuirea suportului (foaia de argint) cu o foaie de alt metal

17. Se constată că înlocuind foaia de argint, cu un alt metal ca aurul sau cuprul, sau chiar cu grafit, f.e.m. rămâne aceeaşi (1,04 volt), ca şi curentul produs. Se dovedeşte astfel că natura suportului nu intervine în funcţionarea pilei.

18. Mai mult, suportul poate fi suprimat cu folos, după cum se va vedea, placa de clorură de argint, după argintarea suprafeţei, fiind susţinută de un fir de argint ca în figura 2.

Modul de funcţionare şi teoria pilei cu clorură de argint

19. Din datele experimentale arătate mai sus, rezultă modul de funcţionare şi deci, teoria pilei.

Reamintim că cristalele clorurii de argint sunt formate din ioni de argint, Ag^+, şi din ioni de clor Cl^- aşezaţi ca în binecunoscutul cristal de clorură de sodiu (fig. 3)[1]).

[1]) In această figură, pentru uşurinţa expunerii, aşezarea ionilor este puţin diferită.

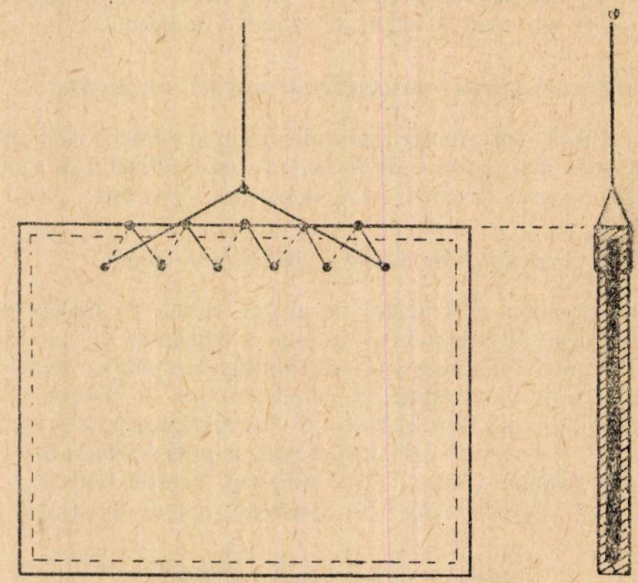


Fig. 2

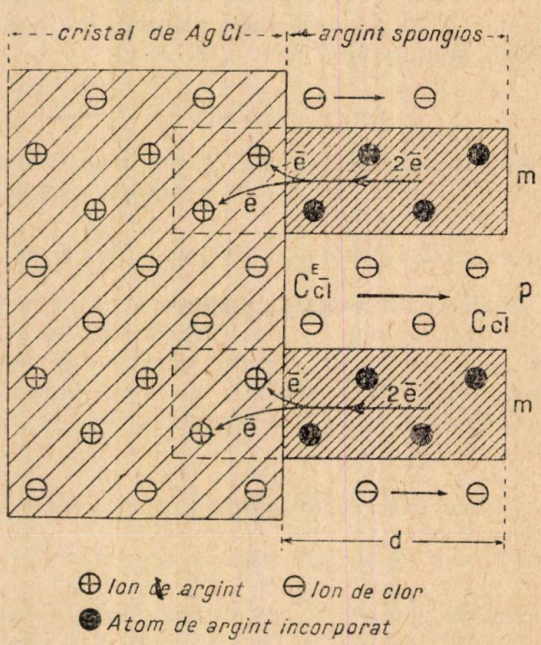

cristal de AgCl
argint spongios
ē
2ē
m
p
d
Ion de argint
Ion de clor
Atom de argint incorporat

Fig. 3

După cum s'a spus la punctul 12, pentru buna funcţionare a pilei, trebue în prealabil argintată toată suprafaţa clorurii. Dacă însă aceasta nu s'a făcut şi se introduce electroda în electrolit, ca în figura 1, nivelul fiind în n_2, cum se amorsează pila?

Legându-se foaia de argint cu zincul, electronii, venind prin firul de legătură dela zinc, neutralizează ionul de argint al clorurii, în părţile unde este pătrunsă de foaia de argint (fig. 1), transformându-l în argint, $Ag^+ + e^- = Ag$, şi liberează ionul Cl^-, care porneşte prin electrolit spre zinc. Ia naştere, astfel, micul curent, observat în experienţele preliminare şi prima porţiune de pătură superficială de argint, care se întinde din aproape în aproape, şi sfârşeşte prin a ocupa toată suprafaţa clorurii.

20. Să considerăm deci cazul când, după oarecare timp de funcţionare, toată suprafaţa clorurii este acoperită cu o pătură de argint de oarecare grosime (fig. 2), obţinută fie prin autoamorsare, fie prin prealabilă atingere cu praf de zinc. Această pătură este spongioasă, locul clorului fiind ocupat de electrolit care pătrunde, prin porii păturii, până la clorura neatacată.

Funcţionarea pilei, potrivit rezultatelor experimentale obţinute, *se deosebeşte complet de modul de funcţionare al tuturor pilelor cunoscute şi prezintă un real interes ştiinţific.*

In adevăr, pila are un anod de zinc, ca orice pilă uzuală, dar catodul (fig. 2), cu totul neobişnuit, este un bloc de clorură de argint cristalină, insolubilă, izolantă şi impermeabilă, complet închis într'o pătură de argint spongios.

21. Funcţionarea pilei se poate explica cu ajutorul figurei 3.

In figura 3 se vede schematic contactul între pătura de argint şi blocul de clorură. Imediat ce se stabileşte legătura între electrozi, electronii sunt eliberaţi la anod, ca în orice pilă uzuală, potrivit reacţiei:

$$1/2\ Zn = 1/2\ Zn^{++} + e^- + q_z, \qquad (1)$$

q_z fiind căldura de ionizare a zincului, electronii pornesc prin firul de legătură, ajung la pătura de argint spongios, pe care o străbat prin partea ei metalică, îndreptându-se spre clorura de argint, unde neutralizează ionul, Ag^+, transformându-l în atom de argint, Ag, şi liberând ionul Cl^-, care porneşte prin porii păturii de argint ocupaţi de electrolit şi se îndreaptă spre anod.

In figura 3, părţile *m* haşurate sunt părţile metalice ale păturii, formate prin încorporarea atomilor de argint proveniţi din neutralizarea ionilor Ag^+; iar părţile *p* nehaşurate reprezintă porii sau canalele ocupate de electrolit, prin care circulă ionii Cl^- liberaţi, îndreptându-se spre anod.

Părţile limitate de linii întrerupte reprezintă poziţia ulterioară a argintului, după încorporarea altor doi atomi de argint.

Fenomenul se petrece în virtutea reacţiei:

$$Ag\,Cl + e^- = Ag + Cl^- + k. \qquad (2)$$

Se poate afla căldura *k*, din următoarele reacţii care desvoltă călduri de reacţie cunoscute:

$$Ag\,Cl = Ag + Cl - q_{Ag\,Cl}, \qquad (3)$$

$q_{Ag\,Cl}$ fiind căldura de formaţie a clorurii din componenţii ei Ag şi Cl, ($q_{Ag\,Cl} = 29{,}0$ calorii pe echivalent gram)

$$Cl + e^- = Cl^- + q_{Cl}, \qquad (4)$$

q_{Cl} fiind căldura de ionizare a clorului.

Adunând (3) cu (4), obţinem:

$$Ag\,Cl + e^- = Ag + Cl^- + q_{Cl} - q_{Ag\,Cl}\,; \quad \text{deci} \quad k = q_{Cl} - q_{Ag\,Cl}, \qquad (5)$$

în sfârşit, adunând (1) cu (5), obţinem reacţia de bază în virutea căreia funcţionează pila:

$$Ag\,Cl + 1/2\,Zn = Ag + Cl^- + 1/2\,Zn^{++} + q_{Cl} - q_z - q_{Ag\,Cl} =$$
$$= Ag + Cl^- + 1/2\,Zn^{++} + Q \qquad (6)$$

$Q = q_{Cl} - q_z - q_{Ag\,Cl}$ fiind căldura desvoltată de reacţie. In rezumat, această reacţie constă în trecerea electronului de pe zinc pe Ag Cl.

Ionul Cl^-, astfel format, străbate, după cum s'a arătat mai sus, pătura de argint prin interstiţiile acestuia rămase libere prin plecarea clorului şi ocupate de electrolit, şi se îndreaptă spre anod (fig. 3).

In canalele (porii) din argint, în care nu există diferenţă de potenţial, ionii Cl^- circulă *prin difuziune* în virtutea diferenţei de concentraţie.

Argintul spongios

22. Argintul spongios prezintă aproape toate caracterele metalului compact, în particular conductibilitatea electrică prin electroni, afară de densitate şi de proprietăţile mecanice. Structura sa este aceea a unui burete, volumul său şi dimensiunile exterioare sunt exact acelea ale clorurii din care provine, iar aspectul exterior este cel al argintului compact sau al clorurii după argintarea suprafeţei acesteia.

Având în vedere că densitatea clorurii de argint este de 5,56, densitatea argintului spongios este:

$$\frac{5{,}56 \cdot 107{,}9}{107{,}9 + 35{,}45} = 4{,}18\ g/cm^3$$

faţă de 10,5 densitatea argintului compact; volumul ocupat de argintul compact, într'un cm^3 de argint spongios, este deci de $4{,}18/10{,}5 = 0{,}4\ cm^3$, restul de $0{,}6\ cm^3$ este volumul porilor.

Densitatea de 4,18 g/cm^3 se verifică experimental măsurând greutatea p_1 a unui electrod înainte de întrebuinţare şi greutatea p_2 după completa epuizare a electrodului şi după uscarea la 300° (pentru a face să dispară clorura de amoniu din pori). Se constată că valoarea raportului p_1/p_2 este foarte aproape de valoarea teoretică 5,56/4,18.

Altă verificare a porozităţii argintului spongios.

Un amperoră descompune 5,347 g clorură de argint ocupând $5{,}347/5{,}56 = 0{,}96\ cm^3$, din care (punctul 15) $4{,}025/10{,}5 = 0{,}38\ cm^3$ este spaţiul ocupat de argintul compact. Volumul porilor ocupat de soluţia 20% clorură de amoniu este deci de $0{,}96 - 0{,}38 = 0{,}58\ cm^3$ cântărind $0{,}58 \cdot 1{,}06 = 0{,}61$ g.

Cântărind electrodul după producerea a N amperore şi apoi după uscarea la 300°, se găseşte efectiv o pierdere de greutate de 0,61 Ng, corespunzând soluţiei evaporate.

Această stare a argintului — stare spongioasă solidă — credem că nu este cunoscută.

Rezistența interioară

23. Rezistența interioară a pilei provine aproape exclusiv din rezistența electrolitului, căci rezistența argintului este neglijabilă.

Pentru rezistivitatea electrolitului de 3 ohm cm o suprafață a electrodului de S cm^2 și o grosime a electrolitului de 1 cm — rezistența interioară este de $3\ 1/S$ ohm.

Simetria de observat în confecționarea și așezarea electrozilor

24. Când electrodul de clorură de argint este confecționat în forma cunoscută, adică (fig. 1) cu o foaie de argint ca suport al clorurii, este necesar:

a) ca pătura de clorură pe cele două părți ale foii de argint să aibă aceeași grosime uniformă;

b) ca electrodul de clorură să fie paralel cu electrozii de zinc;

c) ca acest electrod să se găsească la egală distanță de electrodul de zinc.

Dacă aceste condiții, greu de obținut, nu sunt îndeplinite, clorura de argint se epuizează mai repede în părțile unde grosimea păturii este mai mică sau în care electrodul de clorură este mai aproape de electrodul de zinc. Rezultatul este că suprafața clorurii rămasă neatacată se micșorează producând o polarizare prematură a electrodului, o sporire a rezistenței interioare, și deci o scădere a curentului. Dacă însă electrodul este confecționat ca în figura 2, adică fără foaie de argint, atunci, singura condiție de observat este așezarea electrodului de clorură paralel cu electrozii de zinc.

Perfecționări aduse pilei cu clorură de argint

25. Perfecționările aduse pilei cu clorură de argint, față de forma cunoscută a pilei sunt:

a) Argintarea prealabilă a suprafeței clorurii. Prin aceasta pe de o parte se obține dela început, fără nicio întârziere, funcționarea normală a pilei f.e.m. 1,04 volți și curentul maxim, iar pe de altă parte se evită folosirea nerațională a clorurii în timpul amorsării pilei.

b) Suprimarea foii de argint. Prin aceasta se simplifică confecționarea electrodului, suprimându-se necesitatea încărcării simetrice a foii de argint; se suprimă de asemenea condiția așezării electrodului de clorură la egală distanță de electrozii de zinc.

Dar pentru a obține o f.e.m. constantă și curentul maxim constant (scop urmărit prin realizarea pilei cu clorura de argint), este necesar, pe lângă argintarea prealabilă a suprafeței clorurii:

— în cazul electrozilor cu foaie de argint, să fie îndeplinite condițiile *a)*, *b)*, *c)*, dela punctul 24;

— în cazul suprimării foii de argint este deajuns așezarea electrodului de clorură paralel cu electrozii de zinc;

— în ambele cazuri, pentru ca pila să nu se polarizeze simțitor, trebue ca densitatea de curent să nu întreacă densitatea de curent corespunzătoare grosimii stratului de argint (0,015 A/cm^2 până la grosimea de 1 mm).

c) Laminarea clorurii de argint. O altă perfecționare în construcția pilei este laminarea clorurii de argint după topirea ei. Se pot obține cu ușurință lame de clorură, până la grosimea de 0,5 mm, care se pot tăia cu foarfecele la dimensiunile voite.

Posibilitatea întrebuinţării catozilor de grosime mică are drept consecinţă, o mare îmbunătăţire a funcţionării pilei, şi anume:

Folosirea unei densităţi mari de curent, fără polarizarea pilei, după cum se va vedea la punctele 34 şi 35.

O scădere considerabilă a rezistenţei interioare a pilei, prin sporirea suprafeţei electrodului pentru aceeaşi greutate, şi prin micşorarea grosimii electrolitului, care se proporţionează cu grosimea clorurii.

26. Oricare ar fi modul de confecţionare şi de aşezare a electrodului de clorură faţă de electrozii de zinc, oricare ar fi modul de descărcare a pilei, se obţine întotdeauna, *până la epuizarea completă a clorului, adică până la transformarea ei în argint*, numărul de amperore teoretic, adică 0,187 A·h pe gram de clorură (randament 100%). Dar dacă condiţiile *a), b), c)* dela punctul 24 nu sunt satisfăcute şi dacă grosimea catodului nu este proporţionată cu densitatea curentului (punctul 25), f.e.m. şi curentul nu rămân constante în timpul descărcării.

Modul de producere a forţei electromotoare a pilei şi evaluarea ei

27. Termodinamica stabileşte pentru f.e.m. a pilelor reversibile, expresia:

$$E = Q + T\frac{dE}{dT} = Q + q,$$

unde Q este căldura produsă de reacţia chimică din pilă, dacă s'ar produce direct, iar $T\frac{dE}{dT} = q$ reprezintă variaţia f.e.m. cu temperatura şi căldura absorbită de pilă din mediul înconjurător.

Pila cu clorură de argint nu este perfect reversibilă, dar putem încerca să aplicăm formula termodinamică, neglijând căldura necunoscută q, care de cele mai multe ori este relativ mică.

In cazul nostru am văzut că:

$$Q = q_{Cl} - q_z - q_{AgCl},$$

unde diferitele călduri sunt cunoscute,

q_{Cl} căldura de ionizare a clorului = 39,2 calorii pe echivalent gram

q_z ,, ,, ,, ,, zincului = 17,5 ,, ,, ,, ,,

$q_{Ag\,Cl}$,, ,, formare ,, clorurii = 29,0 ,, ,, ,, ,,

Căldura totală . . . . . $Q = 27{,}7$,, ,, ,, ,,

corespunzând la 27,7·4170/96500 = 1,2 joule pe echivalent electrochimic, sau pe coulomb [1]).

F.e.m. ar fi deci de 1,2 volţi, dacă nu ar exista schimb de căldură cu mediul exterior.

Cunoscând datele experimentale, $E = 1{,}04$ volţi şi $Q = 1{,}2$ volţi, obţinem pentru căldura cedată mediului înconjurător, $-q = Q - E = 0{,}16$ volţi sau joule pe coulomb.

28. Calea cinetică sau atomistică conduce la acelaşi rezultat; spre deosebire însă de termodinamică, această cale satisface dorinţa noastră de a cunoaşte ce se petrece îndărătul fenomenelor direct aparente.

[1]) Valorile absolute ale lui q_{Cl} şi q_z nu se cunosc, ci numai diferenţa lor, $q_{Cl} - q_z$, singura care intervine în calcul.

Fără a face apel la teoria lui Nernst, se poate aplica teoria noastră. Această teorie a fost comunicată Academiei de Ştiinţe din Paris, într'o serie de Comunicări [1].

Această teorie este bazată, în special, pe intervenţia electronilor din electrolit, în determinarea f.e.m. a pilelor.

Electronii din electrolit provin, la ambii electrozi, din disociaţia ionilor, Cl^- şi OH^-,

$$Cl^- = Cl + e^-; \quad OH^- = OH + e^-,$$

iar în vecinătatea zincului, şi din disociaţia atomilor ce se detaşează din metal $Zn = Zn^{++} + 2e^-$.

29. Diferenţa de potenţial între metal şi electrolit, în particular în cazul când electrolitul nu conţine ioni de ai metalului, sau când îi conţine în cantităţi infinitezimale, cum este în cazul de faţă, clorura de argint fiind aproape insolubilă este

$$V = RT \ln \frac{\varepsilon}{\varepsilon'}$$

R, constanta gazelor,

T, temperatura absolută,

ε, concentraţia electronilor, număr de electroni pe unitatea de volum, în metal, presupusă aceeaşi în toate metalele uzuale,

ε', concentraţia electronilor în electrolit în vecinătatea suprafeţei metalului.

In cazul nostru, potenţialul catodului de argint este:

$$V_a = RT \ln \frac{\varepsilon}{\varepsilon'_a},$$

iar al anodului de zinc

$$V_z = RT \ln \frac{\varepsilon}{\varepsilon'_z}$$

ε'_a, ε'_z, concentraţiile electronilor în electrolit la catod şi la anod, iar f.e.m. a pilei este:

$$E = V_a - V_z = RT \ln \frac{\varepsilon'_z}{\varepsilon'_a}$$

V_a reprezintă şi căldura absorbită din mediul exterior la catod, prin destinderea electronilor trecând dela concentraţia ε la ε'_a; V_z reprezintă şi căldura desvoltată la anod, prin comprimarea electronilor dela ε'_z la ε; iar E reprezintă şi căldura absorbită de pilă din mediul exterior, prin destinderea şi comprimarea electronilor, ca şi cum aceştia s'ar destinde dela ε'_z la ε'_a în timpul producerii unui coulomb.

Toată energia pilei provine din destinderea dela ε'_z la ε'_a, pila tinzând să se răcească din această cauză cu E joule pe secundă; dar reacţia chimică o încălzeşte cu Q joule pe secundă, astfel că la temperatură constantă, pila absoarbe, $q = E - Q$, joule pe secundă, deci $E = Q + q$, relaţie care exprimă principiul conservării energiei.

30. Este de observat că f.e.m. a lanţului

$$Ag - NH_4Cl - Zn$$

adică a pilei Volta cu catod de argint şi ca electrolit soluţia de clorură de amoniu fără urmă de AgCl, adică fără urmă de ioni Ag^+, are exact valoarea de 1,04 volţi a f.e.m. a pilei cu clorură de argint. Se vede de aici ce nejustificat este calculul f.e.m. a pilei în chestiune, cu ajutorul formulei lui Nernst, folosind concentraţia extrem de mică a ionilor Ag^+ în soluţia de NH_4Cl chiar saturată de Ag Cl.

Modul de funcţionare a pilei. Fenomene la electrozi

31. La a n o d, în timpul trecerii curentului, se petrec aceleaşi fenomene ca în toate pilele, folosind zincul ca anod.

Ionii Zn^{++} părăsesc anodul trecând în electrolit, iar electronii respectivi, 2 e^- trec prin firul de legătură la catod.

Cantitatea de zinc practic consumată este cu 10—15% mai mare ca aceea corespunzând teoretic cantităţii de electricitate debitată.

Se observă că zincul, chiar amalgamat, este atacat de clorura de amoniu, dând naştere unui complex şi unei degajări de hidrogen, probabil potrivit reacţiei:

$$Zn + 2\,NH_4\,Cl = Zn\,(NH_3)_2\,Cl_2 + H_2$$

complexul $Zn\,(NH_3)\,Cl_2$ de coloare negru-cenuşiu este insolubil şi se precipită.

Această reacţie nu are loc în măsură apreciabilă, decât atunci când pila debitează, deşi precipitatul şi hidrogenul degajat nu corespund decât într'o mică măsură, cantităţii de electricitate debitată. Degajarea de hidrogen, deşi slabă, împiedecă folosirea electrolitului sub formă de pastă (pilă seacă). Am făcut numeroase încercări pentru a evita degajarea de hidrogen, dar fără rezultate apreciabile.

Pe de altă parte, complexul precipitat riscă să scurtcircuiteze electrozii, dacă nu se lasă loc suficient între ei şi sub electrozi.

Fenomenele dela catod

32. Fenomenele dela catod sunt cu totul deosebite de acelea dela catodul tuturor pilelor cunoscute.

Aceste fenomene constitue caracteristica pilei cu clorură de argint şi interesul ştiinţific al pilei. Fenomenele nu sunt cunoscute, nu se găsesc în literatură, deşi cunoaşterea lor este indispensabilă pentru construirea practică şi economică a pilei.

Am văzut că catodul pilei (punctul 19, fig. 3) este un bloc de clorură de argint insolubilă (partea centrală din fig. 2), complet închis într'o pătură de argint spongios, prin porii căruia electrolitul vine în contact cu clorura ; grosimea păturii *d* fiind exact proporţională cu cantitatea de electricitate debitată.

33. Când circuitul pilei este închis, şi pila produce curent, electronii care sosesc dela anod la catod, se îndreaptă prin partea metalică a argintului spongios (fig. 3) către cristalul de Ag Cl, unde pe baza reacţiei:

$$Ag\,Cl + e^- = Ag + Cl^-$$

atacă cristalul, transformând ionul Ag^+ în atom Ag, care *rămâne pe loc* şi se încorporează stratului (păturii) de argint spongios, sporindu-i astfel grosimea; în acelaşi timp ionul Cl^- liberat trece prin canalele (porii) stratului şi se îndreaptă spre anod, unde întâlneşte ionul Zn^{++} ieşind din anod şi formează cu acesta clorura de zinc disociată.

Insistăm asupra faptului că atomii de argint *nu se depun* pentru a forma un metal compact, cum este cazul pilei Daniell, unde ionii Cu^{++} descărcaţi se depun pe catod sub formă de cupru compact; atomii de argint rămân pe loc formând argintul spongios, care păstrează exact forma primitivă a clorurii de argint din care provine. *Acest fenomen al atacului direct de către electroni al unui corp solid — nedisolvat — este necunoscut.*

Efectul grosimii stratului de argint spongios

34. In interiorul canalelor (porilor) stratului de argint spongios, neexistând câmp electric (pavăza Faraday), ionii Cl^- circulă în aceste canale prin difuzie în virtutea diferenţei de concentraţie, $C^E_{Cl} - C_{Cl}$, care trebue neapărat să se producă, între concentraţia, C^E_{Cl}, din vecinătatea cristalului de Ag Cl, şi concentraţii C_{Cl} din electrolitul liber (fig. 3).

Potrivit legii difuziei,

$$C^E_{Cl^-} - C_{Cl^-} = \frac{id}{d} \; ; \quad C^E_{Cl^-} = C_{Cl^-} + \frac{id}{\alpha} ,$$

α fiind coeficientul de difuzie al ionilor, Cl^-, prin canalele stratului.

Dar creşterea cu $\frac{id}{\alpha}$ a concentraţiei ionilor Cl^- din vecinătatea cristalului face mai dificilă trecerea acestor ioni din cristal în electrolit, deci mai dificilă trecerea electronilor din argint în cristal, cu atât mai dificilă, cu cât creşterea $\frac{id}{\alpha}$ a concentraţiei $C^E_{Cl^-}$ este mai mare.

Drept consecinţă, o parte din electroni, sosind dela anod, în loc de a se îndrepta spre cristal, intră în electrolit, neutralizează ioni H^+, formând hidrogen care polarizează catodul de argint, micşorează f.e.m. şi curentul i. Electronii intră în electrolit până când curentul i satisface relaţia dela punctul 36.

Curentul i scade automat pe măsură ce creşte d, adică pe măsură ce creşte cantitatea de electricitate produsă.

35. Privind chestiunea din alt punct de vedere, şi referindu-ne la punctul, 29, am văzut că f.e.m. a pilei se poate pune sub forma:

$$E = RT \ln \frac{\varepsilon'_z}{\varepsilon'_a} = RT \ln \frac{C^z_e}{C^a_e}$$

unde $\varepsilon'_z = C^z_e$, este concentraţia electronilor la suprafaţa zincului

$\varepsilon'_a = C^a_e$, „ „ „ „ „ „ argintului

Când pila produce curent şi tinde să se polarizeze, f.e.m. devine

$$E_p = RT \ln \frac{C^z_e}{C^{ap}_e}$$

C^{ap}_e, fiind concentraţia electronilor la suprafaţa argintului în electrolitul liber.

Dacă ţinem însă seama de $C_{\bar{e}}^{E}$ din vecinătatea cristalului, f.e.m. are drept expresiune

$$E_p' = RT \ln \frac{C_{\bar{e}}^{z}}{C_{\bar{e}}^{E}}$$

Cele două expresiuni, E_p, E_p', trebue să fie egale, trebue deci ca, $C_{\bar{e}}^{ap} = C_{\bar{e}}^{E}$. Această egalitate se explică în modul următor:

La suprafaţa cristalului în electrolit, avem,

$Cl^- \rightleftarrows Cl + e^-$, de unde prin legea maselor şi observând că $C_{Cl}^{E} = C_{\bar{e}}^{E}$,

$$C_{\bar{e}}^{2E} = \frac{C_{Cl}^{E}}{k}$$

La suprafaţa argintului, în electrolitul liber, avem

$$Cl^- \rightleftarrows Cl + e^- ; \qquad H \rightleftarrows H^+ + e^-$$

de unde, prin legea maselor,

$$C_{Cl^-} = K_1 C_{Cl} \cdot C_{\bar{e}}^{ap} ; \qquad C_H K_2 C_{H^+} \cdot C_{\bar{e}}^{ap}$$

Dar $C_{Cl} + C_{H^+} = C_{\bar{e}}^{ap}$,

înlocuind pe C_{Cl}, C_{H^+}, cu valorile lor de mai sus, obţinem

$$C_{\bar{e}}^{2ap} = \frac{C_{Cl}}{K_1} + \frac{C_H}{K_2}.$$

Trebue deci ca:

$$\frac{C_{Cl}}{K_1} + \frac{C_H}{K_2} = \frac{C_{Cl}^{E}}{K}$$

Când înaintăm dela cristal spre electrolitul liber, C_{Cl} scade, iar C_H creşte, astfel ca egalitatea de mai sus să se menţină şi potenţialul argintului să fie acelaşi în tot stratul de argint.

36. Rostul pilei cu clorură de argint este producerea unui curent intens care să rămână constant sau să nu scadă, sub o anumită limită în timpul descărcării. Pe de altă parte, un bun randament energetic al pilei cere ca f.e.m. să nu scadă sub un anumit procent, de exemplu, cu 10—15%, adică sub 0,95—0,90 volţi.

Aceste condiţii sunt satisfăcute dacă produsul id între densitatea i de curent şi grosimea d a stratului de argint este fixat astfel ca f.e.m. să nu scadă de exemplu sub 0,9 volţi; experienţa arată că pentru aceasta, valoarea produsului trebue să fie 0,015:

$$id = 0{,}015 \quad ; \quad i = \frac{0{,}015}{d\text{mm}} \text{ A/cm}^2,$$

adică, dacă de exemplu grosimea electrodului de Ag Cl este de 2 mm, iar grosimea argintului la sfârşitul descărcării este de $d = 1$ mm, densitatea de curent i la finele descărcării nu trebue să întreacă $1 = 0{,}015$ A/cm^2.

După cum s'a văzut şi la punctul 25, grosimea electrozilor de Ag Cl (deci şi grosimea zincului) trebue aleasă cu atât mai mică, cu cât densitatea de curent cerută este mai mare; urmând ca pentru menţinerea aceleiaşi capacităţi să se mărească în consecinţă numărul electrozilor aşezaţi în paralel.

37. Exemplu. Pilă cu 2 lame de Ag Cl, încadrate de 3 lame de zinc.

Dimensiunile lamelor de Ag Cl — $6 \times 6 \times 0{,}2$ cm.

Suprafaţa totală a electrozilor — $4 \times 6 \times 6 = 144$ cm^2.

Volumul electrozilor — $2 \times 6 \times 6 \times 0{,}2 = 14{,}4$ cm^3.

Capacitatea, cu un randament de 90% al clorurii, socotit 1 A . h pe cm^3 — — $14{,}4 \times 0{,}9 = 13$ A · h.

Curentul la sfârşitul descărcării — $0{,}9 \times 144 \times 0{,}015 = 1{,}94$ A

F.e.m. finală — 0,9 volţi. Rezistenţa interioară — 0,06 Ω.

Tensiunea finală la borne — 0,78 volţi.

Dacă se cere ca curentul de descărcare să fie dublu (3,88 A), păstrând aceeaşi capacitate şi aceeaşi f.e.m. finală, vor trebui 4 lame de aceeaşi suprafaţă (6×6), dar de 1 mm grosime.

38. In acest studiu, se explică toate particularităţile pilei cu clorură de argint.

Institutul de Fizică,
Laboratorul de Electrochimie,
Secţia Electricitate, Bucureşti.

ЭЛЕМЕНТ С ХЛОРИСТЫМ СЕРЕБРОМ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Описывается элемент с хлористым серебром и приводятся экспериментальные данные, характерные для элемента.

Описывается действие этого элемента, совсем различное от обычного. Оно основывается на до сих пор неописанном явлении: «Прямое взаимодействие электрона с твердым нерастворимым кристаллом, каким является хлористое серебро, с превращением иона Ag^+ в атом Ag и освобождением иона Cl^-».

После разряжения элемента весь объем, занятый до того Ag Cl, занят пористым серебром.

Были введены некоторые усовершенствования в устройство элемента: предварительное осеребрение поверхности хлористого серебра, упразднение серебряного листа для поддержки хлористого серебра, прокатывание хлористого серебра.

Указывается отношение между толщиной электрода из Ag Cl и плотностью тока, которая должна существовать для наилучшего к.п.д.

LA PILE ÉLECTRIQUE AU CHLORURE D'ARGENT

(RÉSUMÉ)

On décrit la pile au chlorure d'argent et ses proprietés caractéristiques.

On en montre le fonctionnement, complètement différent de celui des autres piles, dans lequel intervient un phénomène qui n'a pas encore été relevé:

« l'attaque directe par les électrons d'un cristal solide et insoluble (le chlorure d'argent fondu), par transformation de l'ion Ag^+ en atome Ag et par la libération de l'ion Cl^- ».

Après la décharge de la pile, tout l'espace antérieurement occupé par le chlorure, est occupé par l'argent à l'état spongieux.

Par comparaison au dispositif connu, on a introduit divers perfectionnements dans la construction et le fonctionnement de la pile: recouvrement préalable de la surface du chlorure par une couche d'argent; suppression de la feuille d'argent soutenant le chlorure; laminage du chlorure fondu.

On a montré le rapport qui doit exister entre l'épaisseur de l'électrode de chlorure d'argent et la densité du courant électrique en vue d'un bon rendement énergétique de la pile.

BIBLIOGRAFIE

1. N. Vasilescu-Karpen, C. R., 1939, t. 209, p. 474, 509, 790, 988.
2. — *Nouvelle théorie des piles électriques.* Academia Română, Bucureşti, 1944.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul IV, Nr. 1—2, 1953

PILA CU CLORURĂ DE ARGINT

DE

L. FIHMAN

Elementele galvanice folosite azi pe scară mare au la bază următoarele două sisteme electrochimice:

$$1)\quad +\,MnO_2/NH_4Cl/Zn\,-\quad \text{şi}\quad 2)\quad +\,O_2\Big/\begin{matrix}NH_4Cl\\ \text{sau}\\ NaOH\end{matrix}\Big/Zn\,-$$

Deseori catodul este combinat din cele 2 sisteme ($MnO_2 + O_2$).

Caracteristica de descărcare descrescătoare îngreuiază însă utilizarea în multe domenii a acestor elemente galvanice.

In ultimii ani au fost propuse diferite alte sisteme electrochimice, în care s'a căutat să se realizeze o tensiune cât mai constantă în tot timpul descărcării, la densităţi de curent mari. Printre aceste sisteme a fost întrebuinţat şi sistemul care foloseşte un catod de argint, acoperit cu clorura de argint:

$$(+)\ Ag/AgCl/NH_4Cl/Zn\ (-)$$

Acest sistem este cunoscut demult. Realizările mai vechi (sec. al XIX-lea) sunt descrise de Fery, Chéneveau, Paillard [1], care indică pe Marie-Davy ca primul care a propus sistemul electrochimic al pilei cu clorură de argint.

Warren de la Rue a dat însă soluţia practică de construire a pilei. El a întrebuinţat un vas cilindric de sticlă conţinând o soluţie apoasă (23 g/l) de clorură de amoniu. Electrodul negativ a fost constituit dintr'o baghetă de zinc neamalgamat, iar electrodul pozitiv dintr'un cilindru subţire de argint, acoperit cu un strat de clorură de argint. Electrodul pozitiv a fost izolat de cel negativ prin mai multe straturi de hârtie sugativă.

Gaiffe a realizat o pilă cu clorură de argint transportabilă şi cu electrolit imobilizat. Electrozii aveau forma de plăci dreptunghiulare, distanţate între ele cu 1—2 cm. Izolaţia între plăci se compunea din 6—8 foiţe de hârtie sugativă îmbibată cu soluţie apoasă de 5% clorură de zinc.

L. Jumau [2] studiind pila Gaiffe, calculează f.e.m. a pilei ca fiind egală cu 1,18 v. El consideră că pila prezintă un interes redus, având în vedere preţul mare al argintului şi alte inconveniente, pe care nu le precizează.

O construcţie originală a fost propusă de cercetătorul rus Scrivanov, care utilizează electrolitul de hidroxid de potasiu (40%) obţinând o forţă electromotoare de 1,9 V.

Studiul sumar al acestei pile a fost făcut de A. P. Okatov [3] care descrie funcționarea principală a elementului cu clorura de argint, subliniind proprietățile lui excelente. El arată însă interesul limitat al acestei pile din cauza costului argintului.

Mullen, Howard și Knight [4] au construit în anii 1930—1940 un tip de pilă mono- și bicelulară în formă rulată, în care pe o foaie de argint este depus, pe cale electrochimică, un strat de clorură de argint. Construcția principală a acestui element comportă un anod de magneziu și are o f.e.m. de cca 1,5 V. Izolarea se face printr'o hârtie absorbantă. S'a utilizat și anodul de zinc într'o construcție de celulă uscată, elementul debitând însă curenți mici.

La începutul acestui studiu a putut fi cercetat un element cu clorură de argint construit în anii 1940—1945 (reformat). El se compune din trei plăci pozitive și 4 plăci negative, montate într'un vas de zinc ambalat în carton subțire. Plăcile pozitive de formă pătrată și foarte subțiri sunt constituite dintr'o foiță de argint, perforată (de ordinul 0,1 mm) pe care s'a aplicat un strat uniform de clorură de argint. Aspectul sticlos permite să se presupună că aplicarea acestui strat s'a făcut prin cufundarea în clorură de argint topită. Fiecare electrod pozitiv este învelit în 2—3 straturi de hârtie absorbantă. Electrozii negativi au fost găsiți parțial corodați, ca și vasul exterior de zinc, ceea ce a îngreunat cercetarea lor. Electrolitul a fost găsit complet uscat și cristalizat, fiind asemănător cu cel întrebuințat în pile cu bioxid de mangan (clorură de amoniu și clorură de zinc).

Rezumând cele de mai sus, observăm peste tot aceeași construcție a electrodului pozitiv; clorura de argint aplicată pe foița de argint. Polul negativ este fie din zinc, fie din magneziu. Separarea plăcilor se face prin învelirea electrodului pozitiv în hârtie absorbantă. Electrolitul întrebuințat este clorura de amoniu și clorura de zinc sau potasa caustică. Electrolitul este lichid în unele execuții, în altele imobilizat.

PROCESELE ELECTROCHIMICE, CE AU LOC ÎN PILA CU CLORURĂ DE ARGINT

Ne vom ocupa de sistemul electrochimic folosit de cele mai multe ori și care este constituit din:

(+) Ag/Ag Cl/soluție apoasă 20% NH_4CL/Zn (—)

(pH al electrolitului este de cca 5).

Procesele posibile în acest sistem sunt:

A. *Inainte de trecerea curentului*

a) Soluția de electrolit:

1. Disocierea electrolitului:

$$NH_4Cl \rightleftarrows NH_4^+ + Cl^- \qquad (1)$$

2. Disocierea apei:

$$H_2O \rightleftarrows H^+ + OH^- \qquad (2)$$

3. Combinarea ionului NH_4^+ cu ionul OH^- formându-se: NH_4OH şi disocierea lui în molecule NH_3 şi molecula H_2O (3), (4).

b) La anod (electrodul negativ):

1. Ionizarea zincului prin forţele de hidratare ale apei din electrolit şi formarea unui strat dublu între ionii de zinc trecuţi în soluţie şi electronii rămaşi în metal:

$$(Zn^{++} \cdot 2e^-)_m \rightleftarrows (Zn^{++} n\,H_2O)_s + (2\,e^-)_m \qquad (3)$$

Indicele *m* arată metalul; *s* — soluţia.

Stratul dublu format în interior din electroni şi în exterior din cationi hidrataţi de zinc, determină mărimea şi semnul potenţialului de electrod al zincului ($\pi_{(-)} = \pi_{Zn}$).

c) La catod (electrodul pozitiv):

1. Disolvarea clorurii de argint, care are o solubilitate de cca 10^{-5} mol/litru în apă pură şi de 10^{-10} mol/litru în soluţia de NH_4Cl şi disocierea ei în ioni:

$$AgCl_m \rightleftarrows AgCl_s \rightleftarrows (Ag^+ n'\,H_2O)_s + (Cl^-\,p\,H_2O)_s \qquad (4)$$

2. Formarea stratului dublu prin adsorbirea la suprafaţa electrodului de argint a cationilor de argint care formează partea interioară a stratului, şi anionii hidrataţi de clor ce formează partea exterioară a stratului dublu. Acest strat dublu determină valoarea şi semnul potenţialului de electrod al argintului ($\pi_{(+)} = \pi_{Ag}$).

B. *La închiderea circuitului exterior*

a) Cantitatea de electricitate egală cu 2F eliberată prin disolvarea unui atom-gram de zinc va parcurge circuitul exterior spre electrodul de argint unde va descărca 2 gram-ioni Ag^+, eliberând 2 gram-ioni Cl^-, permiţând astfel trecerea altor ioni Ag^+ în soluţie.

b) Ionii Zn^{++} se vor uni la anod cu ionii Cl^- eliberaţi, formând $ZnCl_2$ care este solubil în soluţia apoasă de clorură de amoniu şi se disociază:

$$ZnCl_2 \rightleftarrows Zn^{++} + 2\,Cl^- \qquad (5)$$

c) Ionii H^+ proveniţi din disocierea apei şi rămaşi în supranumăr conform proceselor (2) şi (3) vor avea tendinţă să se descarce la catod odată cu ionii Ag^+. In acest caz va putea apare pe electrodul de argint fenomenul de supratensiune a hidrogenului.

d) Atât la anod, cât şi la catod, în prezenţa moleculelor de amoniac, pot lua naştere combinaţii coordinative, şi anume: la anod câte o moleculă $ZnCl_2$ se combină cu câte patru molecule de NH_3, dând complexul $(Zn(NH_3)_4)\,Cl_2$; la catod — câte o moleculă $AgCl$ se combină cu câte două molecule NH_3 formând de asemenea $Ag(NH_3)_2\,Cl$.

Reacţia de funcţionare, în cazul când admitem şi formarea combinaţiilor complexe va avea următoarea expresie:

$$3\,AgCl + 6\,NH_4Cl + Zn = (Ag(NH_3)_2\,Cl + Zn(NH_3)_4\,Cl_2 + 6\,HCl \qquad (6)$$

Această reacţie însă nu poate fi acceptată ca o reacţie de bază din următoarele motive:

a) Prin înlocuirea treptată a NH_4Cl prin HCl (şi prin săruri complexe) pH-ul soluţiei trebue să treacă dela valori de $pH \simeq 5$ la valori mult mai acide,

ceea ce nu se observă la modelele încercate; de asemenea, conductibilitatea electrolitului ar fi trebuit să crească de cca 2 ori (făcând abstracție de sărurile complexe) — ceea ce de asemenea nu se observă la modelul construit.

b) Formarea sărurilor complexe cu toată inclinația substanțelor prezente în reacție de a forma legături coordinative, nu poate reprezenta un proces principal, deoarece ea este condiționată de concentrația ionilor OH^-, care este foarte mică într'o soluție cu un $pH = 5$ ($C_{OH^-} = 10^{-9}$).

Reacția de funcționare poate fi astfel redusă la următoarea expresie:

$$AgCl + NH_4Cl + Zn + H_2O = ZnCl_2 + NH_4OH + Ag + 1/2\,H_2. \qquad (7)$$

Se poate aprecia cu ușurință că descărcarea ionilor de hidrogen nu poate avea loc (din cauza potențialului mai pozitiv al argintului) decât la concentrații foarte mici ale ionilor Ag^+. Acest proces considerat secundar va fi studiat mai amănunțit în cele ce urmează mai jos.

Ecuațiile (8) și (9) neputând prezenta reacția principală, reacția ionică reversibilă de substituire a argintului, în clorura de argint, prin zinc, rămâne singura valabilă:

$$2\,AgCl + Zn = ZnCl_2 + 2\,Ag \qquad (8)$$

sau:

$$2\,Ag^+ + 2\,Cl^- + Zn^{++} + 2e^- = 2\,Ag + ZnCl_2 \qquad (8')$$

sau:

$$2\,Ag^+ + Zn \rightleftarrows 2\,Ag + Zn^{++} \qquad (8'')$$

Reacția generatoare de curent constă deci în trecerea a doi electroni (prin circuitul exterior) dela electrodul de zinc (negativ) la electrodul de argint (pozitiv) și formarea clorurei de zinc.

Trebue să menționăm că electrolitul elementului este constituit, pe de o parte din soluția apoasă de clorură de argint care este electrolitul activ, și care participă la reacția generatoare de curent, iar pe de altă parte din soluția apoasă de clorură de amoniu care servește pentru transportul curentului.

Reacțiile la cei doi electrozi în forma desvoltată se pot scrie:
la anod:

$$Zn_m - 2e^- + nH_2O = (Zn^{++} nH_2O)_s \qquad (9)$$

la catod:

$$(2\,Ag^+\,m_1\,H_2O + 2\,Cl^-\,m_2\,H_2O)_s + 2e^- = 2\,Ag_m + (2\,Cl^-\,m_2\,H_2O)_s. \qquad (10)$$

Ecuația (10) nu poate duce la interpretarea că ar apare un electrod gazos

$$Cl_2 + 2\,e^- \rightleftarrows 2\,Cl^-, \qquad (11)$$

deoarece concentrația ionilor Cl^- în soluție fiind aproximativ egală cu unitatea (gradul de disociație aparent $\alpha = 0{,}25$ la 4 N NH_4Cl), presiunea clorului născând ar echivala cu cca 10^{-18} at (calculată pe baza valorii măsurată a potențialului electrodului pozitiv $\pi_+ \cong +0{,}22$ v*), ceea ce ar duce la cinetica insuficientă a procesului.

*) $\pi\ Cl_2 = 1{,}358 + 0{,}05915 \log P_{Cl_2}$ (la 25° C).

FORȚA ELECTROMOTOARE ȘI VALOAREA POTENȚIALELOR ELECTROZILOR

F.e.m. poate fi calculată cu destulă exactitate prin formula termodinamică a variației energiei libere a sistemului (legea Gibbs Helmholtz), deoarece căldura reacției și coeficientul de temperatură $\frac{dF}{dT}$ sunt date în tabelele de specialitate

$$E = \frac{\theta}{23060\,Z} + T\frac{dE}{dT}. \qquad (12)$$

Căldura reacției (θ) se compune din diferența între căldura de formare a unui mol de clorură de zinc ($\theta_{Zn\,Cl_2}$) și căldura de descompunere a doi moli de clorură de argint (θ_{AgCl}):

$$\theta = \theta_{Zn\,Cl_2} - 2\,\theta_{AgCl} = 114{,}3 - 2 \times 30{,}2 = 54{,}1 \text{ Kcal}$$

$$-\frac{dE}{dT} = 0{,}402.10^{-3}\ V/°K;$$

prin calcul avem:

$$E = 1{,}17 - 0{,}11 = 1{,}06\ V.$$

Valoarea potențialului normal al reacției electrodului de ordinul al doilea $Ag/AgCl_{(s)}/Cl^-$ ($AgCl + e \rightarrow Ag + Cl^-$) este dată de tabelele de specialitate

$$\pi_{(+)} = 0{,}2224\ V.$$

Mărimea acestui potențial depinde de solubilitatea clorurii de argint în soluția apoasă a clorurii de amoniu conform relației:

$$\pi_{(+)} = \pi_{oAg} - 0{,}059 \lg \frac{L_{AgCl}}{C_{Cl^-}},$$

L_{AgCl} fiind produsul de solubilitate al c'orurii de argint considerată la temperatura dată (25°C) și C_{Cl^-} fiind concentrația anionilor Cl^- în soluție. Concentrația ionilor Cl^- nu variază mult, în niciuna din ecuațiile de funcționare posibile (6), (7), (8), deci nici valoarea potențialului electrodului pozitiv nu variază în condiții normale de funcționare.

Calculul valorii potențialului negativ, conform ecuației $Zn \rightleftarrows Zn^{++} + 2\,e^-$ se poate face după relația:

$$\pi_{(-)} = \pi_{oZn} + \frac{0{,}05915}{2} \log C_{Zn^{++}} \qquad \text{(la 25°C)},$$

π_{ozn} este potențialul normal al zincului $= -0{,}76$ V; $C_{Zn^{++}}$ concentrația ionilor de zinc după amorsarea reacției, va varia între o valoare inițială datorită ionilor Zn^{++} trimiși în soluție de electrodul de zinc la cufundarea în electrolit și o valoare limită teoretică când întreaga cantitate de clorură de argint a fost descompusă.

Considerând un element normal de telecomunicații de 30 A, h, $C_{Zn^{++}}$ va varia între o concentrație mică de ordinul 0,001 g ion/litru (elementul a debitat 1 A.h), când gradul de disociere aparent al $ZnCl_2$ este apropiat de unitate

(α=0,88) şi o concentraţie mai mare de ordinul 0,02 g ion/litru (α=0,64), când elementul a debitat întreaga sa capacitate.

In acest caz $\pi_{(-)}$ va varia între valorile:

$\pi'_{(-)} = -0,76 + (-0,09) = -0,85$V şi $\pi'' = -0,76 + (-0,063) = -0,823$ V.

Variaţia în timpul descărcării a potenţialului catodului:

$$\pi_{(+)} = f(t)$$

şi anodului:

$$\pi_{(-)} = f(t)$$

precum şi a f.e.m.:

$$E = \pi_{(+)} - \pi_{(-)} = f(t),$$

totale a elementului (în care t este durata descărcării elementului în condiţiile în care fenomenele de polarizare nu au loc, sau sunt neglijabile) este foarte mică. F.e.m. E variază între limitele 1,0724 V şi 1,0454 V, adică cu 0,027 V sau cca 2,5%.

Condiţia unei curbe de descărcare cu variaţii mici a tensiunii poate fi deci rezolvată dacă se evită fenomenele de polarizare (supratensiune).

STUDIUL TENSIUNII LA BORNE LA DIFERITE REGIMURI DE FUNCŢIONARE A ELEMENTULUI

Tensiunea V la bornele elementului este dată de relaţia:

$$V = E - Ir - Ep = E - I\left(r + \frac{E_p}{I}\right), \qquad (13)$$

în care E este f.e.m. a elementului, r — rezistenţa interioară ohmică, I — curentul debitat, iar E_p reprezintă expresia în volţi a fenomenelor de polarizare şi $\frac{E_p}{I}$ reprezintă o mărime de dimensiunile unei rezistenţe ohmice a aceloraşi fenomene. Termenul $r + \frac{E_p}{I}$ este notat deseori cu litera k şi reprezintă rezistenţa aparentă a elementului.

Avem:

$$V = E - kI$$

In circuit deschis, tensiunea elementului este aproximativ egală cu f.e.m. Când elementul începe să debiteze termenul k poate deveni important. Studiul fiecărui component în parte al rezistenţei aparente: rezistenţa ohmică şi f.e.m. de polarizare (supratensiunea), arată următoarele:

1. Rezistenţa interioară ohmică r a elementului se compune din rezistenţa electrozilor de clorură de argint şi zinc, din rezistenţa electrolitului şi rezistenţa contactelor la borne (care se neglijează).

Rezistenţa electrodului de zinc poate fi calculată fără nicio dificultate, cunoscând rezistivitatea (ρ=5,92.10^{-6} Ω cm), dimensiunile şi numărul electrozilor într'un element. Rezistenţa electrodului de argint acoperit cu stratul de clorură de argint, care dela prima vedere pare de un ordin mult mai mare

este totuşi în realitate de acelaşi ordin de mărime. Acest lucru se explică printr'o anumită conductibilitate proprie a clorurei de argint, conductibilitate atât ionică, cât şi electronică, dar mai ales prin formarea la suprafaţa electrodului a stratului dublu în care ionii de argint formează faţa interioară a stratului şi ionii de clor faţa exterioară, astfel că există o depunere a argintului pe suprafaţa electrodului, chiar din momentul cufundării sale în electrolit. Acest proces continuă în tot timpul funcţionării şi stratul de argint (la suprafaţa şi în porii electrodului) ia treptat locul clorurei de argint. Nu se poate admite dela început o rezistivitate egală cu cea a argintului ($\rho = 1{,}662.1^{-6}$ Ω cm), dar valoarea ei se va apropia din ce în ce mai mult de aceasta în timpul funcţionării elementului. Rezistenţa electrozilor poate fi deci considerată ca neglijabilă.

In schimb, rezistenţa electrolitului format din soluţie 4n NH_4Cl, în care apare pe măsura funcţionării şi $ZnCl_2$ până la concentraţia de ordinul $0{,}1_n$, prezintă o conductanţă mult mai mică ($\varkappa = 0{,}3365$ ohmi^{-1} cm^{-1}). Rezistenţa interioară ohmică a elementului se va compune deci, mai ales, din rezistenţa electrolitului. Variaţia acesteia pentru aceleaşi dimensiuni şi pentru acelaşi număr de electrozi va depinde de variaţia concentraţiei soluţiei şi de variaţia temperaturii acesteia. Variaţia concentraţiei clorurei de amoniu (în condiţii de descărcare normale) este neînsemnată, iar apariţia clorurei de zinc nu are nici ea vreo influenţă mai însemnată. Variaţia rezistenţei în funcţie de temperatură în limitele cuprinse între — 5° C şi +40° C nu poate fi importantă.

2. Al doilea component al rezistenţei totale K, este reprezentat prin polarizarea elementului care are ca efect modificarea valorii de echilibru a potenţialelor de electrod.

Am descris mai sus reacţiile posibile în elementul considerat. Analiza reacţiilor principale (9) şi (10) permite observarea următoarelor fenomene:

A. la anod:

a) Disolvarea zincului, cuprinzând hidratarea ionilor de zinc şi smulgerea lor din reţeaua metalului:

$$(Z_n^{++}\ 2e^-)_m + (nH_2O)_s \rightleftarrows (Zn^{++}\ nH_2O)_s + 2e_m^- \qquad (14)$$

b) Difuzia ionului hidratat de pe suprafaţa metalului în electrolit

$$(Z_n^{++}\ nH_2O)_s \rightleftarrows (Zn^{++}\ nH_2O)_s . \qquad (15)$$

suprafaţa metalului $\rightleftarrows$ masa electrolitului

B. La catod:

a) Difuzia ionului hidratat din electrolit spre suprafaţa metalului

$$(Ag^+\ mH_2O) \rightleftarrows (Ag^+\ mH_2O)_1 \qquad (16)$$

masa electrolit $\rightleftarrows$ suprafaţa metalului

b) Descărcarea ionului hidratat de către electronii sosiţi dela anod

$$(Ag^+\ mH_2O)_s + 2e_m \rightleftarrows 2\,(Ag^+\ e)_m + mH_2O_s \qquad (17)$$

c) Separarea argintului din soluția clorurii de argint este însoțită deci și de completarea rețelei cristaline a electrodului de argint:

$$\underset{\text{ion descărcați}}{(Ag^+ e^-)_m} \rightleftarrows \underset{\substack{\text{locuri incomplete}\\ \text{în rețeaua metalului}}}{(Ag^+ e^-)_m} \qquad (18)$$

Ultimul proces cuprinde atât difuzia ionilor descărcați ai metalului, cât și cristalizarea lor.

Reacțiile fizico-chimice descrise mai sus reprezintă un sistem echilibrat pentru o anumită valoare de curent de descărcare fixat de construcția elementului. Sistemul este echilibrat prin înlănțuirea tuturor reacțiilor componente și astfel vitezele fiecăruia din aceste procese (în ambele sensuri) trebue să fie egale între ele.

Deoarece însă funcționarea pilei trebue să fie asigurată la diferite intensități ale curentului de descărcare, echilibrul riscă să fie rupt. Această ruptură se poate produce mai ales din cauza cineticii diferite pe care o va avea fiecare reacție în parte la fiecare variație a condițiilor de echilibru. Reacția cu cea mai mare rezistență față de schimbarea regimului de echilibru existent, va decide asupra noii relații de echilibru.

Analizând reacțiile de mai sus, în cadrul unor regimuri de descărcare a elementului din ce în ce mai intense, observăm că reacțiile Aa și Bb vor opune în mai mare măsură rezistență față de variațiile sistemului.

Reacțiile Aa și Bb depind de energiile de activare, respectiv, de potențialele de lucru ale proceselor de trecere la anod a ionilor de zinc în soluție și de depunerea (descărcarea) ionilor de argint din soluție la catod. Frânarea acestor procese se manifestă, după cum se știe, prin supratensiunea la electrozi. Probabilitatea supratensiunii la anod este foarte mică. Apariția supratensiunii de polarizare prin încetinirea sau frânarea proceselor de descărcare a argintului nu este nici ea probabilă chiar la densități de curent mari. Însă la aceste densități de curent este posibilă descărcarea ionilor de hidrogen, care va crea supratensiunea având o valoare cuprinsă între $-0{,}3$ V pentru densități de curent de 1 mA/cm² și cca $-0{,}9$ V, pentru densitate de curent de 100 mA/cm². Descărcarea hidrogenului la catod este posibilă, când concentrația ionilor de argint în jurul catodului devine foarte mică. Ea poate fi calculată pe baza relației:

$$E = \frac{RT}{2F} \ln K.$$

Reacțiile sunt:

$$Zn + Ag^+ \rightleftarrows Zn^{++} + 2Ag \qquad (19)$$

$$Zn + 2H^+ \rightleftarrows Zn^{++} + 2H. \qquad (20)$$

Cunoscând potențialele de electrod ale zincului și argintului ($\pi Z_n^{++} = -0{,}83$ V $\pi Ag^+ = 0{,}22$ V) și că în condițiile pilei studiate, potențialul electrodului de hidrogen π_{H^+} [pentru pH = 5 și supratensiunea respectivă $\eta H_2 = -0{,}6$ V (la 25° C)] este de:

$$\pi_{H^+} = 0{,}06 \cdot \log 10^{-5} + (-0{,}6) = -0{,}9 \text{ V} \qquad (21)$$

obţinem următoarele valori ale constantelor de echilibru K_1 şi K_2 ale celor două reacţii:

$$\lg K_1 = \frac{2\,(0{,}22-(-0{,}83))}{0{,}06} = 35 \tag{22}$$

$$\lg K_2 = \frac{2\,(0{,}9-(-0{,}83))}{0{,}06} = 0{,}7 \tag{22'}$$

Vitezele reacţiilor fiind în acelaşi raport ca şi constantele de echilibru, avem:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{K_1}{K_2} = \frac{10^{35}}{10^{-0{,}7}} = 10^{34{,}3} \tag{22''}$$

adică viteza reacţiei (19) este de cca 34 de ori mai mare decât a reacţiei (20).

Numai în cazul când concentraţia ionilor de argint Ag^+ va deveni foarte mică, raportul între vitezele V_1 şi V_2 va putea fi schimbat în favoarea hidrogenului. Această concentraţie va corespunde condiţiei:

$$\pi_{Ag^+} \leqslant {}_{H^+}.$$

Valoarea π_{H^+} fiind cea calculată pentru acest element adică de $-0{,}9$ V, avem:

$$0{,}059 \lg C_{Ag^+} \leqslant -\pi_{oAg} + \pi_{H^+} \leqslant 0{,}8 + (-0{,}9) = -1{,}7 \tag{23}$$

$$\lg C_{Ag^+} \leqslant -\frac{1{,}70}{0{,}059} \leqslant -28{,}80$$

$$C_{Ag^+} \leqslant 10^{-28{,}80},$$

adică degajarea hidrogenului este posibilă când concentraţia ionilor de argint este foarte mică. Acest lucru se poate întâmpla fie când se apropie epuizarea clorurii de argint, fie când disolvarea acestei sări este împiedecată, prin concentraţia prea mare a electrolitului în ioni de clor sau (mai ales) când electrodul nu mai este poros (suprafaţă foarte mică de contact cu electrolitul).

In aceste condiţii va apare supratensiunea hidrogenului pe electrodul de argint; potenţialul catodului va deveni din ce în ce mai negativ apropiindu-se de valoarea potenţialului anodului de zinc. F.e.m. a elementului se va micşora, tinzând spre zero.

S'a admis mai sus că supratensiunea anodică nu este probabilă în condiţii normale de funcţionare. In cazul unor curenţi intenşi poate apare şi acest fenomen, care va duce nu numai la valori pozitive ale potenţialului anodului, dar şi la oxidarea zincului prin oxigenul născând.

In cazul intensităţilor normale de curent se poate admite că polarizarea de concentraţie care se datoreşte sărăcirii concentraţiei ionice în zona catodică, este neînsemnată. Intr'adevăr, se poate presupune că difuzarea moleculelor va fi activă având în vedere viscozitatea coborîtă a soluţiei la temperaturi normale. De asemenea şi migraţia ionilor va fi uniformă, deoarece mobilităţile ionilor sunt sensibil apropiate ca mărime.

La densităţi de curent mari, când apariţia ionilor de hidrogen este sigură, se va forma în zona catodică o concentraţie mare de ioni de hidrogen datorită

mobilității mari a acestui ion. Deci la densități mari de curent, polarizarea catodică prin concentrație va deveni și ea importantă. Polarizarea prin concentrație anodică datorită ionilor de oxigen (hidroxil) va fi mai puțin însemnată.

CAPACITATEA ELEMENTULUI

Ea este determinată de proprietățile electrochimice ale materialelor active: Ag Cl, Zn și NH_4Cl.

Consumul teoretic pe 1 A.h a acestor materiale în conformitate cu legea lui Faraday va fi:

$$G_{AgCl} = 5{,}35\ g,\quad G_{Zn} = 1{,}22\ g,\quad G_{NH_4Cl} = 1{,}99\ g,$$

adică în total: 8,56 g/1 A.h ceea ce dă o capacitate masică de 117 A.h/kg.

In comparație cu acest consum, consumul teoretic pe 1 A.h a materiilor active la pila Leclanché cu depolarizant bioxid de mangan, este:

$$G_{Mn\,O_2} = 3{,}24\ g;\quad G_{Zn} = 1{,}22\ g;\quad G_{NH_4Cl} = 1{,}99\ g,$$

adică în total 6,45 g/1 A.h, dând o capacitate masică teoretică de 155 A.h/kg.

Consumul teoretic pe 1 A.h la pila Leclanché cu depolarizant aer este și mai mic, deoarece se consumă numai 0,299 g oxigen (din aer), în loc de $M_n O_2$, el este deci de 3 51 g, iar capacitatea masică este de 287 A.h/kg.

Capacitatea teoretică a pilelor Leclanché nu poate fi însă realizată în practică, din cauza coeficientului mic de utilizare a maselor active, care variază mai ales în funcție de curentul de descărcare, și anume, este cuprins:

pentru $Mn\,O_2$ între 0,1 ÷ 0,4

Zn între 0,08 ÷ 0,5

NK_4Cl între 0,5 ÷ 0,9.

Avantajele pilei cu clorura de argint constau deci în utilizarea mai completă a materiilor active. Această utilizare depinde, mai ales, de concepția de construcție a pilei. Este foarte important ca electrodul pozitiv Ag/Ag Cl să prezinte o suprafață utilă suficient de mare de contact cu electrolitul pentru a nu frâna reacțiile. Acest lucru se poate realiza prin presarea pulberii foarte divizată de clorură de argint pe o placă de argint, sau prin aplicarea clorurii de argint pe o placă de argint, prin cufundarea în masă topită. In acest din urmă caz, deși se cunoaște compacitatea mare a clorurei de argint solide, se obține totuși o anumită porozitate datorită proprietății ce o are clorura de argint de a-și mări volumul la trecerea dela starea lichidă la cea solidă, putând deci crea porii necesari.

Capacitatea specifică teoretică în W.h a pilei cu Ag Cl este de asemenea inferioară pilei Leclanché, care are o f.e.m. de cca 1,5 V față de numai 1 volt la pila cu Ag Cl. Și acest desavantaj inițial poate fi remediat, deoarece caracteristica de funcționare a pilei Leclanché este descrescătoare, tensiunea medie fiind de cca 0,9 V. Construcția pilei Ag Cl trebue să tindă deci la realizarea aceleiași tensiuni medii, ceea ce este posibil datorită micșorării continue a rezistenței interioare și cu condiția evitării proceselor dăunătoare de polarizare.

FUNCȚIONAREA LA TEMPERATURI JOASE

Pilele cu bioxid de mangan sau oxigen, fabricate în U.R.S.S. întrebuințează iarna un electrolit special (G. G. Morozov și N. S. Krivoluțkaia), permițând funcționarea în limitele foarte largi de temperatură și anume între —50° C și +60° C. Condițiile de temperatură din țara noastră fac ca electrolitul pe bază de NH_4Cl și $ZnCl_2$ să asigure condiții bune de exploatare.

Studiul teoretic al influenței temperaturii asupra moleculelor active se poate face cu ajutorul relației lui Bolzmann:

$$n = Ne^{-\frac{W}{RT}} = Nf,$$

în care n este numărul de molecule a căror energie este mai mare decât energia cinetică $W = \frac{mu^2}{2}$ (u este viteza moleculei), în cazul nostru energie de activare. Calculul valorilor f se poate face dacă se cunosc valorile energiei de activare W. Se vede că termenul f va crește repede cu creșterea temperaturii T.

Influența viscozității asupra conductibilității electrolitului prin micșorarea mobilității ionilor studiată de Pisarjevschi, se poate calcula prin formula empirică

$$\lambda\eta = \text{const.}$$

λ = fiind conductibilitatea echivalentă limită
η = viscozitatea solventului.
Valoarea constantei este cuprinsă între 0,5 și 1,0.

In cadrul acestui studiu nu au fost făcute calculele pentru stabilirea condițiilor de funcționare a pilei la temperaturi joase și înalte, precum și a influenței viscozității electrolitului la temperaturi joase, deoarece nu au fost cunoscute energiile de activare ale proceselor anodice și catodice, precum și viscozitatea soluției la diferite temperaturi.

AUTODESCĂRCAREA

Fenomenele de autodescărcare datorite reacției ce are loc în circuit deschis între electrodul de zinc și electrolit cunoscute la pila Leclanché vor avea loc și la pila studiată. La aceasta se mai adaugă însă și posibilitatea formării la electrodul pozitiv a complexului $(Ag(NH_3)_2Cl)$ din cauza solubilității clorurei de argint în amoniac.

REVERSIBILITATEA SISTEMULUI

Având în vedere polarizarea chimică și fizică neînsemnată, sistemul (+) $Ag/AgCl/NH_4Cl/Zn$ (—) este reversibil în sensul care se dă acestui proces la elementele galvanice, adică după ce în timpul descărcării substanțele active au fost epuizate, prin simpla trecere în sens invers a curentului furnizat de o sursă exterioară, substanțele active sunt readuse în starea lor fizico-chimică inițială.

Totuși, practic această reversibilitate nu poate fi folosită decât în cazul unei construcții special concepute.

Intr'adevăr, la încărcare atât stratul de clorură de argint, cât şi zincul nu vor reveni la starea lor fizică iniţială, adică sub forma unui strat omogen de clorură de argint bine aderent la foiţa de argint a catodului şi de zinc metalic cu o suprafaţă mai mult sau mai puţin regulată la anod. In genere, dacă nu se iau măsuri foarte bine studiate, procesul electrochimic reversibil va reproduce materiile active ale celor doi electrozi sub forma de precipitate sau depozite neregulate.

Trebue să remarcăm că randamentul în watt-ore va fi mic din cauza tensiunii ridicate de descompunere a clorurii de zinc (care determină tensiunea de încărcare) faţă de tensiunea de lucru a elementului în timpul descărcării.

CONCLUZII

1. Reacţia principală a pilei cu clorura de argint este o reacţie reversibilă de substituire a argintului prin zinc în sarea de clorură de argint.
2. In anumite condiţii sunt posibile şi reacţiile secundare de formare a complecşilor $(Ag\ (NH_3)_2)Cl$ şi $(Zn(NH_3)_4)Cl_2$, parţial ionizabili. De asemenea, pot apare şi fenomene de descărcare catodică a ionilor de hidrogen.
3. Rezistenţa interioară descreşte pe măsura descărcării. Procesele de polarizare nu sunt active.
4. Caracteristica $V = f(t)$ este orizontală, menţinându-se la valori apropiate de cele ale forţei electromotoare.
5. Fenomenele de autodescărcare cunoscute la pila Leclanché (anod) se repetă şi la electrodul de zinc al pilei considerate. La acesta se mai adaugă o anumită posibilitate de autodescărcare prin formarea, în circuit deschis, la catod, a complexului $(Ag\ (NH_3)_2)\ Cl$.
6. Procesele electrochimice sunt practic reversibile însă pentru ca reversibilitatea să reproducă şi structura fizică este necesară studierea unei construcţii speciale a electrozilor.

Institutul de Fizică al Academiei R.P.R.,
Laboratorul de Electrochimie,
Secţia Electricitate.

ЭЛЕМЕНТ С ХЛОРИСТЫМ СЕРЕБРОМ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Излагается теория элемента с хлористым серебром. Изучаются возможные реакции, указывается невозможность формирования координационных комбинаций, а также разряда водородных ионов. Процессы в элементе с хлористым серебром приближаются к обратимым в случае подходящей конструкции элемента. Показывается, что у элемента 2 электролита, активный электролит — хлористое серебро, малая концентрация которого определяет значение потенциала серебряного электрода и электролит для проводимости — хлористый аммоний, не принимающий участие в создающей ток реакции и служащий лишь для переноса электрических зарядов.

LA PILE AU CHLORURE D'ARGENT

(RÉSUMÉ)

L'Auteur expose la théorie de la pile au chlorure d'argent. Il en étudie les réactions possibles, démontrant que la formation des combinaisons coordinatives et la décharge d'ions d'hydrogène est impossible. Dans la pile au chlorure d'argent, les procès se rapprochent des procès reversibles, dans le cas d'une construction appropriée de la pile.

La pile contient deux électrolytes: un électrolyte actif, le chlorure d'argent, dont la concentration, très faible, détermine la valeur du potentiel de l'électrode d'argent, et un électrolyte de conductivité, le chlorure d'ammonium, qui ne participe point à la réaction génératrice de courant, et ne sert qu'au transport des charges électriques.

BIBLIOGRAFIE

1. Fery, Chéneveau, Paillard, *Piles primaires et accumulateurs.* Les Presses Universitaires, Paris, 1925.
2. L. Jumau, *Accumulateurs électriques.* Dunod, Paris, 1928.
3. A. P. Okatov, *Himiceskie istociniki toka.* Goshimizdat, Moscova, 1948.
4. Mullen, Howard, Knight, Trans. Electrochemical Soc., 1946, p. 90.
5. — Manualul Chimistului, Ed. AGIR, 1948.
6. C. Neniţescu, *Chimie Generală.* Editura OPED—C.F.R., 1949.
7. B. V. Nekrasov, *Curs obşcei himii.* Goshimizdat, 1948.
8. G. V. Akimov, *Teoria i metodî issledovania corozii metalov.* Ed. Acad. de Ştiinţe a U.R.S.S., 1945.
9. S. Glasstone, *An introduction to Electrochemistry.* Traducere în l. rusă: *Vvedenie v electrohimiu.* Ed. Inostranoi Literaturî, Moscova, 1951.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul IV, Nr. 1—2, 1953

UNELE ÎMBUNĂTĂŢIRI ÎN TEHNICA SPECTROGRAFIEI RAZELOR RÖNTGEN CARACTERISTICE

DE

HORIA HULUBEI şi N. MARTALOGU

In cursul lucrărilor noastre de spectrografie prin raze Röntgen, am căutat să eliminăm cât mai mult cauzele care se opun unei detecţiuni convenabile ale radiaţiilor foarte slabe, radiaţii care prezintă un interes mare, atât teoretic, cât şi practic.

Astfel, studiul emisiilor de multipol şi al celor de scânteie trebue adâncit experimental şi teoretic, deoarece este încă departe de a fi lămurit.

Probabilitatea de emisie a acestor radiaţii este atât de mică faţă de radiaţiile de diagramă, încât punerea lor în evidenţă cere, în cele mai multe cazuri, utilizarea în condiţii optime a dispozitivelor de excitare şi de detecţie.

Spectrele de raze Röntgen au devenit un instrument comod şi în foarte multe cazuri, practic exclusiv, în analiza elementelor care intră în componenţa unui material.

Simplicitatea spectrelor de raze Röntgen face ca analiza chimică, cu ajutorul acestora, să fie preferată analizei prin spectre optice, mai ales pentru elementele grele.

In special, pentru identificarea elementelor necunoscute, dat fiind uşurinţa şi precizia în prevederile emisiilor atomilor respectivi, razele Röntgen au adus foloase esenţiale (identificarea rheniului, a hafniului etc.).

Aceste metode şi-au arătat utilitatea lor mai ales după ce s'a putut arăta că, lucrând cu grijă, detecţia elementelor componente ale unui amestec se poate face, de multe ori, în condiţii superioare acelora care folosesc spectrografia optică.

Astfel, detecţia a 10^{-9} până la 10^{-10} g dintr'un element prezent pe anticatoda unui tub de raze Röntgen este, în multe cazuri, o operaţie nu prea grea (1). Unul din noi a arătat, de exemplu, cum 10^{-10} g de Po_{84} poate fi detectat într'un amestec de Po cu Bi, Au, Pb etc.

Autorii acestui studiu au arătat, într'o Comunicare la Sesiunea Ştiinţifică a Academiei R.P.R. din Iunie 1951, cum se poate ajunge la o analiză satisfăcătoare, prin raze Röntgen, atunci când se întrebuinţează cu grijă o geometrie convenabilă în reglarea unui spectrograf de raze Röntgen prin focalizare şi când se protejează detectorul de radiaţiile parazite.

Obţinerea unei spectrograme cât mai convenabile de raze Röntgen, unde emisiile caracteristice foarte slabe apar cu suficientă claritate din ansamblul radiaţiilor care ajung pe detector, este condiţionată de modul cum se îngri-

jeşte atât excitarea spectrelor respective, cât şi analiza lor în separatorul de radiaţii utilizat.

Una din greutăţile mari care trebue învinsă este aceea datorită faptului că un tub de raze Röntgen emite, pe lângă spectrele caracteristice ale elementelor din componenţa anticatodei, şi un spectru continuu (radiaţia de frânare), care limitează puterea de detecţie a radiaţiilor slabe înnecate în perturbaţiile produse de acelea de fond continuu, cu lungimi de undă vecine radiaţiei caracteristice pe care o urmărim.

In ipoteza că maximum de precauţii au fost luate pentru a evita emisiile parazite prin protecţii convenabile şi prin asigurarea geometriei cele mai avantajoase a separatorului de radiaţii, fondul continuu emis concomitent cu radiaţiile caracteristice condiţionează optimul de detecţie, care nu poate fi îmbunătăţit decât dacă reuşim să slăbim acest fond continuu.

Unul din noi a arătat, cu alte ocazii, cum se poate îmbunătăţi detecţia radiaţiilor slabe caracteristice în spectrografele de raze Röntgen prin focalizare dacă se iau unele măsuri de precauţie, care fac ca raportul între intensitatea radiaţiilor perturbatoare şi aceea a radiaţiilor de analizat la locul detectorului să poată fi redusă la minimum posibil, dacă îngrijim ca dispersia spectrografului să aibă o valoare convenabilă în regiunea spectrală analizată şi dacă luăm unele măsuri de precauţie în ceea ce priveşte cristalul analizor.

Vom reveni asupra acestei probleme cu ocazia unei publicaţii de ansamblu privind problemele de spectrografie prin raze Röntgen.

In acest studiu ne vom ocupa de modul cum putem ameliora detecţia prin raze caracteristice luând unele măsuri de precauţie la producerea radiaţiilor Röntgen.

Problema esenţială este aceea de a reuşi ca atunci când excităm spectrele prin bombardament catodic, să avem, în fasciculul analizat o cât mai mică proporţie de fond continuu în regiunea spectrală care ne interesează.

Fondul continuu, după cum se ştie, poate fi practic eliminat dacă se produce o excitare prin fluorescenţă. Dat fiind însă randamentul mic într'o astfel de excitare, metoda nu poate fi aplicată cu folos decât dacă se recurge la instalaţii suficient de puternice pentru producerea razelor primare, ceea ce însă nu este întotdeauna la îndemâna unui laborator curent de raze Röntgen.

Când se lucrează cu un tub de construcţie curentă, se ameliorează, în parte, condiţiile de detecţie controlând cantitatea de fond continuu în raport cu aceea a radiaţiilor caracteristice, utilizând un potenţial convenabil pe tubul de raze X.

Dacă luăm în consideraţie faptul că intensitatea razelor X caracteristice este dată în primă aproximaţie de o relaţie de forma:

$$I \sim (\alpha - 1)^n,$$

cu $\alpha = \frac{V}{V_0}$ (V şi V_0 fiind, respectiv, potenţialul aplicat pe tub şi cel de excitare al spectrului caracteristic în studiu, iar $n = 1{,}65$), relaţie încă convenabil valabilă pentru valori ale lui n mergând până la 4', că eficacitatea producerii razelor X este proporţională cu ZV, putem alege o valoare pentru V, încât fondul continuu din domeniul analizat, dat fiind distribuţia intensităţii în funcţie de λ, să aibă o valoare relativă cât mai mică.

Suntem însă limitaţi în alegerea potenţialului de excitare de problema în studiu. Astfel, de exemplu, excitarea convenabilă a unui grup oarecare de emisii

«în afara diagramei», cere un potențial de excitare ridicat care nu este întotdeauna cel mai convenabil în ceea ce privește valoarea relativă a intensității fondului continuu față de liniile caracteristice.

Unul din noi a arătat, cu altă ocazie (2), că aceste greutăți sunt în parte mai greu de înlăturat și prin faptul că tuburile de raze Röntgen utilizate pentru analiza razelor caracteristice sunt de tipul tuburilor curente de raze X.

Aceste tuburi au fost astfel construite, încât în fasciculul de utilizare, să avem tocmai maximum posibil de fond continuu. Deoarece marea majoritate a radiației emise de un tub este aceea de fond continuu, și deoarece pentru utilizările curente de röntgenografie, röntgenoterapie, defectoscopie, fondul continuu, convenabil filtrat, este perfect utilizabil, construirea tuburilor curente, așa cum le cunoaștem, este perfect justificată.

Aceste tuburi țin seama de distribuția intensității fondului continuu cu azimutul și au o geometrie care permite ca fasciculul de utilizare să părăsească tubul tocmai după direcția maximului de intensitate.

In locul citat (2) s'a menționat că, pentru motivele arătate mai sus, aceste modele curente trebue evitate și că avem interesul să imaginăm tuburi a căror geometrie să permită ca direcția fasciculului de utilizare să corespundă tocmai minimului de intensitate a fondului continuu.

Știm că, după S o m m e r f e l d, distribuția fondului continuu cu azimutul este dată de relația:

$$\sigma = K \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\sin^2 \varphi}{\cos \varphi} \left[\frac{1}{(1 - \beta \cos \varphi)\, 4} - 1 \right], \qquad (1)$$

care reprezintă energia radiantă care traversează 1 cm² la o distanță r de focar;

φ este unghiul făcut de direcția de observație cu aceea a electronilor, iar βc este viteza lor.

Pentru valori mici ale lui β, relația (1) devine:

$$\sigma = 4\ K \frac{\beta}{r^2} \sin^2 \varphi.$$

Această relație, după cum se știe, este dedusă în ipoteza unei anticatode infinit subțiri.

Valorile găsite experimental urmează, în linii generale, distribuția teoretică, curbele de distribuție având o formă asemănătoare cu aceea dedusă din relațiile de mai sus.

Abaterile dela această lege, sunt cu atât mai mari, cu cât anticatoda este mai groasă.

In special la $\varphi = 0°$ și la $\varphi = 180°$ intensitatea fondului continuu nu este nulă, așa cum prevede teoria.

Aceasta se datorește, după cum se știe, faptului că în teoria lui S o m m e r f e l d s'a considerat că electronii, prin ciocnirea lor cu anticatoda nu suferă decât accelerări longitudinale. Acest fapt nu se verifică experimental, mai ales în cazul unei anticatode groase.

In general, predomină accentuat radiația emisă spre înainte față de aceea emisă spre înapoi, maximul de intensitate fiind, la 90° cu direcția electronilor, pentru β mic, unghiul φ scăzând când β crește (fiind de ex. de 60° pentru $\beta = \frac{1}{3}$).

In tuburile curente de raze X, fasciculul de utilizare face tocmai un unghi φ corespunzând maximului de intensitate dat de teorie şi experienţă.

Noi am realizat un tub unde fasciculul de utilizare face un unghi cât mai aproape de 180° cu direcţia electronilor excitatori, cu scopul ca fondul continuu să fie în proporţia cea mai mică posibil faţă de emisia caracteristică.

Utilizând anticatoda groasă, vom avea un fond continuu emis şi la 180°, însă mult redus faţă de cel înregistrat între 90° şi 60°, aşa cum se întâmplă în tuburile curente, alimentate cu potenţiale curente.

Există mai multe soluţii practice pentru realizarea celor de mai sus.

Noi am adoptat pentru moment geometria schiţată în figura 1, care ne permite să bombardăm o anticatodă groasă sub un unghi de circa 175° cu direcţia electronilor incidenţi.

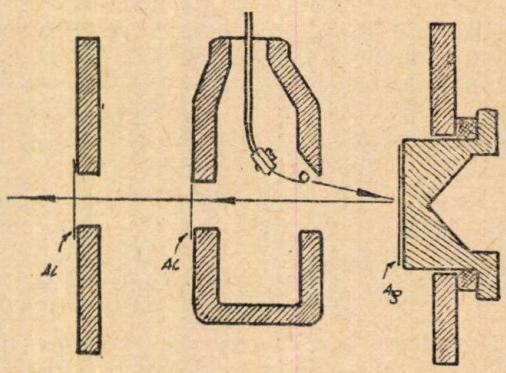


Fig. 1

Filamentul *f* trimite electroni pe anticatoda *B* care sunt acceleraţi între dispozitivul de concentrare A (din cupru masiv) şi partea metalică a tubului (legată la pământ).

Printr'un canal *C* rezervat în piesa *A*, razele X, pleacă după un unghi de 175° şi părăsesc tubul prin ferestra *D*. O foaie de aluminiu, Al, dispusă la capătul canalului *C*, permite ca electronii să nu fie acceleraţi decât în spre *B*, lăsând însă să treacă fasciculul de raze X cu o slăbire neglijabilă (foiţa Al, din aluminiu, are o grosime de ordinul a 0,01 mm).

Experienţe de comparaţie între liniile obţinute cu tuburile de construcţie normală şi cel la 175° au arătat că, într'adevăr, avem o slăbire relativă a fondului continuu. Pentru a elimina toate cauzele de erori în compararea făcută, s'au luat următoarele precauţii:

S'a lucrat atât la tubul normal, cât şi la cel la 175° cu aceeaşi radiaţie $K\alpha_1$, α_2 a argintului.

Developarea filmelor (revelare, fixare) s'a făcut în acelaşi timp şi deci în aceleaşi condiţii.

S'a utilizat pentru expunere acelaşi film.

Cele două înregistrări pentru liniile $K\alpha_1$, α_2 ale argintului, au fost aduse la aproape aceeaşi înnegrire.

Estimarea slăbirii fondului continuu s'a făcut prin densitatea de înnegrire a liniilor caracteristice în comparaţie cu fondul continuu, calculându-se $\log \frac{A_2}{A_1}$ după cum se vede în figura 2.

Curbele din figura 2 reprezintă valorile medii a patru filme cu tubul normal şi patru la 175°, microfotometrate.

Timpul de expunere a fost mic (5 minute) pentru a ne situa pe porţiunea rectilinie a curbei de densitate de înnegrire fotografică.

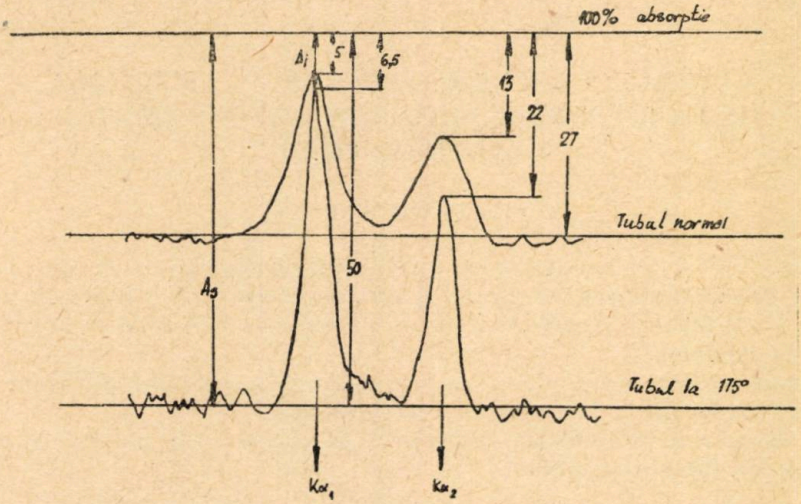


Fig. 2

Ca rezultate obţinute, avem în cazul tubului normal:

$$D_1 = 0{,}732$$

şi pentru cel la 175°;

$$D_2 = 0{,}886.$$

In cercetările viitoare, vom arăta rezultatele ce pot fi obţinute, cu astfel de metode, în studierea emisiilor caracteristice foarte slabe.

Institutul de Fizică, al Academiei R. P. R.
Laboratorul de radiaţiuni Röntgen,
Secţia Radiaţii, Bucureşti

НЕКОТОРЫЕ УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ В ТЕХНИКЕ СПЕКТРОГРАФИИ ХАРАКТЕРНЫХ РЕНТГЕНОВСКИХ ЛУЧЕЙ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Для максимального исключения непрерывного фона рентгеновских лучей, ограничивающего детектирующую возможность характерных рентгеновских лучей, была построена специальная трубка, в которой пучок используемых лучей образует угол в 175° с направлением возбуждающих электронов.

Поскольку непрерывный фон таким образом значительно ослаблен, эти трубки гораздо более подходят для изучения характерных излучений.

Приводятся результаты проверки и сравнение с другими, полученными при помощи обыкновенных трубок.

CERTAINES AMÉLIORATIONS DE LA TECHNIQUE DE LA SPECTROGRAPHIE DES RAYONS RÖNTGEN CARACTÉRISTIQUES

(RÉSUMÉ)

Pour éliminer au maximum le fond continu des rayons X, qui limite le pouvoir de détection par les rayons X caractéristiques, on a construit un tube spécial, où le faisceau d'utilisation forme un angle de 175° avec la direction des électrons excitateurs.

Le fond continu étant ainsi beaucoup plus réduit, ces tubes se prêtent davantage à l'étude des rayonnements caractéristiques.

On donne des résultats de contrôle et de comparaison avec ceux obtenus à l'aide des tubes classiques.

BIBLIOGRAFIE

1. H. Hulubei şi Y. Cauchois, Disq. Math. et Phys., Bucureşti, 1940, t. I, p. 141—156.
2. — C. R., 1947, t. 224, p. 872.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul IV, Nr. 1—2, 1953

NOTE

UN MODEL GEOMETRIC PENTRU TEORIA UNITARĂ A CÂMPURILOR FIZICE

DE

J. J. HORVATH

Se poate crea o teorie unitară a câmpului pe baza geometriei generalizate, introdusă de P. Finsler.

Geometria lui Finsler este, după cum se ştie, o generalizare a geometriei lui Riemann şi poate fi considerată ca o varietate de elemente liniare într'un spaţiu a cărui metrică este definită prin

$$ds = L\left(x^i,\ x'^i\right) dt, \tag{1}$$

unde x^i reprezintă un punct al spaţiului n — dimensional şi x'^i va fi în cazul nostru, derivata lui x^i în raport cu elementul de arc al curbei $x^i = x^i(t)$.

Spaţiul are un formalism covariant general, care este şi el o generalizare directă a spaţiului lui Riemann.

Din (1) rezultă că tensorul metric fundamental, care este un tensor simetric covariant de ordinul 2, este de forma

$$g_{ik} = g_{ik}\left(x^i,\ x'^i\right) = \frac{1}{2}\,\partial^2 (L^2)/\partial x'^i\,\partial x^k \tag{2}$$

şi deplasarea paralelă a unui vector covariant i este definită prin

$$d\xi_i = C^r_{is}\,\xi_r\,dx'^s + \Gamma^r_{is}\,\xi_r\,dx^s, \tag{3}$$

unde coeficienţii conexiunii afine C^r_{is} şi Γ^r_{is} pot fi daţi din $L\left(x^i,\ x'^i\right)$, după cum urmează:

$$\begin{aligned}
&C^k_{ij} = g^{kr}\,C_{irj},\\
&C_{ikj} = \frac{1}{2}\frac{\partial g_{ik}}{\partial x^j} = \frac{1}{4}\frac{\partial^3 (L^2)}{\partial x^i\,\partial \dot{x}^k\,\partial x^j},\\
&\Gamma^k_{ij} = g^{kr}\,\Gamma_{irj}\\
&\Gamma_{ijk} = \frac{1}{2}\left\{\frac{\partial g_{ij}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{jk}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^j}\right\} + C_{ikr}\frac{\partial G^r}{\partial x^j} - C_{jkr}\frac{\partial G^r}{\partial \dot{x}^i},\\
&G_i = \frac{1}{2}\left\{\frac{\partial^2 (L^1)}{\partial x^i\,\partial x^r}\,\dot{x}^r - \frac{\partial\,(L^2)}{\partial x^i}\right\},\\
&\Gamma^{r*}_{ik} = \Gamma^r_{ik} - C^r_{is}\,\Gamma^s_{kh}\,\dot{x}^h.
\end{aligned} \tag{4}$$

Spaţiul este caracterizat prin curbura şi torsiunea sa. Se obişnueşte a se introduce tensorul total simetric de ordinul 3,

$$A_{ikh} = L\left(x^i,\ x'^i\right).C_{ikh}; \tag{5}$$

care determină deosebirea dintre spaţiul finslerian şi cel riemannian, acesta rezultând din primul, prin neglijarea dependenţei lui g_{ik} de x'^i. (Aceasta este echivalent cu $A_{ikh} \equiv 0$). Curbura şi torsiunea sunt date de tensorii

$$R^k_{ihj} = \frac{\partial \Gamma^{*k}_{ih}}{\partial x^j} - \frac{\partial \Gamma^{*k}_{ih}}{\partial \dot{x}^s}\frac{\partial G^s}{\partial \dot{x}^j} - \left\{\frac{\partial \Gamma^{*k}_{ij}}{\partial x^h} - \frac{\partial \Gamma^{*k}_{ij}}{\partial \dot{x}^s}\frac{\partial G^s}{\partial \dot{x}^h}\right\} + \Gamma^{*s}_{ih}\cdot\Gamma^{*k}_{sj} - \Gamma^{*s}_{ij}\cdot\Gamma^{*k}_{sh},$$

$$P_{ijkh} = \Gamma^{*r}_{jk}\cdot A_{ihr} - \Gamma^{*r}_{ik}\cdot A_{jhr} - L\frac{\partial C_{ijh}}{\partial x^k} + L\frac{\partial \Gamma_{ijk}}{\partial x^h}, \tag{6}$$

$$S_{ijkh} = A^r_{jk}A_{ihr} - A^r_{jh}\cdot A_{jkr}.$$

Presupunem acum că curbura spaţiului, în conformitate cu ideea lui Einstein, este determinată de distribuţia materiei localizate în spaţiu şi timp; deosebirea faţă de geometria lui Riemann, adică intuitiv, torsiunea spaţiului, se datoreşte câmpului electromagnetic sau, în general, celui mezonic.

Pentru a folosi această ipoteză dăm conexiunea dintre structura spaţiului Finsler şi câmpul electromagnetic (mezonic). Vom caracteriza câmpul prin tensorul său energie-tensiune, simetrizat, S_{ik}.

De aici deducem tensorul total simetric covariant de ordinul 3

$$A_{ikh} = -\frac{1}{2}\{S_{ik|h} + S_{kh|i} + S_{hi|k}\} \tag{7}$$

(unde $S_{ik|h}$ este derivata covariantă a lui S_{ik}), pe care îl vom considera ca fiind tensorul de torsiune din geometria lui Finsler.

Ipoteza (7) are şi o semnificaţie fizică. Intr'adevăr, se vede imediat că ea poate fi considerată de o generalizare a forţei Lorentz. Pentru a justifica această observaţie, deducem din (7), prin contracţia indicilor k şi h, următorul vector covariant

$$A_i = A^k_{ik} = g^{kr}A_{irk} = -\nabla_k S^k_i, \tag{8}$$

care reprezintă chiar densitatea de forţă Lorentz a câmpului.

Din punct de vedere matematic, relaţia (7) ne dă în cazul continuului cuadridimensional spaţiu-timp, 20 de ecuaţii cu derivate parţiale independente pentru determinarea dependenţei lui L (sau g_{ik}) de x^i.

Determinarea dependenţei lui L (sau g_{ik}) de variabilele x^i rezultă de asemenea din ecuaţiile gravifice date de Einstein

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}\cdot R = \mathrm{K}T_{ik}, \tag{9}$$

R_{ik} şi R fiind însă deduse aici din (6) prin metoda cunoscută. T_{ik} este ca de obicei tensorul energie-impuls al materiei. Relaţia (9) conţine 10 ecuaţii cu derivate parţiale pentru determinarea lui g_{ik} de variabilele x^i.

In sfârşit, trebue să avem în vedere că legătura introdusă între teoriile câmpului şi baza geometrică nu este numai o legătură formală. Intr'adevăr, am menţionat că spaţiul lui Finsler poate fi considerat ca o varietate de elemente liniare, definită de-a-lungul curbelor acestui spaţiu. Dacă considerăm o astfel de curbă ca linia cosmică a unei particule (electron, nucleon etc.) de către care este produs câmpul, elementele liniare au şi o semnificaţie fizică imediată şi anume, vectorul unitate

$$l^i = \dot{x}^i/L, \tag{10}$$

dedus din x^i, poate fi considerat ca fiind viteza particulei de-a-lungul liniei cosmice. După cum se ştie, câmpul unei astfel de particule în mişcare este foarte neomogen. Acum această

neomogeneitate este exprimată fidel de geometria lui Finsler. In cazurile când neomogeneitatea dispare (de exemplu, în cazul static), toate componentele lui A_{ikh} se anulează, după cum se poate vedea, printr'un calcul elementar având în vedere anumite relaţii (obişnuite în metodica geometriei lui Finsler) dintre funcţiile omogene, şi astfel, prin metoda noastră nu ieşim din spaţiul lui Riemann. Această teorie este, de asemenea, foarte interesantă, în special în cazul nestatic.

FABRICAREA BALOANELOR DE STICLĂ PENTRU LĂMPI CU INCANDESCENŢĂ «SOLARE»

DE

ACADEMICIAN EUGEN BĂDĂRĂU, RADU GRIGOROVICI ŞI ALEXANDRU ROTH

Se ştie că lămpile cu incandescenţă « solare » sunt izvoare de lumină cu filament incandescent de wolfram, care au o distribuţie spectrală a energiei radiate mai apropiată de cea a luminii zilei, decât distribuţia corespunzătoare a lămpilor cu incandescenţă obişnuite. Această modificare a distribuţiei spectrale a radiaţiei emise de filamentul lămpii (temperatură de coloare 2850° K) se realizează prin montarea acestuia într'un balon de sticlă colorată în albastru, a cărei absorpţie creşte treptat dela albastru la roşu. Modificarea aceasta reduce însă în mod necesar eficacitatea luminoasă a lămpii.

Lămpile solare se fabricau în ţară cu baloane din import. S'au studiat posibilităţile de fabricare a acestor baloane din materiale indigene. Din literatura consultată şi din încercările făcute asupra unor produse similare străine, au rezultat următoarele caracteristici tip ale lămpilor solare:

1. Temperatură de coloare 3700 — 3800° K.
2. Eficacitatea luminoasă 60—65 % din cea a unei lămpi clare echivalente.
3. Balonul este colorat cu oxid de cobalt şi de cupru.

Din curbele de extincţie date de Fedoţiev şi Lebedev[1]) pentru sticle calco-sodice colorate cu aceşti oxizi, s'a calculat ordinul de mărime al concentraţiilor de CoO şi CuO necesare realizării unui balon care să satisfacă condiţiile 1 şi 2. Sticla folosită în mod curent pentru fabricarea baloanelor având o compoziţie diferită de cea a sticlei de compoziţie calculată, probele făcute în fabricaţie trebuiau să arate o oarecare diferenţă faţă de curbele de transmisie din literatură. Determinările de transmisie spectrală au fost făcute la faţa locului cu un fotometru sovietic Pulfrich de tip FM, cu diafragme variabile, asupra a două probe semiindustriale de sticle de balon, topite în condiţii identice, care conţineau fiecare exclusiv CoO şi CuO în concentraţii cunoscute. Cu ajutorul curbelor de extincţie deduse din curbele de transmisie ale acestor sticle, s'a calculat adausul de CoO şi CuO necesar pentru realizarea balonului pentru lămpi solare, ţinând seama de grosimea medie a baloanelor clare din fabricaţia curentă. Prima probă topită în condiţii industriale pe baza acestei reţete n'a fost complet satisfăcătoare, după cum au arătat determinările spectrofotometrice făcute. O nouă şarjă corectă, din care s'a fabricat o primă serie industrială de lămpi solare, a dat o distribuţie spectrală care se mulează bine pe distribuţia spectrală a corpului negru la 3750° K.

Calculul colorimetric, după metoda ordonatelor selecţionate, a dat următoarele rezultate:

Coeficienţi tricromatici: $x = 0{,}397$; $y = 0{,}403$; $z = 0{,}200$.

Transmisie globală: 0,63.

---

[1]) Zs. f. angew. Chemie, 1924, v. 134, p. 81.

Pentru comparație dăm coeficienții tricromatici ai luminii corpului negru la 3750° K: $x = 0{,}392$; $y = 0{,}383$; $z = 0{,}225$.

Coloarea lămpii solare este deci ceva mai verzue decât cea a corpului negru la temperatura indicată, încadrându-se însă în limitele admisibile de abatere dela curba teoretică a temperaturilor de coloare, conform indicațiilor date de Comitetul de Colorimetrie [1]). Valorile măsurate ale coeficienților tricromatici indică o temperatură de coloare corespondentă de 3750° K în conformitate cu condiția 1.

Transmisia globală măsurată indică o reducere a eficacității luminoase la 63% din cea a unei lămpi clare echivalente, deci conformă cu condiția 2.

PREPARAREA DIGINALIDEI PRIN METODE CROMATOGRAFICE

DE

SILVIA IONESCU

Cu ocazia introducerii metodelor cromatografice în cadrul cercetărilor Institutului de Fizică al Academiei R. P. R. s'a hotărît să se dea și o latură aplicativă acestor metode.

Intre altele, s'a pornit la izolarea unor produse medicamentoase în scopul de a le micșora prețul de cost și de a obține și o ameliorare a calității lor.

Astfel, s'a procedat, între altele, la izolarea glicozizilor cardiotonici din *Digitalis Lanata*, plantă care crește spontan în preajma pădurilor noastre de șes.

Metodele clasice de preparare dau un produs foarte scump.

Prin metodele cromatografice, s'a obținut o diginalidă sub formă de cristale prismatice, cu o temperatură de topire cu descompunere la 248° C și cu un unghi de rotire a luminii polarizate de 31,3°.

Doza minimă mortală pe câini este de 0,45 mg/kg.

Produsul este dat în studiu la diferite clinici.

Prețul de cost este mult redus față de cel de import.

INSTRUMENTE ELECTRONICE PENTRU MĂSURAREA TIMPULUI ȘI A FRECVENȚEI

DE

VICTOR TOMA

In practica de laborator, precum și în tehnica industrială, se pune adeseori problema măsurilor exacte de frecvență și de timp. Mijloacele moderne electronice permit executarea acestor măsuri cu mare precizie. Problema a fost studiată în cadrul Institutului de Fizică al Academiei R.P.R., iar rezultatele acestor cercetări au fost aplicate în executarea cu mijloace proprii a prototipurilor descrise mai jos.

A) *Cronometru cu numărător electronic*

Principial, un asemenea aparat comportă un oscilator etalonat, având frecvența de 10 kHz, un dispozitiv electronic de pornire-oprire și un numărător electronic compus din patru decade urmate de un contor telefonic. Schema bloc este dată în figura 1, iar fotografia

[1]) J.O.S.A., 1944, v. 34, p. 678, fig. 15.

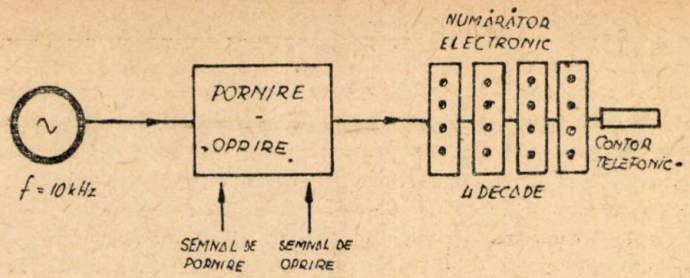


Fig. 1 - Schema bloc a unui cronometru electronic

Fig. 1

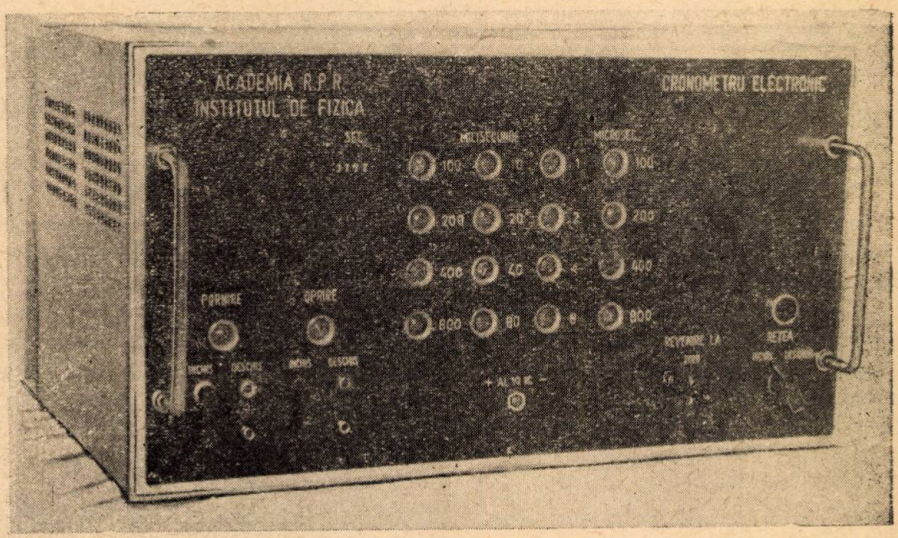


Fig. 2 *a*

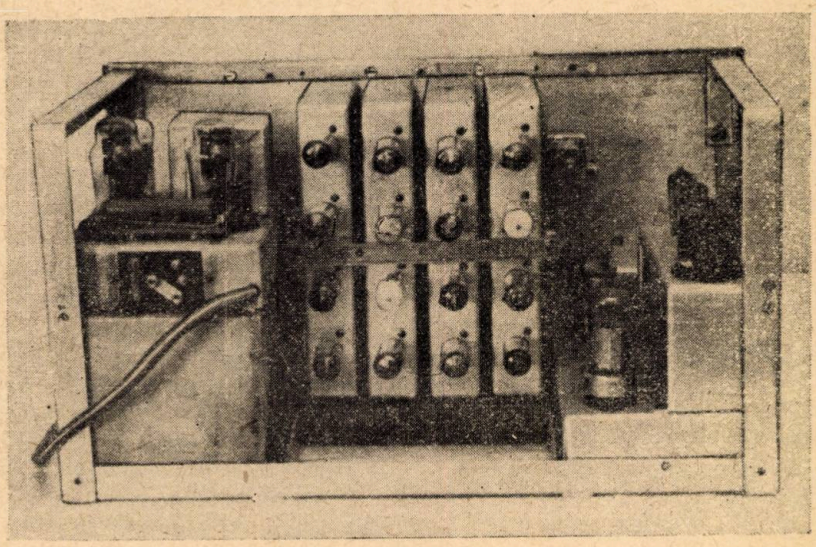


Fig. 2 *b*

prototipului executat, în figurile 2 a şi 2 b. Măsura unui timp se face numărându-se câte oscilaţii execută oscilatorul de frecvenţă f în timpul de măsurat. Dispozitivul de pornire-oprire este în întregime electronic, astfel că funcţionează practic fără inerţie. El primeşte un semnal de începere a unei măsuri de timp, realizat fie prin închiderea, fie prin deschiderea unui circuit exterior; ulterior i se aplică un semnal de terminare a măsurării de timp realizat de asemenea prin închiderea sau deschiderea unui circuit. După executarea unei măsurări, dispoz tivul de pornire-oprire se blochează, iar rezultatul măsurării rămâne înscris pe beculeţele de neon ale numărătorului electronic pentru fracţiunile de secundă, şi pe contorul telefonic pentru unităţi. O nouă măsurare este posibilă prin acţionarea unui buton de revenire la zero, care anulează o citire precedentă şi readuce dispozitivul de pornire-oprire în stare de funcţionare.

Precizia aparatului depinde în cea mai mare parte de exactitatea etalonării oscilatorului de frecvenţă fixă $f = 10$ kHz. Aceasta fiindcă dispozitivul de pornire-oprire nu introduce nicio eroare, iar numărătorul electronic poate introduce o greşeală de cel mult 1/10.000 secunde, depinzând de momentul în care se dau semnalul de pornire şi cel de oprire. Într'adevăr, dacă numărătorul electronic numără de exemplu numai alternanţele pozitive ale oscilatorului de frecvenţă f, s'ar putea ca semnalul de pornire să fie dat în momentul în care a început o alternanţă negativă. In majoritatea cazurilor, această eroare este însă neglijabilă. In privinţa oscilatorului de frecvenţă f, se cunosc diferite mijloace pentru a realiza o frecvenţă foarte bine stabilizată. In acest model precizia măsurii este de aproximativ 0,1% şi se obţine cu un oscilator LC stabilizat prin rezistenţă.

Latura originală a acestui aparat constă în dispozitivul de pornire-oprire, special studiat pentru a permite măsurări de relee, măsurarea timpului de ardere a unui fuzibil supus la o suprasarcină dată, măsurarea vitezei, măsurări de propagarea sunetului şi în general a vitezelor mari etc.

De asemenea s'a adus o contribuţie în privinţa decadelor electronice, formate fiecare din patru etaje basculante prevăzute cu o dublă contra-reacţie, astfel că ele funcţionează fără greşeală pentru variaţii ale tensiunii anodice între 150 . . . 500 volţi.

Citirea unei decade se face în sistemul binar, prin adunarea cifrelor indicate de lămpile semnalizatoare cu neon. După 10 impulsuri, o decadă revine în poziţia zero şi transmite un impuls decadei următoare, iar la fiecare 10 impulsuri aplicate ultimei decade, aceasta acţionează contorul telefonic, care înregistrează o unitate.

B) *Frecvenţmetru electronic cu citire directă*

Aparatul înfăţişat în figura 3 este utilizat atât pentru măsurări de frecvenţă dela 10 Hz la 100 kHz, cât şi pentru măsurări de timp. In ultimul caz schema bloc dată în figura 1 este valabilă şi pentru acest model, cu diferenţa că oscilatorul are frecvenţa de 100 kHz şi este stabilizat cu un cristal, în termostat, realizându-se o stabilitate de aproximativ 0,001%. Numărătorul electronic este format din cinci decade, cu ajutorul cărora se pot citi fracţiuni de timp de 1/100.000 secunde. A fost perfecţionat de asemenea şi dispoz.tivul de pornire-oprire, incluzându-se posibilitatea de a da semnalul de pornire şi cel de oprire prin impulsuri succesive care vin pe aceeaşi linie: primul impuls dă pornirea, al doilea oprirea, următoarele ne mai având nicio acţiune.

Pe lângă aplicaţiile pentru măsurări de timp, aparatul permite determinări foarte precise de frecvenţe, înregistrând numărul de oscilaţii executate în unitatea de timp. Cu ajutorul unui comutator se trece la schema bloc arătată în figura 4. Se vede că oscilatorul etalonat pe frecvenţa de 100 kHz acţionează o serie de şase decade, putându-se obţine impulsuri succesive cu o frecvenţă de repetiţie, de 1 Hz respectiv 0,1 Hz. Acestea acţionează dispozitivul de pornire-oprire pentru un interval de timp de exact 1 secundă, respectiv 10 secunde. După ce frecvenţa necunoscută f_x este amplificată, ea acţionează, prin intermediul

dispozitivului de pornire-oprire, numărătorul compus din cinci decade electronice urmate de un contor telefonic. Dacă numărarea se face timp de 1 secundă, rezultatul ei reprezintă exact frecvenţa necunoscută f_x, cu exactitate de 1 Hz. In cazul când măsurarea se face

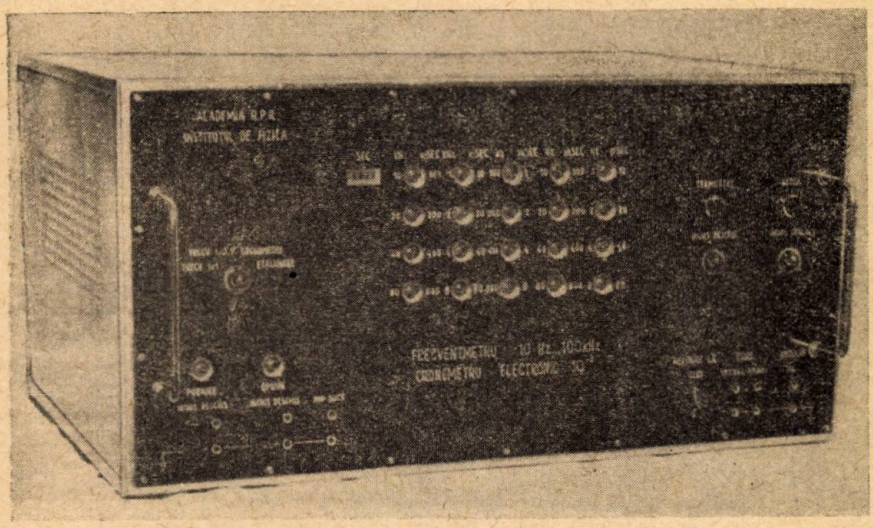


Fig. 3

în timp de 10 secunde, numărătorul va înregistra un număr egal cu 10 f_x, iar determinarea se face cu exactitate de 0,1 Hz.

Funcţionarea corectă a ansamblului se verifică introducând la bornele frecvenţei necunoscute f_x, frecvenţa cunoscută $f = 100$ kHz.

In acest caz, numărătorul înregistrează în timpul de o secundă, numărul 100.000.

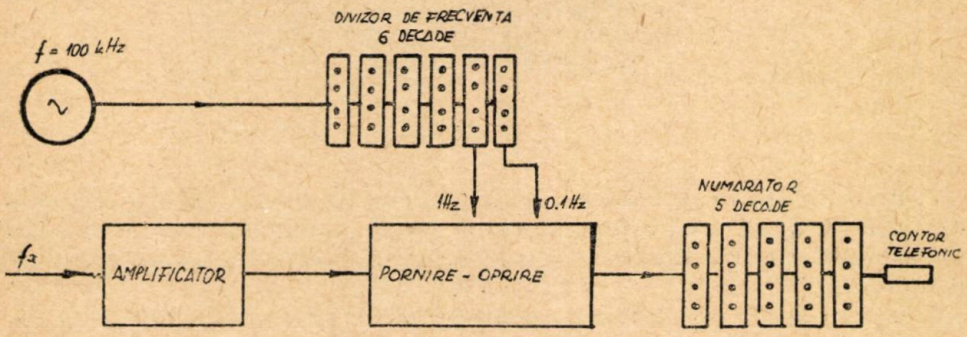


Fig. 4

Frecvenţe mai mari de 100 kHz se pot determina făcându-se o diviziune prealabilă de 10 sau 100, astfel ca rezultatul diviziunii să fie cuprins în gama de măsurare 10 Hz ... 100 kHz.

Numeroase cercetări au fost necesare pentru elaborarea diferitelor circuite electronice

şi pentru eliminarea oricăror surse de erori din acest aparat prevăzut cu 61 de tuburi electronice. Realizarea sa cu succes constitue de asemenea un pas înainte către rezolvarea problemei de perspectivă: maşinile electronice de calcul.

C) *Cronometru cu integrator*

Aparatul, înfăţişat în figura 5, reprezintă un model simplificat pentru încercarea releelor în timpul producţiei lor în serie. Se măsoară timpul scurs din momentul în care se introduce curent în bobina releului de măsurat şi până când releul respectiv acţionează, deci închide sau deschide un contact. Acest timp se citeşte direct pe cadranul unui instrument de măsurare, gamele respective pe scală fiind de 10, 30, 100 şi 300 milisecunde.

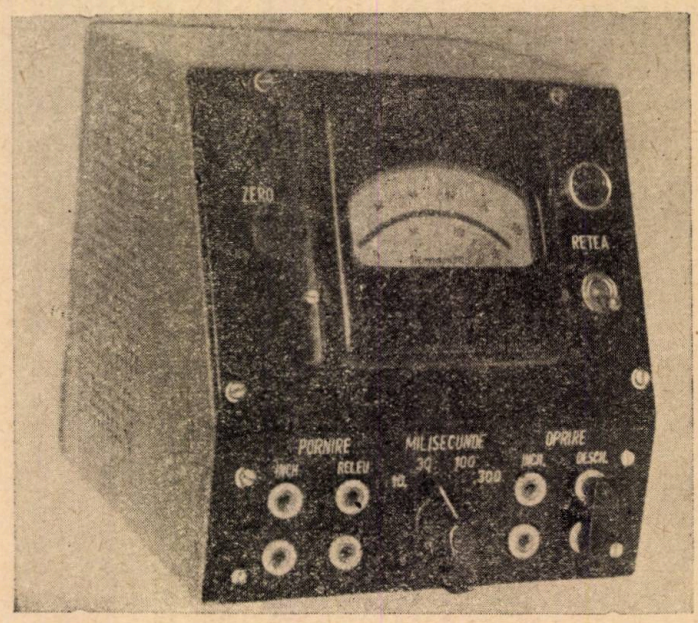


Fig. 5

Principial, aparatul se bazează pe convertirea unei măsurări de timp într'o măsurare de tensiune la bornele unui condensator care se încarcă în timpul de măsurat. Un voltmetru electronic cu mare rezistenţă interioară indică acest potenţial, citirile făcându-se direct în milisecunde.

Cu toate că principiul de funcţionare este cunoscut în literatură, s'au făcut unele cercetări pentru a se realiza un prototip înzestrat cu o serie de calităţi utile folosirii acestuia în industrie. Astfel, aparatul realizat are o etalonare lineară, ceea ce face ca diferitele game de măsurare să se suprapună. Precizia măsurărilor de timp executate este de $\pm 5\%$ şi în limite largi ea este independentă de variaţia tensiunii de reţea. Aparatul este simplu, uşor de manipulat şi foloseşte o cantitate minimă de material, ceea ce dă posibilitatea construirii sale în serie. Etalonarea aparatului poate fi verificată din când în când cu ajutorul unuia dintre modelele precedente.

DOZAREA CATIONILOR DIN MINEREURI CU AJUTORUL ANALIZEI POLAROGRAFICE

DE

AUREL MUNTEANU şi CANDIDA GHEORGHIŢĂ-OANCEA

I. *Determinarea concentraţiei cuprului din concentratul cupru - Bălan*

Pentru efectuarea acestei analize, am căutat să aplicăm metoda, indicată de literatură, referitoare la determinarea cuprului din pirite cu conţinut mare de cupru, folosind ca electrolit de bază o soluţie de clorură de amoniu şi amoniac, ca suprimator de maxime o soluţie de gelatină, iar pentru îndepărtarea oxigenului, sulfit de sodiu. Inafară de unele modificări de amănunt aduse analizei, prezenţa unei mari cantităţi de fier în concentratul de cupru-Bălan care adsoarbe ionii de cupru pe hidratul feric format în cursul operaţiilor, ne-a determinat să aducem o corecţie metodei. Corecţia constă în a elimina influenţa fierului, ca hidrat feric, asupra cuprului, folosind pe de o parte soluţii etalon de cupru, având concentraţii cu valori răspândite în jurul concentraţiei probabile a concentratului nostru, şi pe de altă parte, aceleaşi soluţii în care să se găsească şi fier cu o concentraţie asemănătoare cu cea din concentrat. Metoda polarografică folosită este mai rapidă decât metoda electrochimică indicată în STAS. In special pentru analizele în serie, timpul de efectuare a analizei pe această cale se reduce la o pătrime faţă de timpul necesar analizei pe cale electrochimică.

II. *Determinarea concentraţiei zincului din concentratul zincos - Ruschiţa*

Pentru determinarea concentraţiei zincului din concentratul zincos am folosit metoda, cunoscută în literatură, dela determinarea concentraţiei zincului din pirite. Ca electrolit de bază se întrebuinţează o soluţie de clorură de amoniu şi amoniac, în care se adaugă şi soluţia de gelatină. Metoda polarografică este mai rapidă decât metoda chimică indicată în STAS, deoarece timpul de lucru al analizei zincului pe cale polarografică este aproximativ de patru ori mai scurt decât cel necesar analizei chimice.

POSIBILITĂŢI DE EXTINDERE A UTILIZĂRII POTENŢIOMETRULUI SOVIETIC PORTABIL «MOSKIP» DE TIPUL P-4

DE

VIRGILIU G. GHEORGHIU

Potenţiometrul sovietic portabil «Moskip» P-4, pentru aparate de control şi de măsurare de largă utilizare în laboratoarele de cercetări ştiinţifice şi în acele industriale, este foarte simplu şi comod de utilizat în condiţii obişnuite, atunci când rezistenţa interioară a pilei a cărei forţă electromotoare se caută nu este prea mare, sau altfel spus, atunci când conductibilitatea electrică a lichidului al cărei *pH* se caută este suficient de ridicată.

Este posibil însă ca să se ivească ocazia măsurării forţei electromotoare (respectiv *pH*-ul) la lichide a căror conductibilitate electrică este foarte mică. In aceste condiţii, dacă se utilizează ca aparat de zero galvanometrul cu care este dotat potenţiometrul, erorile de măsurare a forţei electromotoare (respectiv *pH*-ului) devin prea mari pentru a putea fi acceptate, depăşind cu mult valorile obişnuite $\Delta e = 10^{-3}$ V şi $\Delta pH = 10^{-2}$ unităţi.

Pentru a putea păstra o precizie convenabilă a măsurărilor, este neapărat necesar să se înlocuiască galvanometrul potenţiometrului cu un alt aparat de zero mai sensibil, de exemplu cu un galvanometru având constanta 10^{-9} A/diviziune, lucru care este mai greu de realizat în practică. De asemenea, perioada mare de oscilaţie a sistemului mobil

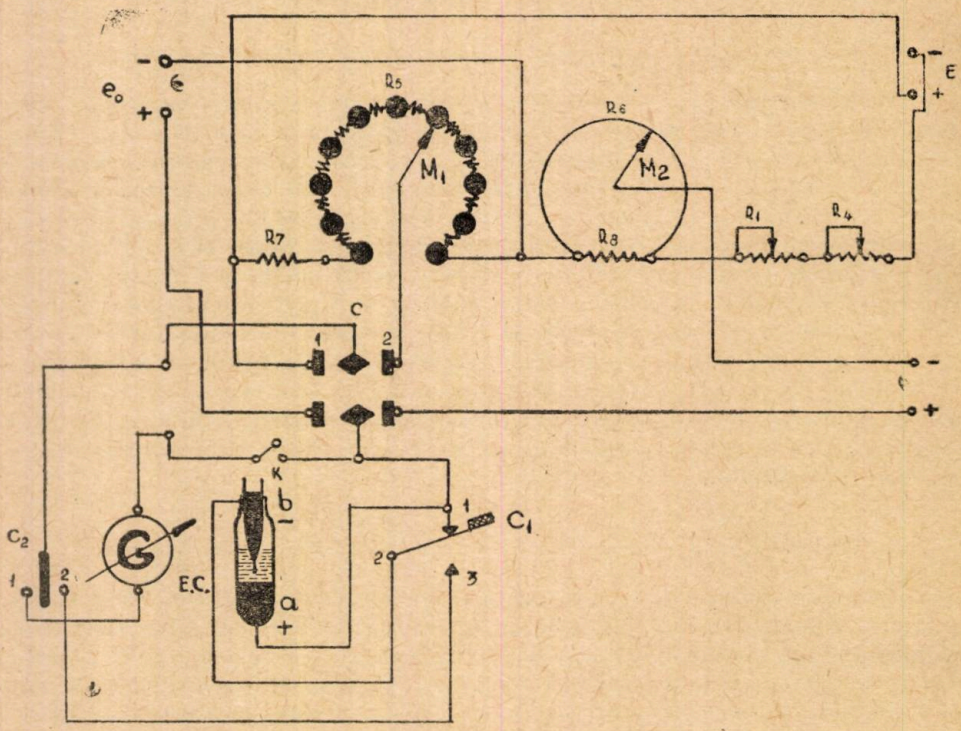


Fig. 1

al galvanometrului creează, uneori, dificultăţi la stabilirea condiţiilor de echilibru la potenţiometru. Dificultăţi similare se întâmpină dacă se utilizează ca aparat un electrometru cu cadrane.

Se pune astfel problema de a putea fi utilizat cu uşurinţă potenţiometrul sovietic portabil « Moskip » P-4, întrebuinţând, după nevoie, ca aparat de zero un galvanometru obişnuit sau un electrometru capilar. Această problemă s'a ivit în cursul unor măsurări de forţe electromotoare efectuate de noi cu ajutorul acestui potenţiometru şi pentru care propunem soluţia a cărei schemă este reprezentată în figura 1, în care cele două instrumente se comutează unul în locul altuia după cum este nevoie.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul IV, Nr. 1—2, 1953

ACTUALITĂŢI ŞI DISCUŢII ÎN FIZICĂ

PENTRU O FIZICĂ SOVIETICĂ ÎNAINTATĂ *)

In rezoluţiile sale istorice, Congresul al XIX-lea al Partidului Comunist al Uniunii Sovietice a trasat savanţilor sovietici o sarcină măreaţă — să ocupe primul loc în ştiinţa mondială şi să participe, într'o măsură şi mai mare ca până acum, la marile construcţii ale Uniunii Sovietice în scopul realizării comunismului şi menţinerii păcii în lumea întreagă. Fizicienii sovietici primesc cu mare entuziasm această sarcină de onoare.

După cum a arătat Acad. S. I. Vavilov[1]) în ştiinţa modernă, fizica ocupă un loc deosebit. Fizica studiază proprietăţile şi fenomenele cele mai simple şi cele mai generale ale lumii exterioare. Caracterul universal al unei părţi însemnate din conţinutul fizicii, al fenomenelor şi legilor ei, condiţionează legătura ei strânsă cu filosofia. In acelaşi timp, fizica a avut totdeauna o însemnătate primordială, uneori chiar hotărîtoare în activitatea practică a omului. Tehnica modernă îşi datorează într'o măsură însemnată existenţa sa aplicaţiilor fizicii. Această situaţie a fizicii îi determină rolul ei de mare răspundere în îndeplinirea hotărîrilor Congresului al XIX-lea al partidului. O problemă de cea mai mare importanţă a fizicii moderne este studierea materiei. Datorită eforturilor fizicienilor sovietici, s'au descoperit metodele de producere a energiei atomice. Caracterizând importanţa acestei descoperiri tovarăşul Malencov, în raportul său la Congresul al XIX-lea, o consideră ca fiind cel mai important succes al ştiinţei sovietice. Datorită acestei descoperiri, ştiinţa şi tehnica sovietică au lichidat situaţia de monopol a S.U.A. în domeniul energiei atomice şi au dat lovituri serioase aţâţătorilor la război, care încearcă să utilizeze secretul producerii energiei atomice şi al mânuirii armei atomice ca mijloc de şantaj şi de întimidare a celorlalte popoare.

Problema la ordinea zilei care stă în faţa fizicienilor sovietici este studiul continuu al proprietăţilor atomilor şi nucleelor atomice, stabilirea legilor interacţiunii particulelor elementare şi natura forţelor nucleare. Un loc de cea mai mare importanţă în aceste cercetări îl ocupă elaborarea teoriei, inclusiv explicarea bazelor principiale şi a domeniilor de aplicabilitate a noilor discipline ale fizicii: mecanica cuantică şi teoria relativităţii.

---

*) *Ze peredovuiu sovetscuiu fizicu.* Jurnal experimentalnoi i teoreticescoi fiziki, Nr. 4 (10), 1952.

[1]) S. I. Vavilov, *Filosofskie problemî sovremennoi fiziki i zadaci sovietskih fizikov v borbe za peredovuiu nauku «Filosofskie voprosî sovremenni fiziki»*, Izdat. Acad. Nauk SSSR., Moscova, 1952, p. 5.

In ultimii 15 . . .20 ani, oamenii de știință sovietici au avansat mult în ceea ce privește rezolvarea, pe baza materialismului dialectic, a problemelor complexe și profunde ale fizicii moderne. Tratarea filosofică a unei serii întregi de principii fundamentale din mecanica cuantică și teoria relativității dată de fizica sovietică, se opune concepțiilor idealiste machiste, pozitiviste și altor concepții idealiste, pseudoștiințifice, asupra problemelor fundamentale din fizică, concepții care duc la descompunerea științei burgheze. Dar ceea ce au făcut în acest domeniu fizicienii sovietici e departe de a fi suficient.

Trebue să menționăm că tocmai problemele teoretice nu se tratează încă suficient de intens în fizica sovietică. Câteodată, unii fizicieni sovietici, în problemele teoretice merg pe linia științei burgheze și deseori acceptă fără spirit critic unele principii teoretice ale savanților cu renume din străinătate, iar în problemele de metodologie se situează pe poziții antiștiințifice, idealiste, uitând că greșelile de metodologie atrag după ele în mod inevitabil și greșeli în rezultatele științifice concrete. Fizicienii sovietici încă nu exprimă suficient de mult prin presă concepțiile lor filosofice asupra celor mai importante fenomene, puse în evidență de fizica nouă, nu luptă suficient împotriva ideologiei dușmane, care se strecoară în literatura științifică sovietică odată cu rezultatele fizice, care în aparență par a fi foarte depărtate de problemele metodologiei. Problemele luptei pe frontul ideologic sunt puse cu toată ascuțimea în hotărîrile Congresului al XIX-lea al partidului și cer toată atenția din partea fizicienilor sovietici.

Una dintre sarcinile cele mai importante al fizicii sovietice este revizuirea critică pe baza materialismului dialectic, a teoriilor fizicii moderne — mecanica cuantică, teoria relativității și fizica statistică. Numai fizicienilor sovietici, înarmați cu filosofia materialismului dialectic, le este cu putință rezolvarea acestei probleme și elaborarea unor noi teorii, care să generalizeze toate realizările fizicii în domeniul fenomenelor atomice și nucleare, precum și organizarea unor noi experiențe hotărîtoare.

Fizica sovietică are un rol mare, un rol de onoare, în ajutorul acordat constructorilor comunismului, în elaborarea bazelor fizicii ale proceselor de producție noi din punct de vedere principial. Introducerea în industrie a noilor materiale (dielectrici, materiale magnetice, aliaje suprarezistente și supradure, ma eriale metaloceramice etc.) și a noilor metode fizice de control al proceselor tehnologice, automatizarea proceselor de producție pe baza aplicării radiotehnicii și electronicii moderne, desvoltarea tuturor ramurilor radiofizicii, utilizarea presiunilor și a temperaturilor supraînalte, exploatarea noilor izvoare de energie la distanțe extrem de mari — iată o enumerare cu totul incompletă a problemelor care stau în prezent în fața fizicii sovietice.

Trebue să menționăm în mod deosebit că cercetările fizice cele mai subtile, mai devreme sau mai târziu, își vor găsi aplicațiile lor în tehnică și industrie dacă ele vor fi îndrumate just și vor fi aprofundate. Orice proces tehnologic aplicat în producția industrială poate fi îmbunătățit, dacă se va găsi modul just de a pune problemele respective în fața științei și dacă știința va rezolva aceste probleme într'o formă accesibilă realizării tehnice.

Trebue să subliniem că dintre toate problemele variate care sunt ridicate de desvoltarea industriei socialiste, fizicienii sovietici trebue să lucreze în primul rând pentru rezolvarea problemelor esențiale și principiale. Rezolvarea problemelor

importante pentru tehnică, dar înguste și cu caracter particular, nu trebue să eclipseze problemele nodale și mari, iar în munca consacrată acestor probleme fizicienii trebue să țină seama și de latura fizică, principială, a problemei date; totodată, trebue neapărat menținută legătura dintre ei și tehnicieni, până la rezolvarea definitivă a întregii probleme. Este incontestabil că o repartiție justă a forțelor creatoare între fizicieni și tehnicieni, cât și colaborarea lor, va servi drept bază unui ritm nemaivăzut al progresului tehnic în toate domeniile industriei.

Legătura strânsă între știință și industrie, posibilă în deosebi în U.R.S.S., constitue un viu exemplu practic al principiului teoriei marxist-leniniste despre legătura dintre teorie și practică în interacțiunea lor dialectică. Însăși metodele de cercetare științifică s'au schimbat mult. Experiențele fizice moderne necesită deseori utilizarea unor instalații mari, de scară industrială, și corespunzătoare noilor mijloace ale tehnicii moderne. Industria sovietică dă fizicii diferite aparate de măsură automate, mașini de calculat, instrumente optice dintre cele mai precise. Ea însă trebue să dea toate acestea în cantități și mai mari. Noua tehnică experimentală va permite să se rezolve (și într'un ritm rapid) problemele fizice, care nici nu ar fi putut să se nască fără această tehnică.

Lichidarea lipsurilor în ceea ce privește introducerea succeselor științei în agricultură, prezintă o mare importanță.

Problemele agriculturii, legate organic de marile construcții ale comunismului, cer cu insistență o participare a fizicienilor, mult mai intensă ca până în prezent. In fața științei moderne stă problema stăpânirii proceselor care au loc în atmosfera terestră, iar fizicienii sovietici trebue să lărgească lucrările consacrate rezolvării acestor probleme. Nu mai e necesar să vorbim despre importanța pentru agricultura noastră a prevederilor juste a condițiilor meteorologice, a aplicării ploii artificiale etc. Fizica poate și trebue să dea agricultorilor metode noi — din punct de vedere principial — de lucrare a pământului și metode noi de acționare asupra organismelor vii.

Marile succese ale fiziologiei sovietice, care urmează căile rodnice trasate de I. P. Pavlov nu numai că nu micșorează, ci din contra, măresc necesitatea participării fizicienilor la elaborarea problemelor fiziologice. Nu din întâmplare se desvoltă în zilele noastre știința intermediară între fizică și fiziologie — biofizica. Bogăția metodelor de cercetare, pe care le stăpânește fizica, deschide biofizicii largi perspective de desvoltare. Este incontestabil faptul că aplicarea metodelor fizice va aduce după sine descoperirea unor noi mijloace de dirijare a organismului omenesc, ceea ce va constitui un ajutor prețios pentru medicina sovietică.

Partidul Comunist acordă o grijă deosebită înfloririi științei sovietice înaintate, Statul sovietic a organizat construirea și înzestrarea unei mari rețele de institute de cercetări științifice, a creat condițiile cele mai favorabile pentru înflorirea științei, a asigurat un larg avânt pentru pregătirea cadrelor științifice.

Partidul Comunist ajută în mod consecvent oamenii de știință să găsească căile juste în desvoltarea tuturor ramurilor științei. O armă puternică în desvoltarea științei, indicată de partid, este critica și autocritica. «Este în deobște recunoscut — arată tovarășul Stalin — că nicio știință nu se poate desvolta și prospera fără lupta de opinii, fără libertatea criticii». In legătură cu aceasta, o importanță deosebită o au discuțiile ce au avut loc în ultimii ani în domeniul filosofiei, lingvisticii, economiei politice, biologiei și fiziologiei. Operele geniale ale tovarășului Stalin în domeniul lingvisticii și economiei politice sunt un exem-

plu strălucit de critică profund științifică și principială. Lucrările lui prezintă o importanță primordială pentru toate domeniile științei. Ca și orice știință, fizica nu se poate desvolta cu succes într'o atmosferă de trecere sub tăcere a greșelilor, de laudă reciprocă și de camuflare a lipsurilor. Desvoltarea criticii și a luptei de opinii în domeniul fizicii constitue o condiție necesară a desvoltării ei cu succes, o condiție de îndeplinire a sarcinii fundamentale a fizicii sovietice și anume: să ocupe, împreună cu întreaga știință sovietică, primul loc în lume.

O frână serioasă în desvoltarea criticii și autocriticii o constitue familiarismul, alegerea cadrelor după criterii ca originea teritorială comună și rudenia și alte rămășițe ale spiritului de clică, ce se manifestă în unele organizații. Incercările unor savanți de a pune interesele lor de grup mai presus de interesele Statului Sovietic, de a-și crea situația de monopol în știință și de a se pune la adăpost de critică, contribue la crearea atmosferei înnăbușitoare de mulțumire de sine și de îmbătare de succese și aduc mari prejudicii desvoltării științei. Numai în atmosfera de laudă reciprocă au fost posibile acele manifestări pe care le-a arătat foarte just revista Bolșevic Nr. 21, 1951 (I. J d a n o v, *Despre critică și autocritică în munca științifică*). Și azi se mai întâlnesc încercări « de a salva onoarea uniformei » și a se feri de critica științifică justă și bine întemeiată la adresa unor lucrări greșite dar preamărite pe nedrept. Scăderea nivelului criticii, trecerea sub tăcere a greșelilor trag fizica sovietică înapoi și sunt incompatibile cu înaltul titlu de savant sovietic. Redacția JETF va depune toate eforturile pentru lichidarea greșelilor arătate de revista « Bolșevic », pentru desvoltarea cu perseverență a discuțiilor și polemicilor în jurul lucrărilor și problemelor fizice, pentru ridicarea nivelului criticii științifice.

In paginile JETF au fost supuse unei critici științifice lucrările unor fizicieni sovietici, dar nu toate discuțiile ce s'au ivit cu această ocazie au fost duse până la capăt, iar cercul persoanelor participante la discuții a fost foarte îngust. Redacția JETF cheamă pe toți fizicienii sovietici să participe în mod activ la această muncă de mare importanță.

Inconjurați de grija stalinistă, fizicienii sovietici vor obține, fără nicio îndoială noi succese în cunoașterea și transformarea naturii. La aceasta va contribui continuarea acțiunii de introducere consecventă și perseverentă a metodei criticii și autocriticii în munca științifică.

Inarmați cu învățătura invincibilă a marxism-leninismului, conduși de Partidul Comunist, oamenii de știință sovietici vor merge și de acum înainte în rândurile constructorilor comunismului.

TERMINOLOGIA ÎN ELECTROTEHNICĂ

Academia de Ştiinţe a U.R.S.S. se preocupă, prin Comitetul pentru stabilirea terminologiei tehnice, de problemele fixării termenilor şi noţiunilor respective privind fiecare specialitate.

In domeniul electrotehnicii, după ce s'a făcut o analiză a lipsurilor terminologiei existente şi a formulării noţiunilor respective (a se vedea Vocabularul Electrotehnic al Comisiunii Electrotehnice Internaţionale), s'a trecut la redactarea unui proiect de terminologie care este redat mai jos.

In clasificarea termenilor şi redactarea conţinutului noţiunilor s'a ţinut seama de necesitatea de a reflecta cele mai noi realizări ale fizicii, concepţiile ştiinţifice moderne în electricitate şi orientarea materialist-dialectică în fizică. Din acest punct de vedere noţiunile date pentru termenii primari nu se mărginesc numai la formularea unor relaţii cantitative, ci ele exprimă şi conţinutul fizic, calităţile materiale ale mărimilor definite.

Această terminologie, cu noua sa orientare ideologică, este de mare importanţă pentru fizicienii dela noi, atât în lucrările pe care ei le redactează, cât şi la cursurile pe care le predau.

Este de observat că pentru electrotehnică s'a găsit oportun ca majoritatea definiţiilor să fie elaborate pe baza concepţiilor macroscopice, fără referire la teoria electronică şi mecanica cuantică; ele reprezintă deci, în cea mai mare parte, medii statistice.

Pentru utilizarea terminologiei propuse la problemele în care intervin particule; electroni, ioni, cuante, fotoni etc. este nevoie să se dea explicaţii suplimentare, cu alte cuvinte să se elaboreze o terminologie aparte.

Textul redat este un proiect, iar publicarea lui în U.R.S.S. s'a făcut în scopul difuzării lui şi apoi a discutării lui în cadrul diferitelor cercuri ştiinţifice şi tehnice spre a se ajunge la o formă îmbunătăţită şi completată care să reprezinte un Standard.

NOTA REDACŢIEI

PROIECTUL TERMINOLOGIEI ELECTROTEHNICII TEORETICE ALCĂTUIT DE CĂTRE COMISIA COMITETULUI DE TERMINOLOGIE TEHNICĂ A ACADEMIEI DE ȘTIINȚE A U.R.S.S.

Definiția noțiunilor fundamentale din electromagnetism: «electricitate», «câmp electromagnetic» etc. se bazează pe faptul de netăgăduit al materialității obiectelor corespunzătoare acestor noțiuni. Definițiile răspândite ale noțiunilor de câmp electromagnetic, câmp electric, câmp magnetic, ca spații care au proprietăți fizice speciale, nu sunt corecte, deoarece spațiul este una din formele de existență ale materiei, dar nu materia însăși; câmpul electromagnetic însă este o formă a materiei. In consecință, câmpul electromagnetic nu este spațiu. Inafară de aceasta, proprietățile fizice sunt proprii anume diferitelor forme ale materiei și aceste proprietăți deosebesc diferitele forme ale materiei una de alta.

Este necesar să observăm că unele noțiuni generale fiind foarte largi, definițiile lor sunt însoțite de descrierea unei serii de fenomene fizice caracteristice, în care se evidențiază factorul fizic corespunzător noțiunilor în cauză.

In terminologie sunt date definiții separate pentru noțiunile de «potențial electric» — caracteristică a câmpului electric coulombian, forță electromotoare (f.e.m.) caracteristică a câmpului electric necoulombian și «tensiunea electrică» — caracteristică a câmpului electric rezultant. «Tensiunea electrică» este definită «în lungul unui drum dat», deoarece depinde de alegerea acestui drum.

In terminologie se folosesc expresiile: «infinit mic», «destul de mic», «elementar», în legătură cu lungimile, ariile și volumele, ca și în legătură cu diferite mărimi fizice (de ex. sarcini, conductanțe, etc.). Aceste expresii trebue înțelese în raport cu alte mărimi analoage care determină trăsăturile de bază ale obiectului considerat (de ex. termenii Nr. 16, 17, 18, 22, 37, etc.).

Cu caractere cursive sunt notați termenii care sunt recomandați pentru noțiunea definită. De regulă, pentru fiecare noțiune se stabilește câte un singur termen de bază, cel mai corect, eliberând, astfel, termenul de alte înțelesuri secundare și deci atribuindu-i un sens univoc. Totuși, în câteva cazuri, pe lângă termenul fundamental, se propune un al doilea termen în paralel, care nu este scris însă cu caractere cursive.

Dacă al doilea termen este o formă prescurtată a celui fundamental (adică nu conține elemente de termeni noi, care nu intră în componența termenului fundamental) utilizarea lui în paralel cu a celui fundamental, este admisă cu condiția să nu producă confuzii (de ex: «capacitate» și «capacitate electrică», termenul Nr. 38). Uneori termenul sinonim este construit pe alt principiu (de ex: «constanta de fază» și «constanta de lungime de undă», termenul Nr. 194). In acest caz, la reexaminarea terminologiei, unul din termenii paraleli trebue înlăturat (de ex. în funcție de rezultatele introducerii unei variante noi propuse, mai corecte etc.).

Nu se poate pretinde ca definiția (în opoziție cu termenul) în forma sa *ad litteram* să fie întrebuințată în toate cazurile. După caracterul expunerii (la o primă prezentare a noțiunii, sau la necesitatea unei lămuriri mai clare și mai largi a esenței fizice, etc.), definiția poate desigur să varieze fără a se călca totuși limitele noțiunii propriu zise.

Pentru unii termeni, se dau în paranteze sinonime care sunt folosite în literatură și în practică pentru noțiunea definită, dar ele nu pot fi recomandate din punctul de vedere al preciziunii întregului sistem terminologic. De asemenea, unele definiții nerecomandate pentru noțiunile definite, sunt cu totul corespunzătoare pentru alte noțiuni, și de aceea utilizarea lor în cazurile corespunzătoare poate fi perfect justificată.

I. NOȚIUNI FUNDAMENTALE

1. *Electrotehnică teoretică.* Domeniul electrotehnicii, în care se studiază problemele fundamentale ale teoriei proceselor electromagnetice importante în tehnică.

2. *Electricitate.* Proprietate a materiei (formă specială de mișcare a materiei), care are o natură dublă și se manifestă în particule elementare speciale de materie (electricitatea pozitivă în protoni și pozitroni, cea negativă — în electroni).

Observație. In sens restrâns, termenul «electricitate» se folosește uneori ca sinonim al termenului «sarcină electrică».

3. *Sarcină electrică.* Mărime scalară care măsoară cantitativ electricitatea.

Observație. Sarcina electrică poate fi definită cu ajutorul fenomenelor interacțiunii mecanice dintre corpurile electrizate cu ajutorul fenomenelor de electroliză etc.

4. *Particulă încărcată.* Particulă elementară de materie, care are un prisos de electricitate pozitivă sau negativă.

5. *Câmp electromagnetic.* Formă specială a materiei care se distinge prin repartiție continuă în spațiu și se caracterizează prin proprietatea de a se propaga cu viteza luminii, prin proprietatea de a acționa mecanic asupra curenților*) și particulelor încărcate, acțiunii în procesul cărora energia câmpului se transformă în alte forme de energie (calorică, mecanică, etc.).

Observație. Utilizarea metodelor microfizicii în studiul câmpului electromagnetic scoate în evidență structura discretă a acestuia (fotoni).

6. *Câmp electric.* Unul din cele două aspecte ale câmpului electromagnetic, condiționat (generat) de sarcinile electrice și de variațiile câmpului magnetic, care se caracterizează prin acțiune mecanică asupra particulelor încărcate cu sarcini electrice.

7. *Câmp magnetic.* Unul din cele două aspecte ale câmpului electromagnetic, condiționat (generat) de sarcinile electrice ale particulelor încărcate în mișcare și de variațiile câmpului electric, care se caracterizează prin acțiune mecanică asupra particulelor încărcate în mișcare.

8. *Câmp electrostatic.* Câmpul electric al sarcinilor electrice invariabile ca mărime și poziție.

9. *Inducție electrostatică.* Fenomenul de inducere a sarcinilor electrice într'un corp neîncărcat, în prezența unui alt corp încărcat, izolat de primul.

10. *Câmp electric coulombian.* Câmp electric sau componentă a acestuia, condiționat (generat) de sarcini electrice imobile sau mobile și care are caracter potențial.

11. *Vid* (vacuum). Stare de rarefiere limită a unui mediu molecular întâlnită în spațiul interplanetar, precum și stare de rarefiere limită a unui mediu molecular care poate fi atinsă prin mijloacele tehnice actuale.

Observație. In tehnica vidului, termenul «vacuum» se folosește pentru a defini acel grad de rarefiere al unui gaz, când lungimea parcursului liber al moleculei devine mult mai mare decât dimensiunile liniare ale vasului în care se creează această rarefiere.

12. *Energie electrică.* Formă specială a energiei, legată direct de aspectul electric al câmpului electromagnetic (de câmpul electric), care se transformă în alte forme de energie, atunci când câmpul electric variază, precum și în procesul lucrului efectuat prin deplasarea particulelor încărcate într'un câmp electric.

13. *Energie magnetică.* Formă specială a energiei, direct legată de aspectul magnetic al câmpului electromagnetic (de câmpul magnetic), care se transformă în alte forme de energie atunci când câmpul magnetic variază, precum și în procesul lucrului efectuat prin deplasarea curenților electrici introduși în câmp.

14. *Energie electromagnetică.* Energia câmpului electromagnetic, compusă din energia electrică și cea magnetică.

---

*) Mai exact, asupra conductorilor străbătuți de curent (*Nota trad.*).

II. SARCINI ELECTRICE

15. *Sarcină electrică de volum.* Sarcină electrică distribuită într'un anumit volum.

16. *Sarcină electrică superficială.* Sarcină electrică distribuită în volumul unei pături de grosime neglijabilă.

17. *Sarcină electrică liniară.* Sarcină electrică distribuită în volumul unui tub de secțiune neglijabilă.

18. *Sarcină electrică punctiformă.* Sarcină electrică concentrată într'un volum de dimensiuni neglijabile.

19. *Densitatea de volum a sarcinii electrice într'un punct dat.* Densitatea de volum a sarcinii. Mărime scalară, care caracterizează distribuția sarcinii electrice de volum și este egală cu limita raportului dintre sarcina de volum și volumul în care este concentrată sarcina, când acest volum tinde spre zero.

20. *Densitatea superficială a sarcinii electrice într'un punct dat.* Densitatea de suprafață a sarcinii. Mărime scalară care caracterizează distribuția sarcinii electrice superficiale și este egală cu limita raportului dintre sarcina superficială și aria suprafeței păturii în care este concentrată sarcina, când această arie tinde spre zero.

21. *Densitatea liniară a sarcinii electrice într'un punct dat.* Densitatea liniară a sarcinii. Mărime scalară, care caracterizează distribuția sarcinii electrice liniare și este egală cu limita raportului dintre sarcina liniară și lungimea tubului în care este concentrată sarcina, când această lungime tinde spre zero.

22. *Dipol electric.* Două sarcini electrice punctiforme legate între ele, egale ca mărime și de nume contrarii și așezate la o distanță neglijabilă una de cealaltă.

23. *Momentul electric al dipolului electric.* Mărime vectorială, egală cu produsul dintre una din sarcinile dipolului și distanța dintre ele și dirijată dela sarcina negativă spre cea pozitivă.

24. *Momentul electric al unui corp.* Suma vectorială a momentelor electrice ale tuturor dipolilor care compun corpul considerat.

III. CARACTERISTICELE ELECTRICE FUNDAMENTALE ALE DIFERITELOR MEDII ȘI ALE CÂMPULUI ELECTRIC

25. *Intensitatea câmpului electric.* Mărime vectorială, care caracterizează acțiunea mecanică a câmpului electric asupra unei particule încărcate și este egală cu limita raportului dintre forța cu care câmpul electric acționează asupra particulei introduse în punctul considerat al câmpului și sarcina acestei particule, când mărimea sarcinii tinde spre zero; direcția vectorului coincide cu direcția forței care acționează asupra unei particule încărcate pozitiv.

26. *Polarizare electrică.* Stare a materiei caracterizată prin faptul că momentul electric al întregului corp sau al unei porțiuni a acestuia este diferit de zero.

27. *Dielectric.* Mediu sau corp care se polarizează într'un câmp electric și în volumul căruia este posibilă existența îndelungată a unui câmp electrostatic.

28. *Polarizație electrică.* Mărime vectorială, care caracterizează gradul de polarizare electrică a unui dielectric într'un punct dat și este egală cu limita raportului dintre vectorul momentului electric al unui volum al dielectricului ce cuprinde punctul considerat și acest volum, când acesta din urmă tinde spre zero.

29. *Constantă de polarizare electrică* (susceptibilitate electrică). Mărime scalară care caracterizează proprietatea dielectricului de a se polariza într'un câmp electric și este egală cu raportul dintre factorul care mult pl că vectorul intensității câmpului electric în expresia vectorului polarizației electrice și permitivitatea vidului.

Observație. Susceptibilitatea electrică a unui mediu anisotrop este un tensor.

30. *Inducție electrică.* Mărime vectorială, egală cu suma vectorilor intensității și polarizării, fiecare multiplicat printr'un factor ce depinde de alegerea sistemului de unități.

Observaţie. In sistemul de unităţi MKS *) factorul vectorului intensităţii este permitivitatea vidului, iar factorul vectorului polarizării este unitatea.

31. *Permitivitate.* Constantă electrică (constantă dielectrică; permitivitate dielectrică). Factorul care multiplică vectorul intensităţii câmpului electric în expresia vectorului inducţiei electrice în cazul unui mediu izotrop.

Observaţie. Permitivitatea unui mediu anisotrop este un tensor. Permitivitatea vidului în sistemul MKS *) este:

$$\varepsilon_0 \approx \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot \frac{\text{Farad}}{\text{metru}}$$

32. *Permitivitate relativă* (constantă dielectrică relativă; permitivitate dielectrică relativă). Raportul dintre permitivitatea mediului în punctul considerat şi permitivitatea vidului.

33. *Potenţial electric.* Mărime scalară, care caracterizează un câmp electric coulombian şi este egală cu limita raportului dintre lucrul efectuat de forţele acestui câmp prin deplasarea unei particule încărcate pozitiv din punctul dat al câmpului într'un alt punct, al cărui potenţial este considerat egal cu zero, şi sarcina particulei, când sarcina tinde spre zero (altfel: funcţie de punct al cărei gradient, luat cu semn schimbat, este egal cu intensitatea câmpului).

34. *Diferenţa de potenţial electric dintre două puncte.* Limita raportului dintre lucrul efectuat de forţele câmpului electric coulombian prin deplasarea unei particule încărcate pozitiv dintr'un punct în altul şi sarcina acestei particule, când sarcina tinde spre zero (altfel: integrala de linie a intensităţii câmpului electric coulombian între punctele considerate).

35. *Conductanţă* **). Proprietate a unui corp sau a unui mediu de a conduce curentul electric continuu sub acţiunea unui câmp electric, care se măsoară prin raportul dintre puterea electrică absorbită de corp şi pătratul tensiunii aplicată corpului.

36. *Conductor.* Mediu conductor. Mediu sau corp care are conductanţă (altfel: mediu sau corp în care nu este posibilă existenţa unui câmp electrostatic).

37. *Izolant.* Neconductor. Mediu neconductor. Mediu sau corp cu conductanţă neglijabilă.

Observaţie. Uneori prin termenul «izolant» se denumeşte piesa sau dispozitivul care împiedecă scurgerea sarcinilor electrice ***).

38. *Capacitate electrică.* Capacitate. Proprietatea corpurilor conductoare de a acumula şi păstra sarcini electrice, care se măsoară prin raportul dintre sarcina corpului izolat şi potenţialul său, presupunând potenţialul unui punct depărtat la infinit egal cu zero.

Observaţie. Uneori prin termenul «capacitate» se denumeşte prescurtat dispozitivul în care capacitatea electrică este folosită ca principala sa proprietate.

39. *Condensator.* Sistem format din doi conductori (armături) separaţi printr'un izolant, în care se foloseşte capacitatea sa electrică.

40. *Capacitatea condensatorului.* Valoarea absolută a raportului dintre sarcina electrică a uneia dintre armăturile condensatorului şi diferenţa de protenţial dintre ele, cu condiţia ca armăturile să aibă sarcini egale şi de nume contrarii.

41. *Capacitate parţială.* Capacitatea dintre doi conductori («primul» şi «al doilea») care fac parte dintr'un sistem de conductori, definită ca valoare absolută a raportului dintre sarcina «primului» conductor şi diferenţa de potenţial dintre «primul» şi «al doilea», dacă toţi conductorii, în afară de «al doilea», au acelaşi potenţial (egal cu al «primului»).

---

*) Raţionalizat (*Nota trad.*).

**) Proprietatea de a conduce curentul electric are în limba română denumirea de «conductibilitate» diferită de denumirea «conductanţă», care se dă mărimii care măsoară proprietatea de conductibilitate (*Nota trad.*).

***) In limba rusă există denumirea de «izolatori» pentru aceste corpuri (*Nota trad.*).

42. *Câmp electric necoulombian.* Câmp electric care nu este determinat prin legea lui Coulomb și care e generat, de exemplu, prin variația câmpului magnetic, prin procese termice, prin reacții chimice, prin fenomene de contact, etc.

43. *Intensitatea câmpului electric necoulombian.* Mărime vectorială, egală cu limita raportului dintre forța care acționează asupra unei particule încărcate într'un câmp electric necoulombian și sarcina particulei, dacă sarcina tinde spre zero.

44. *Forță electromotoare.* F.e.m. Mărime scalară, care caracterizează câmpul electric necoulombian și a cărei valoare este egală cu integrala de linie a intensității câmpului necoulombian în lungul unui circuit care trece prin câmp.

45. *Tensiunea electrică între două puncte în lungul unui drum dat.* Mărime scalară, care caracterizează câmpul electric (necoulombian și coulombian) și a cărei valoare între două puncte în lungul unui drum dat este egală cu integrala de linie a intensității câmpului electric rezultant, în lungul acestui drum.

Observații. 1. In absența câmpului electric necoulombian, tensiunea electrică între două puncte este egală cu diferența de potențial electric între aceste puncte.

2. Tensiunea electrică în lungul unui circuit închis este egală cu f.e.m. care acționează în acest circuit.

3. In definirea tensiunii electrice la bornele unei surse de curent electric, drumul de integrare se află în afara sursei; tensiunea sursei de curent, în lipsa unui câmp necoulombian pe drumul de integrare, este egală cu diferența de potențial la bornele sursei.

46. *Potențial electrodinamic vector.* Mărime vectorială al cărei rotor este egal cu vectorul inducției câmpului magnetic.

47. *Potențial electrodinamic scalar.* Mărime scalară al cărei gradient, luat cu semn schimbat, este egal cu suma intensității câmpului electric și a derivatei în raport cu timpul a potențialului electrodinamic vector.

IV. CURENTUL ELECTRIC

48. *Curent electric.* Curent. Fenomenul de transportare a particulelor încărcate, de variație în timp a câmpului electric, a polarizării electrice a dielectricilor și a diferitelor alte procese electrice care sunt însoțite de câmp magnetic (care generează câmp magnetic); curentul se măsoară printr'o mărime scalară egală cu integrala de suprafață a vectorului densității de curent pe suprafața considerată.

Observație. Mărimea scalară care măsoară curentul este obișnuit denumită prin același termen (curent).

49. *Curent electric de conducție.* Curent de conducție. Fenomenul de transport, sub acțiunea unui câmp electric, a particulelor încărcate libere, măsurat printr'o mărime scalară, egală cu integrala de suprafață a vectorului densității curentului de conducție pe suprafața considerată.

50. *Curent electric de polarizare.* Curent de polarizare. Fenomenul de deplasare, sub acțiunea unui câmp electric, a particulelor încărcate legate într'un dielectric, măsurat printr'o mărime scalară egală cu integrala de suprafață a vectorului densității curentului de polarizare pe suprafața considerată.

51. *Curent electric de convecție.* Curent de convecție. Fenomenul de transport al particulelor încărcate (atât libere, cât și legate), măsurat printr'o mărime scalară egală cu integrala de suprafață a vectorului densității curentului de convecție pe suprafața considerată.

Observație. In sensul restrâns al cuvântului, prin curent electric de convecție se înțelege fenomenul de transport al particulelor încărcate sub acțiunea unor forțe mecanice.

52. *Curent electric de deplasare în vid.* Curent de deplasare în vid. Fenomenul de variație în timp a câmpului electric, măsurat printr'o mărime scalară egală cu integrala de suprafață a vectorului densității curentului de deplasare în vid pe suprafața considerată.

53. *Curent electric de deplasare.* Curent de deplasare. Suma curentului electric de deplasare în vid și a curentului electric de polarizare, măsurat printr'o mărime scalară egală cu integrala de suprafață a vectorului densității curentului de deplasare pe suprafața considerată.

54. *Densitatea curentului electric de conducție.* Mărimea vectorială a cărei direcție coincide cu direcția de mișcare a particulelor încărcate pozitiv și al cărei modul este egal cu limita raportului dintre suma valorilor absolute ale sarcinilor electrice*) ale particulelor încărcate pozitiv și negativ, ce se mișcă în sensuri contrarii sub acțiunea unui câmp electric și străbat într'un interval oarecare de timp un element de suprafață normal pe direcția de mișcare a acestor particule și produsul dintre acest interval de timp și aria elementului de suprafață, când atât intervalul de timp, cât și aria elementului tind spre zero.

55. *Densitatea curentului electric de polarizare.* Mărime vectorială egală cu limita raportului dintre variația vectorului polarizării și durata acestei variații când această durată tinde spre zero (altfel: prima derivată a vectorului polarizării în raport cu timpul).

56. *Densitatea curentului electric de convecție.* Mărime vectorială a cărei direcție coincide cu direcția de mișcare a particulelor încărcate pozitiv și al cărei modul este egal cu limita raportului dintre suma valorilor absolute ale sarcinilor electrice **) ale particulelor încărcate pozitiv și negativ ce se mișcă în sensuri contrarii și străbat într'un interval oarecare de timp un element de suprafață normal pe direcția de mișcare a acestor particule și produsul dintre acest interval de timp și aria elementului de suprafață, când atât intervalul de timp, cât și aria elementului de suprafață, tind spre zero.

57. *Densitatea curentului electric de deplasare în vid.* Mărime vectorială egală cu limita raportului dintre variația vectorului intensității câmpului electric și durata acestei variații, când această durată tinde spre zero, multiplicată prin permitivitatea vidului (altfel: prima derivată a vectorului intensității câmpului electric în raport cu timpul, multiplicată prin permitivitatea vidului).

58. *Densitatea curentului electric de deplasare.* Mărime vectorială egală cu limita raportului dintre variația vectorului inducției electrice și durata acestei variații, când această durată tinde spre zero (altfel: prima derivată a vectorului inducției electrice în raport cu timpul).

59. *Densitatea curentului electric.* Suma vectorială a vectorului densității curentului de conducție, vectorului densității curentului de convecție și vectorului densității curentului de deplasare.

60. *Puterea curentului electric.* Limita raportului dintre lucrul efectuat de către curentul electric într'un interval de timp și acest interval, când intervalul de timp tinde spre zero.

Observație. Limita considerată este de asemenea egală cu produsul dintre f.e.m. (tensiune) și curent.

61. *Linie de curent electric.* Linie la care în fiecare punct tangenta coincide cu direcția vectorului densității de curent (altfel: linia vectorului densității curentului electric).

V. CIRCUITUL ELECTRIC, ELEMENTE ȘI CARACTERISTICELE SALE

62. *Rezistența electrică.* Proprietatea unui corp sau a unui mediu străbătut de curent de a transforma energia electrică în energie termică, măsurată prin raportul dintre puterea electrică absorbită de corp și pătratul curentului care îl străbate.

Observație. Dispozitivul compus din conductori în care se folosește rezistența lor electrică se denumește uneori prescurtat «rezistență».

*) Libere *(Nota trad.)*.
**) Atât libere, cât și legate *(Nota trad.)*.

63. *Conductibilitate electrică.* Factor care multiplică vectorul intensității câmpului electric rezultant în expresia vectorului densității curentului electric de conducție.

Observații. 1. Conductibilitatea electrică este de asemenea egală cu inversul rezistivității electrice.

2. Conductibilitatea electrică a unui mediu anisotrop este un tensor.

64. *Rezistivitate electrică.* Factor care multiplică vectorul densității curentului de conducție în expresia vectorului intensității câmpului electric.

Observații. 1. Rezistivitatea electrică este de asemenea egală cu inversul conductibilității electrice.

2. Rezistivitatea electrică a unui mediu anisotrop este un tensor.

65. *Coeficient de temperatură a rezistenței electrice.* Raportul dintre variația rezistenței unui mediu sau a unui corp, corespunzătoare variației temperaturii cu un grad și valoarea inițială a mărimii rezistenței.

66. *Circuit electric.* Ansamblu de surse de curent, rezistențe, capacități și inductanțe, prin care pot circula curenți electrici.

67. *Circuit electric linear.* Circuit electric în care rezistențele, inductanțele și capacitățile nu depind de valorile curenților care trec prin circuit sau ale tensiunilor pe porțiunile acestuia.

68. *Circuit electric nelinear.* Circuit electric în care rezistențele, inductanțele și capacitățile pot varia în funcție de curentul care le străbate sau de tensiunea aplicată.

69. *Multipol.* O parte a circuitului electric care are cel puțin două borne.

70. *Multipol pasiv.* Multipol care nu conține f.e.m. (surse de curent).

71. *Multipol activ.* Multipol care conține f.e.m. (surse de curent).

VI. CARACTERISTICELE MAGNETICE FUNDAMENTALE ALE CÂMPULUI MAGNETIC

72. *Inducție magnetică.* Mărime vectorială care caracterizează acțiunea mecanică a unui câmp magnetic asupra unui curent, precum și proprietatea câmpului magnetic de a genera prin variația sa un câmp electric rotațional. Direcția vectorului inducției magnetice într'un punct al câmpului este direcția dela polul sud la polul nord al unui ac magnetic așezat în punctul considerat al câmpului și orientat de forțele câmpului. Modulul vectorului inducției este egal cu limita raportului dintre forța care acționează asupra unui element de conductor străbătut de curent, și produsul dintre lungimea acestui element prin curent, când atât elementul, cât și curentul tind spre zero, elementul considerat al conductorului trebuind să fie dispus normal pe direcția vectorului inducției.

73. *Linie de inducție magnetică* (linie magnetică). Linie la care în fiecare punct tangenta coincide cu direcția vectorului inducției magnetice.

74. *Tub de inducție magnetică* (tub magnetic). Porțiune a câmpului magnetic limitată de suprafața continuă, formată de un tub ale cărui generatoare sunt liniile de inducție magnetică.

75. *Flux magnetic.* Fluxul vectorului inducției magnetice (altfel: integrala de suprafață a vectorului inducției magnetice pe suprafața considerată).

76. *Dipol magnetic.* Curent electric închis care circulă într'un circuit elementar.

77. *Moment magnetic al unui circuit elementar cu curent electric.* Moment magnetic al unui dipol magnetic. Mărime vectorială proporțională cu produsul intensității curentului prin suprafața limitată de circuitul elementar prin care circulă curentul și dirijată perpendicular pe această suprafață, după regula burghiului drept.

78. *Moment magnetic al unui corp.* Mărime vectorială egală cu suma geometrică a momentelor magnetice ale curenților elementari închiși, echivalenți cu curenții moleculari ai corpului considerat.

79. *Magnetizare* (polarizare magnetică). Proces în urma căruia un corp capătă moment magnetic.

80. *Forță de magnetizare* (forță magnetomotoare). Mărime scalară care caracterizează acțiunea magnetică a curentului electric, este proporțională cu suma algebrică a curenților cuprinși de circuitul închis considerat și este egală cu integrala de linii a intensității câmpului magnetic în lungul acestui circuit.

81. *Polarizare magnetică.* Stare a materiei caracterizată prin faptul că momentul magnetic al întregului corp sau al unei porțiuni a acestuia are o valoare diferită de zero.

82. *Polarizație magnetică* (vectorul intensității de polarizare magnetică). Mărime vectorială, care caracterizează gradul de magnetizare a materiei într'un punct și este egală cu limita raportului dintre vectorul momentului magnetic al unui volum ce cuprinde punctul considerat, și acest volum, când volumul tinde spre zero.

83. *Intensitatea câmpului magnetic.* Mărime vectorială a cărei integrală de linie pe un circuit închis este proporțională cu suma curenților electrici macroscopici ce străbat o suprafață continuă oarecare limitată de circuitul de integrare și care este egală cu diferența dintre vectorul inducției magnetice și polarizația magnetică, fiecare multiplicat printr'un factor ce depinde de alegerea sistemului de unități.

84. *Potențial magnetic scalar.* Funcție scalară multiformă de punct, al cărei gradient luat cu semn schimbat, este egal cu intensitatea câmpului magnetic.

Observație. In punctele în care densitatea curentului electric este diferită de zero, potențialul magnetic scalar nu există.

85. *Diferența de potențial magnetic scalar dintre puncte.* Integrala de linie a intensității câmpului magnetic între punctele considerate, cu condiția ca drumul de integrare să treacă printr'o regiune în care densitatea curenților electrici este egală cu zero.

86. *Constantă de polarizare magnetică* (susceptibilitate magnetică). Mărime scalară care caracterizează proprietatea unui mediu de a se magnetiza sub acțiunea unui câmp magnetic și este egală cu factorul ce multiplică vectorul intensității câmpului magnetic în expresia vectorului polarizației magnetice.

Observație. Constanța de polarizare magnetică a unui mediu anisotrop este un tensor.

87. *Permeabilitate magnetică.* Factor care multiplică vectorul intensității *) în expresia vectorului inducției magnetice în cazul unui mediu isotrop.

Observație. Intr'un mediu anisotrop permeabilitatea magnetică este un tensor. Permeabilitatea magnetică a vidului în sistemul MKS **) este

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Henry/metru.}$$

88. *Permeabilitate magnetică relativă.* Raportul dintre permeabilitatea magnetică a mediului într'un punct dat și permeabilitatea magnetică a vidului.

89. *Curbă de primă magnetizare.* Curba de variație a inducției magnetice în funcție de intensitatea câmpului magnetic, în cazul magnetizării—prin variația monotonă a câmpului magnetic — a unui corp în prealabil demagnetizat.

90. *Hysterezis.* Fenomenul ireversibilității magnetizării unui mediu și al dependenței inducției magnetice în procesul de magnetizare de starea magnetică precedentă.

91. *Curbă de hysterezis.* Curba variației inducției magnetice în funcție de intensitatea câmpului magnetic în procesul de variație ciclică a intensității câmpului.

92. *Forță coercitivă.* Intensitatea câmpului magnetic care trebue aplicată unui corp magnetizat pentru a reduce inducția magnetică în corp la zero.

---

*) Câmpului magnetic (*Nota trad.*).

**) Raționalizat (*Nota trad.*).

93. *Magnetizare remanentă.* Magnetizare ce se păstrează în corp când forțele de magnetizare sau intensitatea câmpului magnetic exterior devin egale cu zero.

94. *Magnet.* Corp care are magnetizare remanentă.

95. *Electromagnet.* Dispozitiv în care magnetizarea unui miez dintr'un material cu permeabilitate magnetică mare este întreținută printr'un curent în înfășurarea de magnetizare.

96. *Inducție remanentă.* Inducția magnetică a câmpului magnetic generat de magnetizarea remanentă.

97. *Câmp magnetostatic.* Câmpul magnetic al magneților permanenți imobili.

98. *Pol magnetic nord.* Porțiune a suprafeței unui magnet sau a unui electromagnet pe care unghiul dintre vectorul inducției magnetice și normala exterioară la această suprafață este apropiat sau egal cu zero.

99. *Pol magnetic sud.* Porțiune a suprafeței unui magnet sau a unui electromagnet pe care unghiul dintre vectorul inducției magnetice și normala exterioară la această suprafață este apropiat sau egal cu π.

100. *Circuit magnetic.* Ansamblul mediilor și corpurilor ce se găsesc sub acțiunea unor forțe de magnetizare și sunt înlănțuite printr'un flux magnetic comun.

101. *Reluctanța circuitului magnetic.* Mărime egală cu raportul dintre forța de magnetizare care generează fluxul magnetic în circuitul magnetic dat și acest flux.

102. *Permeanța circuitului magnetic.* Mărime egală cu raportul dintre fluxul magnetic din circuitul magnetic dat și forța de magnetizare care generează acest flux.

103. *Reluctanță.* Mărime egală cu raportul dintre diferența de potențial magnetic scalar dintre două secțiuni echipotențiale ale fluxului magnetic dat și acest flux.

104. *Permeanță.* Mărime egală cu raportul dintre fluxul magnetic considerat și diferența de potențial magnetic scalar dintre două secțiuni echipotențiale ale acestui flux.

105. *Flux total.* Suma fluxurilor magnetice *) înlănțuite cu fiecare spiră a unui circuit electric dat.

106. *Flux total de inducție proprie* (de autoinducție). Fluxul total al circuitului electric condiționat (generat) de curentul electric din acest circuit.

107. *Flux total de inducție mutuală.* Fluxul total al unui circuit electric condiționat (generat) de curentul electric dintr'un alt circuit electric.

108. *Inducție electromagnetică.* Fenomenul de generare a unui câmp electric rotațional prin variația câmpului magnetic, fenomen care duce la inducerea unei f.e.m. într'un circuit închis, când fluxul magnetic care străbate acest circuit variază sau când întreg circuitul, sau o parte a acestuia, se mișcă într'un câmp magnetic.

109. *Inducție proprie* (autoinducție). Fenomenul de generare a unei f.e.m. într'un circuit electric prin variația curentului electric din acest circuit.

110. *Inducție mutuală.* Fenomenul de generare a unei f.e.m. într'un circuit electric prin variația curentului electric dintr'un alt circuit, care are un flux total comun cu primul.

111. *Inductanță.* Proprietate a circuitului electric care condiționează inducerea unei f.e.m. în acest circuit prin variația curentului care îl străbate și care se măsoară prin mărimea raportului dintre f.e.m. indusă în acest circuit și prima derivată în raport cu timpul a curentului, care străbate circuitul, sau prin mărimea raportului dintre fluxul total de inducție proprie (de autoinducție) al acestui circuit și curentul care îl străbate, sau prin mărimea raportului energiei magnetice înmagazinate în câmpul magnetic și jumătate din pătratul curentului.

Observații. 1. Dacă permeabilitatea magnetică a mediului nu este constantă, inductanța nu mai poate fi unic determinată.

2. Dispozitivul format obișnuit dintr'o bobină din material conductor în care se folosește inductanța sa este uneori denumit prescurtat «inductanță».

*) Tubulare (*Nota trad.*).

112. *Inductanță mutuală.* Proprietate a unui circuit electric care condiționează generarea unei f.e.m. într'un alt circuit electric prin variația curentului electric din primul circuit și care se măsoară prin mărimea raportului dintre f.e.m. indusă în al doilea circuit și prima derivată în raport cu timpul a curentului din primul circuit, sau prin mărimea raportului dintre fluxul total de inducție mutuală al celor două circuite și curentul din primul circuit.

Observație. Dacă permeabilitatea magnetică a mediului nu este constantă, inductanța mutuală nu mai poate fi unic determinată.

VII. CURENT ALTERNATIV

Observații. 1. Termenii Nr. 113, 114, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 128, 129, 130, 151, 152, referitori la «curent», se pot folosi și pentru «tensiune», «f.e.m.» etc.

2. Termenii Nr. 136, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 157, referitori la «curent sinusoidal», se pot folosi și pentru «curent sinusoidal echivalent».

113. *Valoare instantanee a curentului electric.* Valoare instantanee a curentului. Intensitatea curentului electric în momentul considerat.

114. *Curent electric periodic.* Curent periodic. Curent electric ale cărui valori instantanee se repetă la anumite intervale de timp (perioade).

115. *Perioadă.* Intervalul de timp minim după care valoarea instantanee a mărimii variabile (f.e.m., tensiune sau curent) se repetă în aceeași succesiune, un număr indefinit de ori.

116. *Frecvența curentului alternativ.* Numărul perioadelor în unitatea de timp (altfel: mărime inversă perioadei).

117. *Frecvența unghiulară.* Factor care multiplică timpul în expresia argumentului unei mărimi sinusoidale, egal cu numărul perioadelor în 2π secunde.

118. *Curent neperiodic.* Curent electric care variază în timp după o lege neperiodică.

Observație. Curentul electric care își păstrează valoarea neschimbată se numește curent continuu.

119. *Puls de curent.* Curent electric de scurtă durată.

120. *Curent electric alternativ.* Curent alternativ. In sensul larg al cuvântului — orice curent variabil în timp. In sensul restrâns al cuvântului — curent electric periodic a cărui valoare medie în timpul unei perioade este apropiată sau egală cu zero.

121. *Curent electric pulsatoriu.* Curent pulsatoriu. Curent electric periodic ale cărui valori instantanee de un semn sunt considerabil mai mari decât valorile instantanee de semn contrar.

122. *Curent electric sinusoidal.* Curent electric armonic. Curent sinusoidal. Curent electric periodic variabil în timp după o lege sinusoidală.

123. *Curent electric nesinusoidal.* Curent electric periodic diferit de cel sinusoidal.

124. *Faza unei mărimi sinusoidale.* Fază. Valoarea unghiulară a argumentului mărimii sinusoidale, considerată în cel mai apropiat punct al trecerii acestei mărimi prin zero, spre valori pozitive.

125. *Decalaj de fază.* Diferența fazelor a două mărimi variabile după o lege sinusoidală.

126. *Fază inițială.* Valoarea fazei unei mărimi variabile sinusoidal în momentul inițial.

127. *Puterea instantanee a curentului electric.* Puterea instantanee a curentului. Mărimea puterii curentului electric în momentul dat, egală cu produsul valorilor instantanee a f.e.m. care acționează în circuit, sau a tensiunii la bornele circuitului și a curentului prin circuit.

128. *Valoarea eficace a curentului electric periodic.* Valoarea eficace a curentului (valoarea efectivă a curentului electric periodic). Mărimea curentului continuu care ar putea să producă în timpul unei perioade același efect termic ca și curentul periodic dat, egală cu rădăcina pătrată din valoarea medie a pătratului curentului periodic.

129. *Componenta continuă a curentului electric periodic.* Mărimea curentului continuu, egală cu valoarea medie a curentului periodic dat, în intervalul uneia sau mai multor perioade întregi.

130. *Valoarea medie a curentului electric alternativ.* Valoarea medie a curentului. Mărimea curentului continuu egală cu valoarea medie a curentului alternativ în intervalul semiperioadei pozitive.

131. *Factor de formă al unei curbe periodice.* Factor de formă. Raportul dintre valoarea efectivă a mărimii reprezentată de curbă și valoarea ei medie.

Observație. Valoarea medie se ia în intervalul semiperioadei pozitive.

132. *Puterea aparentă a curentului electric periodic.* Putere aparentă. Mărime egală cu produsul valorilor eficace a curentului electric periodic din circuit și a tensiunii la bornele sale.

133. *Puterea activă a curentului electric periodic.* Putere activă. Valoarea medie a puterii instantanee în circuitul electric dat, în intervalul unei perioade.

134. *Factor de putere.* Mărime egală cu raportul dintre puterea activă și cea aparentă.

Observație. In regim sinusoidal, factorul de putere este egal cu cosinusul unghiului de decalaj dintre tensiune și curent.

135. *Tensiune și curent sinusoidal echivalente.* Tensiune și curent sinusoidal, ale căror valori efective și putere activă coincid cu valorile efective și puterea activă ale curentului și tensiunii periodice date.

136. *Putere reactivă a curentului sinusoidal.* Putere reactivă. Rădăcina pătrată din diferența pătratelor puterii aparente și puterii active.

Observații. 1. Puterea reactivă este egală cu produsul puterii aparente prin sinusul unghiului dintre curent și tensiune.

2. Puterea reactivă se consideră pozitivă, dacă curentul este defazat în urma tensiunii și negativă, dacă curentul este defazat înaintea tensiunii.

137. *Putere reactivă a curentului electric periodic.* Suma algebrică a puterilor reactive ale componentelor armonice ale curentului electric periodic dat.

138. *Putere deformantă a curentului electric periodic.* Putere deformantă. Rădăcina pătrată din diferența pătratelor puterii reactive a curentului sinusoidal echivalent cu curentul periodic dat și puterea reactivă a curentului periodic.

139. *Rezistența circuitului curentului electric periodic.* Rezistență. Mărime egală cu raportul dintre puterea activă absorbită în circuit și pătratul valorii eficace a curentului în acest circuit.

140. *Conductanța circuitului curentului electric periodic.* Conductanță. Mărime egală cu raportul dintre puterea activă absorbită în circuit și pătratul valorii eficace a tensiunii la bornele sale.

141. *Impedanța circuitului în curent sinusoidal.* Impedanță. Mărime egală cu raportul dintre valoarea eficace a tensiunii la bornele circuitului și valoarea eficace a curentului în circuit.

142. *Admitanța circuitului în curent sinusoidal.* Admitanța. Mărime egală cu raportul dintre valoarea eficace a curentului din circuit și valoarea eficace a tensiunii la bornele sale.

Observație. Mărimea admitanței circuitului este inversul mărimii impedanței sale.

143. *Reactanța circuitului în curent sinusoidal.* Reactanță. Rădăcina pătrată din diferența pătratelor impedanței și rezistenței circuitului.

Observații. 1. Reactanța este de asemenea egală cu raportul dintre puterea reactivă din circuitul dat și pătratul valorii eficace a curentului în circuit.

2. Reactanța este de asemenea egală cu produsul dintre impedanță și sinusul unghiului de decalaj, dintre curent și tensiune.

3. Reactanța se consideră pozitivă, dacă curentul este defazat în urma tensiunii, și negativă, dacă curentul este defazat înaintea tensiunii.

144. *Reactanță inductivă a circuitului în curent sinusoidal.* Reactanță inductivă. Reactanță condiționată de inductanța circuitului, egală cu produsul mărimii inductanței prin frecvența unghiulară.

145. *Reactanța capacitivă a circuitului în curent sinusoidal.* Reactanța capacitivă. Reactanță condiționată de capacitatea din circuit, egală cu inversul produsului mărimii capacității prin frecvența unghiulară.

146. *Susceptanța circuitului în curent sinusoidal.* Susceptanță. Rădăcina pătrată din diferența pătratelor admitanței și conductanței circuitului.

Observații. 1. Susceptanța este de asemenea egală cu raportul dintre puterea reactivă din circuitul dat și pătratul valorii eficace a tensiunii la bornele acestui circuit.

2. Susceptanța este de asemenea egală cu produsul dintre admitanță și sinusul unghiului de decalaj dintre curent și tensiune.

3. Susceptanța se consideră pozitivă dacă curentul este defazat în urma tensiunii, și negativă, dacă curentul este defazat înaintea tensiunii.

147. *Componenta activă a curentului sinusoidal* *) .Componenta activă a curentului. Mărime egală cu raportul dintre puterea activă absorbită în circuitul dat și valoarea eficace a tensiunii aplicată la bornele sale.

Observație. Componenta activă a curentului este de asemenea egală cu produsul dintre valoarea eficace a curentului și cosinusul unghiului de decalaj dintre curent și tensiune.

148. *Componenta activă a tensiunii sinusoidale.* Componenta activă a tensiunii. Mărime egală cu raportul dintre puterea activă absorbită în circuitul dat și valoarea eficace a curentului în acest circuit.

Observație. Componenta activă a tensiunii este de asemenea egală cu produsul valorii eficace a tensiunii prin cosinusul unghiului de decalaj dintre curent și tensiune.

149. *Componentă reactivă a curentului sinusoidal* **). Componenta reactivă a curentului. Raportul dintre puterea reactivă din circuitul dat și valoarea eficace a tensiunii la bornele sale.

Observație. Componenta reactivă a curentului este de asemenea egală cu produsul valorii eficace a curentului prin sinusul unghiului de decalaj dintre curent și tensiune.

150. *Componentă reactivă a tensiunii sinusoidale.* Componenta reactivă a tensiunii. Raportul dintre puterea reactivă din circuitul dat și valoarea eficace a curentului în acest circuit.

Observație. Componenta reactivă a tensiunii este de asemenea egală cu produsul valorii eficace a tensiunii prin sinusul unghiului de decalaj dintre curent și tensiune.

151. *Amplitudinea complexă a curentului sinusoidal.* Amplitudinea complexă a curentului. Mărime complexă, independentă de timp, modulul și argumentul căreia sunt, respectiv, egale cu amplitudinea și faza inițială ale curentului sinusoidal dat.

---

*) Componentă watată *(Nota trad.)*.

**) Componentă dewatată *(Nota trad.)*.

152. *Expresia complexă a curentului sinusoidal.* Expresia complexă curentului. Mărime complexă independentă de timp, modulul și argumentul căreia sunt, respectiv, egale cu valoarea eficace și faza inițială a curentului sinusoidal dat.

153. *Impedanța complexă a circuitului în curentul sinusoidal.* Impedanța complexă Mărime complexă egală cu raportul dintre amplitudinea complexă a tensiunii la bornele circuitului dat și amplitudinea complexă a curentului din acest circuit.

154. *Admitanță complexă a circuitului în curent sinusoidal.* Admitanță complexă. Mărime complexă egală cu raportul dintre amplitudinea complexă a curentului din circuitul dat și amplitudinea complexă a tensiunii la bornele sale.

Observație. Admitanța complexă este mărimea inversă impedanței complexe.

155. *Impedanța echivalentă a circuitului sau a unei porțiuni a circuitului în curent sinusoidal.* Impedanța echivalentă. Impedanță în care o tensiune sinusoidală egală ca mărime și fază cu tensiunea la bornele circuitului dat, sau ale unei porțiuni a acestuia, produce același curent ca mărime și fază ca și în circuitul dat, sau în porțiunea respectivă a acestuia.

Observație. Pentru un circuit sau o porțiune de circuit în curent continuu, rezistența echivalentă este egală cu rezistența în care o tensiune egală cu tensiunea la bornele circuitului dat sau ale unei porțiuni a acestuia produce același curent ca și în circuitul dat, sau în porțiunea respectivă a acestuia.

156. *Schemă echivalentă.* Schemă înlocuitoare. Circuit electric a cărui rezistență (impedanță) este echivalentă cu rezistența (impedanța) circuitului dat.

157. *Impedanță de intrare a circuitului în curent sinusoidal.* Impedanța de intrare. Raportul dintre amplitudinea complexă a tensiunii la bornele de intrare ale circuitului dat și amplitudinea complexă a curentului din circuit.

Observație. Pentru circuitele de curent continuu rezistența de intrare este egală cu raportul dintre tensiunea la bornele circuitului dat și curentul din circuit.

158. *Rezonanță.* Fenomenul de coincidență ca fază a tensiunii sinusoidale la bornele unui circuit oscilant și a curentului care alimentează acest circuit.

Observație. La rezonanță sursa de energie, care alimentează circuitul, debitează în circuit numai putere activă.

159. *Rezonanță de tensiune.* Rezonanță serie. Fenomenul de rezonanță într'un circuit oscilant care conține inductanță și capacitate, montate în serie în raport cu sursa de excitație.

160. *Rezonanță de curent.* Rezonanță derivație. Fenomenul de rezonanță într'un circuit oscilant care conține inductanță și capacitate montate în derivație în raport cu sursa de excitație.

161. *Frecvență de rezonanță.* Frecvența oscilațiilor curentului și tensiunii într'un circuit oscilant la rezonanță.

Observație. Într'un circuit oscilant fără pierderi, frecvența de rezonanță coincide cu frecvența proprie a circuitului.

162. *Ferorezonanță.* Fenomenul care are loc în circuite ce conțin inductanțe cu miez de fier și capacități montate în serie sau în derivație, când datorită unei variații a amplitudinii tensiunii sinusoidale aplicate, curentul își schimbă brusc mărimea și semnul unghiului de decalaj, trecând dintr'o stare stabilă printr'o stare instabilă într'o altă stare stabilă.

VIII. SISTEME POLIFAZATE

163. *Sistem monofazat.* Ansamblul f.e.m. alternative de aceeași frecvență care acționează într'un circuit electric separat și admit înlocuirea lor printr'o f.e.m. echivalentă.

Observație. Prin f.e.m. echivalentă se înțelege o astfel de f.e.m. care, conectată în circuitul electric în locul sistemului de f.e.m. dat, produce în acest circuit curenți de aceleași amplitudini și faze ca și sistemul de f.e.m. considerat.

164. *Sistem bifazat.* Ansamblul a două sisteme monofazate în care f.e.m. echivalentă a sistemului al doilea este decalată în raport cu f.e.m. echivalentă a primului sistem cu unghiul $\pi/2$.

165. *Sistem polifazat.* Ansamblul câtorva sisteme monofazate, cu o ordine dată a succesiunii lor, în care vectorii f.e.m. echivalente sunt decalați unul față de altul de unghiuri a căror sumă este egală cu 2π.

166. *Sistem polifazat simetric.* Sistem polifazat în care f.e.m. echivalente ale fiecărui sistem monofazat sunt egale ca amplitudine și decalate ca fază cu $\frac{2\pi}{m}$ una față de cealaltă, unde m este numărul sistemelor monofazate care alcătuesc sistemul polifazat dat și se numește numărul de faze al sistemului polifazat.

167. *Sistem trifazat simetric.* Ansamblul a trei sisteme monofazate ale căror f.e.m. echivalente sunt egale ca amplitudine și decalate cu $\frac{2\pi}{3}$ una față de cealaltă.

168. *Sistem polifazat echilibrat.* Sistem polifazat a cărui putere instantanee este constantă și egală cu puterea medie.

169. *Circuit monofazat.* Circuit electric izolat, în care acționează un sistem monofazat de f.e.m.

170. *Circuit polifazat.* Ansamblul unor circuite monofazate, în care acționează un sistem polifazat de f.e.m.

171. *Fază.* Circuit monofazat cuprins într'un circuit polifazat dat.

172. *Circuit polifazat legat.* Circuit polifazat în care diferitele faze sunt legate electric între ele.

173. *Circuit polifazat simetric.* Circuit polifazat în care impedanțele complexe ale fazelor componente sunt identice.

174. *Circuit polifazat nesimetric.* Circuit polifazat în care impedanțele complexe ale fazelor componente sunt diferite.

175. *Componente simetrice ale unui sistem polifazat nesimetric.* Trei sisteme polifazate, care au același număr de faze ca și sistemul polifazat nesimetric dat și în care acesta din urmă poate fi descompus; cele trei sisteme monofazate se compun din:

1. Sistemul homopolar, în care vectorii coincid ca amplitudine și fază.

2. Sistemul de succesiune directă, sistem simetric în care vectorii sunt dispuși în aceeași succesiune ca și în sistemul nesimetric dat.

3. Sistemul de succesiune inversă, sistem simetric în care vectorii au o succesiune inversă față de sistemul dat.

IX. PROCESE TRANSITORII

Observații. Termenii Nr. 177, 178, 179, 180 și 181 referitori la curent pot fi folosiți și pentru tensiune, f.e.m., sarcină, etc.

176. *Proces transitoriu într'un circuit electric.* Proces transitoriu. Proces variabil. Proces nestaționar. Proces electromagnetic care apare într'un circuit electric când:

1. variază rezistențele, inductanțele și capacitățile circuitului, și

2. variază curenții în circuit și tensiunile aplicate circuitului sau unor porțiuni ale acestuia.

177. *Curent electric permanent.* Curent electric periodic sau continuu, care se stabilește într'un circuit electric sub acțiunea unei f.e.m. sau a unei tensiuni periodice sau continue după terminarea procesului transitoriu.

178. *Curent electric transitoriu.* Curent nestaționar. Curent variabil. Curent electric care există în circuit în timpul procesului transitoriu.

Observație. Curentul tranzitoriu este egal cu suma algebrică a curenților electrici liber și permanent.

179. *Curent electric liber.* Curent electric care apare într'un circuit electric pe seama rezervei de energie electromagnetică înmagazinată în acest circuit în lipsa unei surse exterioare de energie.

Observație. In fenomenele transitorii curentul liber este egal cu diferența dintre curentul transitoriu și cel permanent.

180. *Curent oscilant liber.* Curent electric liber care execută oscilații.

181. *Curent liber aperiodic.* Curent liber variabil monoton în timp.

182. *Admitanță generalizată* (indicială). Funcțiune de timp având dimensiunea unei conductanțe, egală cu raportul dintre curentul transitoriu într'un circuit electric sau într'o porțiune a acestuia și mărimea saltului de tensiune atunci când această tensiune se aplică circuitului sau porțiunii respective a acestuia.

183. *Circuit oscilant.* Circuit electric care conține inductanță și capacitate și în care sunt posibile oscilații libere ale curentului și tensiunii.

184. *Frecvența proprie a circuitului oscilant.* Frecvența proprie. Frecvența oscilațiilor libere ale curentului și tensiunii care apar într'un circuit oscilant.

185. *Amortizare.* Micșorarea în timp a intensității unui proces fizic, legată în mod obișnuit de disipația energiei acestui proces.

186. *Decrementul logaritmic al amortizării.* Decrement logaritmic. Caracteristica amortizării unui circuit oscilant, egală cu logaritmul raportului dintre două valori instantanee ale mărimii oscilante, luate la intervalul unei perioade.

187. *Constanta de timp a circuitului.* Intervalul de timp în decursul căruia procesul transitoriu se amortizează de $e = 2{,}718\ldots$ ori.

188. *Absorpție.* Micșorarea intensității unui proces fizic ondulatoriu în timpul propagării acestuia în spațiu, legată în mod obișnuit de disipația energiei acestui proces.

X. CIRCUITE CU CONSTANTE REPARTIZATE

189. *Circuit electric cu constante concentrate.* Circuitul electric în care, în funcție de condițiile regimului circuitului, se poate considera că rezistența, inductanța și capacitatea sunt concentrate pe diferite porțiuni ale circuitului și nu se influențează una pe cealaltă.

190. *Circuit electric cu constante repartizate.* Circuit electric în care rezistența, inductanța și capacitatea sunt repartizate pe lungimea întregului circuit sau a unor porțiuni ale acestuia.

191. *Impedanță caracteristică.* Raportul dintre amplitudinea complexă a tensiunii și amplitudinea complexă a curentului într'o undă electromagnetică sinusoidală progresivă ce se propagă în lungul unei linii.

192. *Constantă de propagare.* Mărime complexă care caracterizează variația modulului și argumentului amplitudinii complexe a unei unde sinusoidale progresive de tensiune și curent corespunzătoare deplasării undei cu o unitate de lungime în lungul liniei; coeficientul de propagare este egal cu logaritmul raportului dintre amplitudinile complexe ale curentului (sau ale tensiunii) în două puncte ale liniei distanțate între ele cu o lungime de undă.

193. *Constanta de atenuare.* Mărime care caracterizează scăderea amplitudinii unei unde progresive de curent și tensiune corespunzătoare deplasării undei cu o unitate de lungime în lungul liniei; constanta de atenuare este egală cu partea reală a constantei de propagare.

194. *Constanta de fază.* Constanta de lungime de undă. Mărime care caracterizează variația fazei unei unde sinusoidale progresive de curent și tensiune corespunzătoare deplasării undei cu o unitate de lungime în lungul liniei; constanta de fază este egală cu partea imaginară a constantei de propagare.

NOILE MAȘINI ELECTROSTATICE DE PUTERE

DE

ANDRÉ LANGEVIN

După cum se știe, mașinile electromagnetice curente au caracteristici de funcționare care nu sunt simple, prin faptul că ele comportă un circuit magnetic constituit din tablă de fier moale sau de aliaj de fier, al cărui scop este de a canaliza liniile de câmp de inducție.

Din cauza variațiilor de permeabilitate magnetică a fierului, în funcție de inducție, caracteristicile fluxului în funcție de curent, în conductor, nu sunt liniare, ceea ce complică serios teoria funcționării acestor mașini.

Un caz specific este acela al alternatorilor, unde din cauza fenomenelor complexe care se produc în fierul mașinii, prevederea teoretică a caracteristicii în sarcină nu poate fi realizată în mod practic. Mai mult, prezența circuitului magnetic din tablă de fier cauzează pierderi de energie inevitabile (pierderi prin histerezis), care limitează randamentul energetic al unei mașini electromagnetice.

Pentru aceasta s'a găsit că, în principiu, ar fi interesant, atât din punctul de vedere al simplificării funcționării (prevedere simplă a caracteristicilor mașinii), cât și din punctul de vedere al randamentului energetic, să se înlocuiască în viitor vechile mașini electromagnetice prin mașini electrostatice concepute în mod rațional.

Argumentele pentru a justifica acest punct de vedere sunt următoarele:

Trebue recunoscut că epoca invențiilor fundamentale este astăzi depășită și că progresul în materie de electricitate nu se poate realiza decât prin aplicarea rațională a legilor, de altfel perfect stabilite. Legile electricității statice sunt cele mai simple, astfel încât se pot recunoaște dintr'o singură privire toate caracterele pe care trebue să le posede o mașină electrostatică eficace și se pot stabili condițiile tehnice în care ea trebue neapărat să funcționeze.

Mașina electrostatică, inventată după toate probabilitățile de Otto de Guericke, aproximativ în anul 1650, se compunea la această epocă numai dintr'o sferă de sulf străbătută de o axă de rotație și frecată cu mâna. Lipsea acestei mașini un element esențial, colectorul. Introducerea colectorului se datorește lui Bose, care a trăit și el la Magdeburg în secolul al XVIII-lea. Colectorul său se compunea dintr'un tub metalic, purtând la una din extremități un pachet de fire de păr de cal care se frecau de sfera de sulf. Acest aparat era în stare să producă efecte foarte energice, pe care inventatorul le descrie cu entuziasm. El putea, istorisește Bose, să aprindă alcool și chiar să răstoarne un om.

Mașina electrostatică cu frecare era deci perfect pusă la punct la sfârșitul secolului al XVIII-lea și diferiți fizicieni îi dădură atunci formele a căror amintire a ajuns până la noi sub numele de mașina lui Ramsden, a lui Nairne etc.

Sfârșitul secolului al XVIII-lea vede de asemenea apariția a ceea ce se poate considera ca primele mașini cu influență. Sub numele de « duplicatori » sau de « multiplicatori », mai mulți fizicieni creează aparate capabile de a înmulți nemărginit, în teorie, o sarcină electrică inițială, prin jocul de capacități variabile și de contacte intermitente.

Aceste mașini nu dădeau însă, din punct de vedere practic decât efecte extrem de slabe, cu mult inferioare acelora ale mașinilor cu frecare.

După o lungă perioadă de tatonări obscure, apăru mașina cu influență, astfel cum ea este cunoscută în zilele noastre. Ea reprezintă în mod esențial ambele forme pe care le poate avea orice mașină cu influență, forme care se dispută încă și astăzi.

In cazul unui tip de mașină cu influență, electricitatea este transportată de către un izolant de sticlă, ca și în mașinile cu frecare, dar electrizarea discului este obținută de către un pieptene legat la pământ, în fața căruia, de cealaltă parte a discului, se găsește un inductor sub tensiune. La epoca respectivă, explicarea funcționării acestui dispozitiv era destul de dificilă. Actualmente mecanismul funcționării este mai clar: inductorul creează între el și pieptene un câmp electric, ale cărui linii de forță traversează discul și se termină pe vârfurile pieptenelui. Acolo, datorită vârfurilor, câmpul devine destul de intens pentru a ioniza aerul, adică pentru a rupe moleculele sale în ioni. Ionii de un semn sunt atrași de pieptene și sunt captați de el; ionii de celălalt semn sunt atrași de inductor, se precipită pe disc și se fixează pe el, electrizându-l.

Datorită rotației, discul primește în permanență, grație pieptenelui, un strat uniform de electricitate. Această electricitate este captată de către colectori, cu ajutorul altor piepteni, asemănători cu aceia ai mașinilor cu frecare. Acest tip de mașină cu influență se caracterizează principial prin faptul că electricitatea este transportată de către un organ mobil izolant (discul), care, pentru a fi încărcat și descărcat necesită întrebuințarea pieptenilor capabili să ionizeze aerul.

In cazul celui de al doilea tip de mașină cu influență, dimpotrivă, discul de sticlă purta sectori conductori din tablă, izolați unii de alții. Acești sectori, pentru a fi încărcați și descărcați nu mai au nevoie de piepteni, ci este de ajuns a-i atinge într'un punct oarecare cu un contact alunecător, ca de exemplu cu un resort ușor.

Aceste două tipuri de mașini cu influență din secolul al XIX-lea constituiau prototipurile celor două mari clase de mașini cu influență: clasa mașinilor cu transportori izolanți (corespunzătoare tipului I) și clasa mașinelor cu transportori conductori (corespunzătoare tipului II).

Cu toate cele câteva avantaje, ca de exemplu posibilitatea de a se amorsa singură și nesensibilitate la umiditate, mașina cu influență de tipul II a fost repede uitată, pe când cea de tipul I începea să fie folosită din ce în ce mai mult la începutul secolului al XX-lea. Aceasta pentrucă mașina de tipul II era mult inferioară celei de tipul I în ceea ce privește puterea. La dimensiuni egale, intensitatea și mai cu seamă tensiunea erau mai mici la o mașină de tipul II decât la o mașină de tipul I.

Un singur avantaj apreciabil rămânea indiscutabil la mașina cu transportori conductori: posibilitatea de a se amorsa singură. Apar astfel fără întârziere mașinile mixte, la care transportul este asigurat de către un disc izolant prevăzut cu piepteni, dar pe care s'au lipit câteva sectoare metalice asociate cu perii pentru a produce amorsajul.

Este astfel inventată o mașină al cărei disc de sticlă poartă șase butoni metalici, precum și binecunoscuta mașină a lui Wimshurst.

La începutul secolului al XX-lea au avut loc alte câteva încercări de a se realiza mașini cu transportori conductori, în care sectoarele metalice sunt în întregime învelite cu ebonită, în prezumția că acest supliment de izolare ar ameliora performanțele. Construcția lor complicată și concurența generatorilor electromagnetici au făcut ca aceste aparate să fie uitate repede.

Cu toate că mașinile electrostatice nu au mai avut nicio aplicație practică cu începere din anul 1920 și cu toate că electrotehnicienii neglijau complet electrostatica, astfel încât nicio industrie nu mai fabrica mașini cu influență, interesul fizicienilor pentru acest gen de aparate nu a dispărut totuși niciodată complet. Mulți dintre ei păstrau ideea că prin perfecționări esențiale, încă necunoscute, mașina electrostatică și-ar putea relua locul său printre generatorii electrici.

Când s'a pus problema producerii de tensiuni înalte continue de ordinul a 1 milion de volți, în legătură cu progresele fizicii nucleare, mai mulți fizicieni se gândiră să utilizeze în acest scop surse electrostatice, în timp ce industria, în cazuri analoage, întrebuința numai cascade de transformatori sau de redresori.

Apar astfel în 1930 generatorii cu curea, perfecționați de către Joliot-Curie în 1937 și expuși la Paris în cadrul expoziției internaționale din 1937; această mașină permitea să se atingă 5 milioane de volți.

La începutul utilizării lor, acești generatori erau tot atât de puțin practici ca și vechile mașini cu influență. Dimensiunile lor gigantice, precum și sensibilitatea lor la defectele de izolament îi făceau incomozi. Numai mai târziu, reluându-se vechiul procedeu al închiderii mașinii într'un recipient, în scopul măririi presiunii, s'a ajuns ca dimensiunile acestor aparate să fie acceptabile. Toți acești generatori actuali funcționează în atmosferă comprimată, sub o presiune de 5—10 atmosfere.

Cu toate aceste progrese importante, mașina electrostatică nu redevenise încă un aparat industrial. Chiar pentru a produce tensiuni foarte înalte, se continua a se prefera adeseori procedeul clasic al cascadelor de redresori.

Cât privește producerea de tensiuni foarte mari, atingând sute de milioane de volți (sau mai bine zis echivalentul lor), care sunt necesare pentru cercetările nucleare actuale ea este asigurată de ciclotronii și dispozitivele analoage ca betatronul. Aparatele necesitând milioane de volți sunt puțin numeroase și vor rămâne fără îndoială rare, deoarece construcția lor este foarte dificilă. Dimpotrivă, aplicațiile necesitând câteva zeci de kilovolți sau câteva sute de kilovolți sunt nenumărate: razele Röntgen, eliminarea prafului, vopsitorie electrostatică, prăfuire electrostatică și diferite dispozitive electronice, moderne, ca de exempiu telescoape electronice, microscoape electronice, aparate radar etc. Dar pentru ca mașina cu influență să poată fi întrebuințată la alimentarea acestor aparate, care cer tensiuni foarte ușor de obținut prin procedee electrostatice, trebue ca aceasta să devină un instrument foarte practic, fiind vorba de a se înlocui dispozitive a căror funcționare este pe de-a'ntregul satisfăcătoare. Ce anume le lipsește mașinilor electrostatice pentru ca ele să devină practice? Mai întâi, puterea specifică *). Ele sunt prea greoaie și incomode pentru o putere dată, mai ales dacă se ține seama de faptul că în multe aplicații este necesară o putere de mai mulți kilowați. Mașinii cu influență îi lipsește mai cu seamă comoditatea. O funcționare care depinde de umiditate, o polaritate nesigură, un amorsaj problematic toate aceste mici defecte, pe care un fizician le-ar putea încă ierta, sunt de netolerat pentru un aparat industrial.

Aceasta era situația când s'a început un studiu al mașinilor electrostatice într'un spirit nou, ținând seama de progresele teoretice și practice făcute până atunci. S'a căutat să se reia problema în fondul său, în loc de a se perfecționa anumite dispozitive, sau a se crea aparate care, după modelul mașinilor cu curea, nu sunt utilizabile decât pentru scopuri foarte speciale.

Problema puterii specifice era prima care cerea o rezolvare. Pentru ca o mașină electrostatică să fie puternică din punct de vedere energetic, trebue ca organul care servește la transportul sarcinilor (transportorul) să fie supus la forțe mari. Dar, după cum se știe, acest rezultat nu se poate obține în aer la presiunea atmosferică, unde câmpul limită, pentru care se produce o descărcare disruptivă, este prea scăzut.

De 60 de ani, după cum am văzut, se cunoaște mijlocul de a mări puterea mașinilor electrostatice, înlocuind aerul obișnuit prin aer comprimat, sau printr'un alt gaz comprimat. Nu s'a căutat însă niciodată să se cunoască exact ce rezultate se puteau aștepta dela această înlocuire.

Realizări de mașini electrostatice cu gaze comprimate au fost făcute recent de către Ioffe, Van de Graaf și alții, care au reușit prin introducerea de gaze comprimate să multiplice puterea mașinii de 2 sau de 3 ori.

---

*) Adică puterea pe unitatea de masă *(Nota Red.)*.

Incercarea de realizare a acestui tip de mașină a fost reluată, arătându-se în mod teoretic că, posibilitățile de întrebuințare a unui mediu cu rigitatea dielectrică mai mare decât a aerului obișnuit depășește cu mult asemenea rezultate.

Să numim ε permitivitatea și E_m rigiditatea dielectrică a aerului ordinar, adică valoarea câmpului electric pentru care acest aer începe a se ioniza.

Este important de remarcat că această noțiune de rigiditate nu este absolută; se știe că valoarea câmpului care produce ionizarea variază odată cu distribuția generală a liniilor de câmp.

O valoare absolută medie a acestei rigidități, presupusă definită, permite a se avea o valoare aproximativă a măririi puterii care rezultă din schimbarea de fluid intern. Să presupunem deci că înlocuim aerul printr'un fluid de permitivitate ε' și de rigiditate E'_m. Densitatea de electricitate maximă purtată de transportori este proporțională cu inducția maximă ce poate exista în mediul fluid care învălue mașina, adică cu $\varepsilon' E'_m$. Curentul transportat de transportori cu viteză constantă este de asemenea proporțional cu acest produs. Diferența de potențial între polii mașinii este la rândul său proporțională cu câmpul maxim, deci cu E'_m.

Puterea mașinii este deci proporțională cu

$$\varepsilon' E'_m . E'_m = \varepsilon' E'^2_m ,$$

adică cu densitatea de energie maximă care poate exista în mediul fluid.

Dacă ne mărginim să înlocuim aerul ordinar prin aer comprimat, ε' rămâne practic egal cu 1, dar E'_m se mărește considerabil. Puterea se amplifică cu pătratul lui E'_m. Puterea mașinii se mărește deci foarte repede cu ε'. Iată câteva cifre:

Presiunea în atmosfere	E'_m în kV/mm	$\left(\frac{E'_m}{E_m}\right)^2$	Presiunea în atmosfere	E'_m în kV/mm	$\left(\frac{E'_m}{E_m}\right)^2$
0	3,5	1	15	42	144
1	6,8	3,8	20	53	230
2,5	10	8,2	25	64	335
5	17	23,5	30	73	435
10	30	74	40	93	705

Aceasta arată că la o presiune a aerului de 30 sau de 40 de atmosfere, destul de ușor de obținut, puterea mașinilor care se găsesc în toate laboratoarele de fizică ar trebui deci să se ridice dela câțiva wați la mai mulți kilowați.

Se știe, cu toate acestea, că în practică lucrurile nu se petrec astfel. Când se aplică aer comprimat mașinilor obișnuite, puterea lor crește într'adevăr, la început; ea este multiplicată de 3, de 5, poate chiar de 10 ori, atunci când presiunea crește. Pentru presiuni mai mari puterea nu mai variază, puterea se « saturează », astfel încât 40 de atmosfere nu dau niciodată mai mult decât 10 kilowați. Rezultatul practic este deci destul de slab. Se poate spune oare că teoria precedentă nu s'ar putea aplica niciodată? Desigur că nu, dar această teorie este bazată pe existența unei rigidități constante în toate regiunile mașini

ceea ce nu este deloc cazul la mașinile uzuale. Aerul la presiunea normală este un dielectric foarte bun; el suportă câmpuri electrice cu mult mai mari decât 30 sau 40 kV/cm, dacă aceste câmpuri nu există decât în spații restrânse, de exemplu în vecinătatea unei muchii. La mașinile curente, din cauza construcției lor neraționale, există regiuni unde câmpul atinge 100 sau chiar 200 kV/cm în aerul ordinar.

Când se mărește presiunea, rigiditatea se mărește mult pentru câmpuri electrice uniforme, dar ea crește mult mai puțin pentru regiunile cu curbură mare.

Rezultă de aici că mărirea utilă a rigidității, precum și a puterii mașinii, rămân slabe dacă nu se iau precauțiuni speciale.

Acestea fiind spuse, rămânea să se găsească cu ce gen de mașină s'ar putea realiza efectiv câștigul de putere prevăzut în teorie.

Inainte de a examina mijloacele de a obține efectiv această sporire, vom trece în revistă diferitele dispozitive întrebuințate în mașinile electrostatice și vom examina legile funcționării lor.

1. CAZUL TRANSPORTORULUI IZOLANT

Forma ideală a transportorului izolant este aceea a unei suprafețe plane sau ușor curbată, suprafață acoperită uniform cu o densitate de electricitate σ neglatorită polarizației. Această suprafață se deplasează într'un câmp electric de intensitate constantă E_0, care rămâne tangent suprafeței în cursul mișcării. Fiecare centimetru pătrat de suprafață este deci supus forței $E_0\ \sigma$ și această forță furnizează puterea $E_0 \cdot \sigma \cdot v$, v fiind viteza tangențială a suprafeței. Calculul complet al unei mașini cu tranportori rezultă imediat din aceste considerații elementare.

2. CAZUL TRANSPORTORULUI CONDUCTOR

Lucrurile se prezintă puțin diferit în ceea ce privește transportorii conductori. Forțele care se exercită asupra acestora sunt întotdeauna normale la suprafața lor; nu poate deci să existe forțe tangențiale ca în cazul precedent. Pe fiecare centimetru pătrat acționează o forță cu $\frac{\varepsilon \cdot E^2}{8\pi}$, E fiind intensitatea câmpului și ε permitivitatea dielectricului. Această forță mult mai puțin oblică în raport cu mișcarea, furnizează un travaliu a cărui expresie este în general complicată.

Să discutăm acum foloasele care se pot trage din cele două dispozitive examinate, transportori izolați și conductori, atunci când aerul ordinar este înlocuit printr'un mediu de rigiditate mai mare.

In cazul transportorilor conductori, forțele fiind proporționale cu $\frac{\varepsilon E^2}{8\pi}$, este evident că printr'o construcție potrivită aceste forțe trebue să crească proporțional cu $\frac{\varepsilon E_m^2}{8\pi}$, E_m fiind rigiditatea mediului dielectric fluid care înlocuește aerul ordinar. Prin urmare, puterea mașinii trebue să crească proporțional cu densitatea de energie maximă a mediului fluid, conform rezultatului teoretic stabilit mai sus. Nu același lucru se întâmplă cu transportorii izolanți. Densitatea de electricitate σ, purtată de un transportor, crește, într'adevăr odată cu inducția electrică maximă εE_m a mediului fluid, valorile realmente obținute pentru σ fiind de ordinul de jumătate și de două treimi din valoarea teoretică $\frac{\varepsilon E_m}{4\pi}$.

Există deci aici o pierdere care nu se întâlnește la transportorii conductori bine concepuți. Dar cele mai mari dificultăți provin dela valoarea ce se poate da câmpului longitudinal E_0. Nu numai că acest câmp nu poate să se apropie în niciun caz de rigiditatea E_m a mediului, ceea ce constitue deja un inconvenient serios, dar și valoarea maximă tolerabilă

pentru E_0 nu este îmbunătățită în mod practic printr'o mărire a rigidității mediului fluid, după cum arată experiențele făcute cu ocazia construirii mașinilor de tip Van de Graaf.

Acest rezultat se explică dacă ne gândim la cauzele care limitează în mod natural pe E_0, cauze care nu sunt în niciun caz ionizarea fluidului.

Transportorul electrizat, supus câmpului E_0, vede sarcinile sale supuse unei forțe tangențiale, care tinde să le facă să alunece pe el. Aceasta reprezintă o deosebire eventuală față de transportorii conductori, unde sarcinile nu suportă decât forțe normale și nu pot să evadeze decât sub influența ionizării fluidului sau a smulgerii de electroni din solid.

Alunecarea sarcinilor electrice pe transportorul izolant nu este împiedecată decât printr'un fel de frecare a sarcinilor pe el, frecare datorită atracției sarcinilor de către imaginea lor în transportorul izolant, a cărui putere dielectrică este întotdeauna superioară unității. Această frecare nu poate fi influențată de rigiditatea fluidului înconjurător

Experiența arată că în mașinile cele mai bune cu transportor izolant, valoarea admisibilă a lui E_0 este limitată la aproximativ 10 kV/cm, atât în aer la 10 atmosfere cât și în aer ordinar. Din considerațiile precedente, rezultă că puterea unei mașini cu transportori izolanți nu poate crește proporțional cu densitatea de energie maximă a mediului $\frac{\varepsilon E_m^2}{8\pi}$, ci numai proporțional cu inducția maximă εE_m și chiar și mai lent, din cauza efectelor parazite, alunecării de sarcini etc.

Este deci evident că peste o anumită valoare a densității energiei maxime $\frac{\varepsilon E_0^2}{8\pi}$, care depinde de modul de construcție, mașina cu transportori izolanți se va găsi în inferioritate față de mașina cu transportori conductori bine concepuți.

O serie de factori de natură mai practică apare în mediile având o rigiditate ridicată, la mașinile cu transportori izolanți. Curentul poate fi captat de pe transportorii conductori prin perii conductoare, cărora li se poate da forma cea mai puțin supărătoare pentru repartiția câmpului în mașină. Dimpotrivă, transportorii izolanți necesită pieptenii bine cunoscuți. Acești piepteni perturbează distribuția câmpului E_0 într'o zonă întinsă; dacă ambii piepteni (de încărcare și de descărcare) ai unei mașini sunt câtuși de puțin apropiați, se amorsează ușor descărcarea care scurt-circuitează polii mașinii.

Acest inconvenient este fără importanță pentru mașinile cu tensiunea înaltă de tip Van de Graaf, dar este fatal pentru orice încercare de construcție a unei mașini cu transportori izolanți de formă mai concentrată. In sfârșit, dacă dorim să concepem o mașină cu transportori izolanți, având discuri multiple, trebue ca pentru fiecare pol și pentru fiecare disc să existe doi piepteni, de unde o enormă risipă de loc. Dimpotrivă, transportorii conductori se pretează la interconexări comode.

Toate considerații le teoretice și practice precedente arată că, atâta timp cât nu se va găsi un mijloc de a imobiliza ionii pe transportorii izolanți, mașina cu transportori conductori va fi singura susceptibilă de a profita de mărirea considerabilă de putere ce procură marile densități de energie. Trebue deci să se rupă cu tradiția care face să se considere mașina cu transportori izolanți ca fiind prototipul însuși al mașinii electrostatice.

Să vedem acum cum va trebui să fie realizată o mașină cu transportori conductori pentru a da rezultate satisfăcătoare în practică.

Pentru a cerceta ameliorările ce trebue aduse mașinilor cu transportori conductori, pentru ca acestea să poată da loc la câștigul de putere teoretică așa cum a fost calculat mai sus, a fost necesar să se considere funcționarea lor într'un mod diferit de acela al mașinilor obișnuite mai înainte. Se obișnuia, într'adevăr, să se explice această funcționare prin încărcarea și descărcarea condensatorilor variabili formați de către producători și transportori. Pentru a explica funcționarea dispozitivelor de tip Van de Graaf, prin considerarea densității superficiale σ și a câmpului longitudinal E_0, I o f f e a aplicat transportorilor conductori teoria proprie transportorilor izolanți.

Pe suprafețele foilor de tablă ale mașinilor Wimshurst nu se exercită decât forțe inutile normale mișcării și care nu furnizează niciun travaliu. Singura parte utilă a foilor de tablă tradiționale este marginea lor, această parte neînsemnată care nu este reprezentată în cele mai multe figuri, și a cărei grosime este privită în general ca fiind neglijabilă.

Și totuși, asupra acestei margini se exercită forțele care în toate mașinile cu transportori conductori permit transformarea energiei.

Dar dacă această margine este în același timp atât de importantă și de neglijată, putem să ne întrebăm, cum se face că niciun fizician care a experimentat mașinile electrostatice nu a constatat în mod empiric că se obținea o putere de cinci ori mai mare cu foile de 5/10 mm grosime, decât cu cele de 1/10 mm? Acest fapt este consecința proprietăților aerului ord nar care poate suporta local câmpuri foarte intense, mult mai intense decât limita obișnuită de 30 kV/cm.

Cum forțele electrostatice cresc cu pătratul câmpului, este suficient de a avea un câmp de 120 kV/cm pe o margine, dacă această marg ne este de 16 ori mai subțire decât ar trebui să fie. Această posibil tate este realizată desigur prin mașinile în care marginile transportorilor sunt învel te într'un lac sau într'un izolant l ch d oarecare, cum se face în mod curent pentru a « ev ta pierderi ». Presiunea electrostatică pe marginea transportorilor poate atunci să atingă $\frac{\varepsilon E^2}{8\pi}$, E_m fi nd rigid tatea izolantului solid, adică valori considerab le, care permit, în consecință, margini extrem de subțiri.

Mașinile tradiționale cu transportori conductori, chiar dacă au fost mai mult sau mai puțin rău concepute în principiu, nu sunt deci rău constru te. Ele dau, practic, maximul în aer ordinar. Dacă aerul ord nar este înlocuit printr'un alt mediu mai rigid, atunci consecințele concepției, mai mult sau mai puțin rele, se fac simțite. Câmpul se poate mări acolo unde el este uniform, dar acolo unde este neomogen și de mare intensitate, modificarea mediului nu aduce decât puține avantaje ; forțele utile nu pot crește pe muchiile prea subțiri, puterea nu se mărește. Rezultatele sunt și mai puțin bune dacă se înlocuește aerul printr'un izolant solid împrejurul muchiilor.

Pentru a asigura unei mașini cu transportori conductori o funcționare convenabilă, într'un mediu de mare rigiditate, trebue să se dea o desvoltare suficientă muchiilor transportor lor, dând transportorilor un « cuplu » sufic ent. Expresia « cuplul transportorilor » este suficient de clară prin ea însăși. Dacă voim să o precizăm mai mult, din cauza mișcării, în general curbilinie a transportor lor, vom putea spune că « cuplul transportorului » este suprafața proiecției unui transportor pe un plan perpendicular mișcării sale, proiectantele fiind curbele (în general cercuri) parcurse de diferite puncte ale transportorului în mișcarea sa.

Este evident că nu este suficient de a da acestui cuplu al transportorilor o suprafață convenabilă, ci trebue ca această suprafață să fie bine folosită în spațiu și în timp. Trebue ca, pentru cât mai mult timp, în « părțile active » ale transportor lor, adică în părțile unde se găsesc forțe electrice care lucrează, presiunea electrostatică să fie, pe cât posibil, constantă și cât mai vecină de maximul $\frac{\varepsilon E_m^2}{8\pi}$. Acest rezultat va depinde de forma părților active, precum și de dispoziția și de potențialele producătorilor. Relativ la aceasta se poate defini indicele de formă al unui transportor, ca fiind numărul care caracterizează la un moment dat folosirea cuplului unui transportor. Dacă F este forța maximă care se exercită asupra unui transportor, S suprafața cuplului transportorului, ε permitivitatea mediului fluid, E_m rigiditatea sa, indicele de formă va avea ca expresie

$$K = \frac{8\pi F}{\varepsilon E_m^2 S}.$$

Să vedem acum care va putea fi randamentul unei mașini cu transportori conductori concepută rațional.

Se admite, în general, că mașinile electrostatice au un randament prost, ceea ce este în general adevărat, dar nimeni nu a căutat vreodată să vadă care sunt limitele naturale ale randamentului pentru puterea specifică, ținând seama de posibilitățile tehnicii.

Se știe că în orice mașină electrică se disting două categorii de pierderi: pierderile mecanice și pierderile electrice. Pierderile mecanice sunt datorite frecărilor solidelor (lagăre, perii etc.) și frecărilor corpurilor gazoase (ventilație). Pierderile electrice sunt mai variate: efectul Joule, curentul de fugă, histerezisul magnetic, curenții Foucault etc.

Care sunt pierderile de temut într'o mașină electrostatică? Desigur că nu efectul Joule. Oare curentul de fugă? Desigur, într'o mașină prost concepută, care în mod special, într'un mediu de mare rigiditate, pierde ca o sită de stropitoare, fiind împodobită cu efluvii din toate părțile. Acest rău are însă un remediu foarte eficace: eliminarea tuturor zonelor neglijate, atâta timp cât intensitatea câmpului nu depășește rigiditatea în câmp uniform. Această eliminare este mai mult sau mai puțin dificilă, dar ea se poate întotdeauna realiza.

Când o mașină este suficient studiată în acest sens, pierderile laterale nu mai sunt datorite decât ionizării naturale, adică sunt absolut neglijabile. Conducția prin izolanții solizi este totalmente neglijabilă, deoarece astăzi se realizează în mod curent izolanți, ca de exemplu plexiglasul, care au o rezistivitate apropiată de aceea a chihlimbarului. Histerezisul dielectric poate fi de asemenea practic neglijabil. Densități de energie utile se vor putea găsi deci numai într'un fluid cu un unghi de pierderi practic nul, adică ale cărui pierderi prin histerezis dielectric sunt neglijabile.

Rămâne, în sfârșit, cauza principală de pierderi, inversibilitatea electrică a funcționării, care constă în legarea electrică a conductorilor ale căror potențiale nu sunt egale, în momentul contactului.

Noțiunea de funcționare reversibilă a unei mașini cu transportori conductori a fost perfect expusă de către M a x w e l l, fără ca acesta să indice însă mijloacele de a se ajunge în mod practic la realizarea unei mașini care să dea satisfacție.

Dacă se lasă la o parte acest exemplu, nu vom găsi în vechile realizări decât mașini unde se pun în legătură conductori la potențialele cele mai diferite. Aceasta nu avea în practică nimic dezastros, pentrucă într'o mașină în care sunt consumați 20 de wați prin frecări, nu constitue un inconvenient cheltuirea a 0,5 wați în scântei, acestea având de altfel și un aspect agreabil.

Problema ia cu totul alt aspect, atunci când mașina se învârtește într'un mediu de mare rigiditate. Puterea risipită fără folos este de sute de ori mai mare, iar scânteile ce o risipesc devin scurte și arzătoare. Prin aceasta conductorii suferă, iar izolanții se deteriorează repede: ei se consumă și se carbonizează, iar cei mai rezistenți sboară în bucăți ca arborii loviți de trăsnet.

Iată dece însăși conservarea mașinilor impune o reversibilitate riguroasă a funcționării electrice, disipația ireversibilă prin scântei netrebuind să depășească o sutime și chiar o miime din putere. Din nefericire, există însă numeroase tipuri de mașini care din acest punct de vedere sunt practic neperfecționabile. Este cazul numeroaselor mașini simetrice care au fost favorizate timp îndelungat. Dimpotrivă, mașinile disimetrice, ca mașina cu influență de tipul II, se pretează la o funcționare reversibilă datorită corectărilor convenabile ale construcției lor.

Când reversibilitatea electrică este destul de bine asigurată, pentru ca mașina să funcționeze fără avarii într'un mediu de mare rigiditate, se constată că pierderile prin ireversibilitate devin și ele neglijabile.

Cum nu există alte pierderi electrice, rezultă că într'o mașină cu transportori conductori, bine concepută, pierderile electrice trebue să fie neglijabile și randamentul electric foarte apropiat de 1.

Care sunt pierderile mecanice la asemenea mașini? In aerul obișnuit, ele sunt fără îndoială preponderente. Pierderile inevitabile prin ventilație consumă deseori ele singure de câteva ori puterea utilă, în mașinile al căror disc se învârtește repede. Lucrurile se schimbă însă într'un mediu mai rigid. Intr'un astfel de mediu, pierderile gazoase cresc, proporțional cu masa specifică, viscozitatea nejucând aproape niciun rol din cauza turbulenței mișcării, pe când puterea utilă crește cu pătratul rigidității. Pierderile gazoase pot fi deci mult mai reduse decât în aerul ordinar.

Aceasta ne arată în ce sens trebue să orientăm alegerea dielectricului pentru mașinile electrostatice, și anume nu numai către fluidele de mare rigiditate, ci către fluidele care, la rigiditate egală, au masa specifică cea mai mică.

Contrar celor spuse în această privință, nu freonul și hexafluorura de sulf sunt dielectricii interesanți pentru mașinile electrostatice cu mare putere și bun randament, ci gaze mult mai simple. Este indicat aerul, ale cărui proprietăți sunt atât de remarcabile în acest domeniu, și mai mult încă, hidrogenul care, la o presiune suficientă (40 de atmosfere),este dielectricul gazos cel mai interesant, deoarece calităților lui de a fi foarte ușor, i se adaugă și aceea a absenței acțiunii oxidante și a conductibilității termice care stinge scânteile. Să nu mai vorbim de vid, care ar permite realizarea mașinii perfecte cu randamentul de aproape 100%, deoarece utilizarea lui este pentru moment utopică.

Pentru a studia dispozițiile transportorilor conductori, susceptibili de a furniza puteri interesante, vom lua ca punct de plecare cea mai simplă dintre toate mașinile cu transportori conductori. Această mașină a fost perfecționată în etape succesive, mărindu-se suprafața totală a cuplului transportorilor părților active, pentru a se ajunge la mașina electrostatică perfectă, mașina electrostatică cu bare a cărei putere specifică extraordinară reprezintă un maximum care pare greu de depășit.

Nu trebue să credem, de altfel, că dispozitivele simple au pierdut orice interes. In multe cazuri, o putere specifică medie este suficientă și mașina cu transportori conductori modernizată este utilă pentru multe aplicații mici. Mașina cu transportori conductori inițială se compune dintr'un disc de sticlă care poartă două sectoare semicirculare de tablă și care se rotește împrejurul axei sale. Aceste sectoare care constitue transportorii ajung în fața producătorului, lama de tablă fixă cu care ei formează condensatori variabili. Producătorul fiind electrizat din exterior, funcționarea mașinii este foarte simplă: când un transportor formează cu producătorul o capacitate crescătoare, el este pus în legătură cu solul de către peria de masă și se încarcă cu electricitate prin influență. Când capacitatea producător-transportor este maximă, și de asemenea și sarcina transportorului, legătura cu solul se rupe și potențialul transportorului începe să crească cu sarcina constantă. La un anumit moment convenabil, transportorul este pus în legătură cu circuitul exterior prin peria de debit și îi cedează sarcina sa, care este din ce în ce mai puțin reținută prin influența descrescătoare a producătorului. Când capacitatea între transportor și producător este minimă, debitul este terminat, legătura cu pământul este restabilită și încărcarea reîncepe.

Acest aparat este foarte defectuos, armăturile fiind realizate din foi de tablă. Trebue început prin a se îngroșa transportorii și producătorii, dând apoi muchiilor lor un profil adecuat.

Problema îngroșării este foarte simplă. Prin simetrie vom presupune producătorul format din două plăci influențând transportorii pe ambele fețe. Să ne fixăm atenția asupra unuia dintre aceștia. Când, păstrând același potențial, el sufere o rotație elementară $d\theta$, travaliul forțelor electrice este

$$\frac{1}{2} V^2 \, dC,$$

V fiind diferența de potențial producător-transportor, iar dC variația capacității. Pe de altă parte, într'o mașină perfectă, V nu poate depăși valoarea $E_m \cdot C$, E_m fiind rigiditatea dielectrică a mediului fluid și C distanța producător-transportor. Travaliul forțelor electrostatice are deci ca limită superioară

$$\frac{1}{2} E_m^2 \cdot C^2 \cdot dC;$$

acest travaliu trebue să poată fi furnizat de către forțele care acționează pe muchiile unui transportor. Suprafața cuplului transportorilor unei muchii este $2\,e'\,r$, $2\,e'$ fiind grosimea transportorului și r raza sa. Presiunea electrostatică neputând depăși $\frac{\varepsilon E_m^2}{8\pi}$, travaliul său este cel mult

$$\frac{\varepsilon E_m^2}{8\pi} \cdot 2e'\, r\, \frac{r}{2} d\theta,$$

în cazul cel mai favorabil când această presiune este constantă pe muchie.

Acest travaliu trebue să egaleze travaliul calculat mai sus, $\frac{1}{2} E_m^2 \cdot e^2 \cdot dC$. Trebue deci satisfăcută inegalitatea

$$\frac{\varepsilon E_m^2}{8\pi} 2e'\, r\, \frac{r}{2} d\theta \geqslant \frac{1}{2} E_m^2 e^2\, dC$$

cu

$$dC = \frac{\varepsilon\, dS}{4\pi e} = \frac{\varepsilon\, r^2\, d\theta}{4\pi e}$$

sau

$$\frac{\varepsilon E_m^2}{8r} e' \cdot r^2 \cdot d\theta \geqslant \frac{1}{2} E_m^2 e^2 \frac{\varepsilon\, r^2\, d\theta}{4\pi e}$$

și rămâne

$$e' \geqslant e.$$

Frin urmare, trebue să avem, pentru un transportor, o grosime $2e'$, care să fie cel puțin de două ori mai mare decât distanța dintre electrozi.

Aceasta arată cât sunt de rău dimensionați transportorii vechi. Este de mirare cum consecințele unei astfel de greșeli nu sunt mai supărătoare.

Dimensionarea în grosime, obținută pentru transportori, este indispensabilă, calculul nedând însă pentru e' decât o limită inferioară. Se poate oare realiza o mașină care să funcționeze la această limită sau trebue să se lucreze cu mult deasupra acestei limite? Răspunsul la această problemă nu poate fi dat imediat, deoarece el depinde de posibilitatea de a se realiza pe muchiile transportorilor un câmp de intensitate constantă egală cu intensitatea în spațiul dintre electrozi, acolo unde câmpul este practic uniform. Dacă acest lucru este realizabil cu un anumit profil de muchie, vom putea lua $e' = e$, altfel va trebui ca $e' > e$.

Această problemă de profil cu câmp electric constant este de domeniul matematicilor (calculul profilului electrozilor dând un câmp constant) sau, în cazul general, de domeniul fizicii (metoda la cuvă permițând tratarea echipotențialelor și dând deci posibilitatea de a avea repartiția liniilor de forță ale câmpului electric). Profilul ideal (câmp constant cu $e' = e$) este reprezentat de către ecuațiile parametrice foarte simple

$$\begin{cases} \dfrac{x}{e} = \dfrac{2}{\pi} \log \sin \varphi \\ \dfrac{y}{e} = 1 - \dfrac{2\varphi}{\pi}, \end{cases}$$

unde originea este luată în vârful curbei.

Mașina cu transportorii conductori pe care am studiat-o nu comportă decât un singur disc cu doi transportori. Este evident că putem pune câte discuri voim pe aceeași axă.

Vor exista atunci la fiecare producător $N + 1$ lame, N fiind numărul discurilor. Simetria lamelor fixe și a sectoarelor mobile este completă dacă facem abstracție de lamele fixe extreme. Prin egalitatea acțiunii și reacțiunii, lamele fixe suportă forțe egale cu cele aplicate transportorilor și vor trebui să aibă aceeași grosime și același profil ca și acestea. Puterea specifică a unei astfel de mașini cu discuri multiple poate deveni importantă.

Fie — V potențialul de excitație (potențialul producătorului) și + kV potențialul de debit; k este un număr foarte important în teoria mașinilor cu transportori conductori; îl vom numi factor de multiplicație. Suma $kV + V$ nu poate depăși o valoare maximă $E_m e$ (producere de scânteie între producători și transportori). Când puterea este maximă, avem deci $kV + V = E_m e = 2U$.

Sarcina cu care se încarcă transportorul este CV, C fiind capacitatea maximă între transportor și producător, iar energia produsă este $(CV) \times (kV) = kCV^2$, în cazul cel mai favorabil, când diferența de potențial la bornele circuitului exterior este constantă și egală cu kV. Cum $V = \frac{2U}{k+1}$, energia este maximă dacă $\frac{4k}{(k+1)^2}$ este maxim, adică dacă $k = 1$. Luând această valoare pentru k, se poate calcula cu ușurință puterea specifică. Energia produsă pe jumătate de tură este CU^2, și pentru N ture pe secundă, puterea fiind $2NCU^2$.

Dacă e este distanța dintre electrozi, r raza și l lungimea, avem $\frac{l}{6e}$ discuri, fiecare de suprafață $2\pi r^2$; suprafața fiecărui sector este πr^2 și fiecare sector are două fețe. Avem deci

$$C = \frac{\varepsilon S}{4\pi e} = \frac{\varepsilon \pi r^2}{4\pi e} \cdot \frac{l}{6e} = \frac{\varepsilon r^2 l}{24e^2}$$

și

$$P = 2NCU^2 = 2N \frac{\varepsilon r^2 l}{24e^2} E_m^2 e^2 = N \frac{\varepsilon r^2 l}{12} E_m 2,$$

volumul fiind $\pi r l$. Puterea specifică este

$$\frac{P}{\pi r^2 l} = N \frac{\varepsilon r^2 l}{12} E_m^2 \frac{1}{\pi r^2 l} = \frac{1}{12\pi} N \varepsilon E_m^2 = \frac{2}{3} N \left(\frac{\varepsilon E_m^2}{8\pi} \right).$$

Dacă $\frac{\varepsilon E_m^2}{8\pi} = 10^6$ ergi/cm³, $N = 25$ ture/sec.

Puterea specifică este

$$\frac{2}{3} \cdot 25.10^3 \frac{\text{ergi/sec}}{\text{cm}^2} = 170 \frac{W}{\text{dm}^2} = 170 \frac{\text{kW}}{\text{m}^3}.$$

Vedem deci că puterea specifică a mașinii cu tranportori conductori poate fi deja considerabilă prin corectarea defectului ei principal — insuficiența grosimii transportorilor — pentru a-i permite să profite de mediile cu mare densitate de energie.

Pentru a mări puterea specifică a mașinii cu transportori conductori, se poate utiliza un procedeu vechi: multiplicarea polilor. In cazul de față, el va consta în înlocuirea transportorilor și producătorilor, având deschiderea unghiulară de 180°, prin alții având deschiderea de $\frac{180°}{n}$. Mașina va avea atunci n perechi de poli, în loc de o singură pereche, fiecare disc cuprinzând în acest caz $2n$ sectoare în loc de 2, iar producătorul fiind format din n grupe fixe de sectoare de unghi $\frac{180°}{n}$.

Pentru a simplifica construirea, aceste n grupe vor fi legate electric între ele și electrizate de către aceeași sursă, pe când sectoarele aceluiași disc vor fi interconectate din două în două. In acest mod, două perii rămân suficiente, dar în loc de a face între ele un unghi de 180°, ele vor face un unghi de $\frac{180°}{n}$ sau de un multiplu al acestui unghi. Posibilitatea de a multiplica polii și discurile, fără a avea nevoie de mai mult de două perii, constitue unul din avantajele importante ale mașinilor cu transportori conductori. Dimpotrivă, o mașină cu transportori izolanți cuprinde în mod necesar $2n$ piepteni pentru un singur disc și $2np$ piepteni dacă sunt p discuri.

Multiplicarea polilor are ca rezultat faptul că ciclul de funcționare se repetă după o rotație de $\frac{180°}{n}$, în loc de 180°. Capacitatea utilă rămânând în principiu aceeași, puterea la viteză egală este multiplicată prin n. Acest fapt se interpretează imediat dacă ne gândim că suprafața totală a cuplului transportorilor este multiplicată prin n, deoarece fiecare disc conține $2n$ sectoare în loc de 2.

Forțele utile sunt deci multiplicate prin n și de asemenea și puterea.

Acest rezultat rămâne teoretic pentrucă numeroase efecte nefavorabile sunt și ele multiplicate de asemenea prin mărirea numărului polilor. Capacitatea utilă nu rămâne constantă: ea scade cu spațiul pierdut între transportorii succesivi, spațiu care crește cu numărul polilor. Mai gravă însă este mărirea capacităților parazite între transportori, care contribue de asemenea la micșorarea puterii. Din aceste efecte rezultă că înmulțirea polilor are o limită, dincolo de care nu se mai câștigă nimic. Această limită este caracterizată prin factorul polar $\frac{ne}{r}$, unde e este spațiul între electrozi și r raza discurilor.

In cazul mașinii cu transportori conductori, acest factor trebue să rămână practic inferior lui 0,15, valoarea 0,10 fiind cea mai indicată. Astfel, un disc de 30 cm diametru, cu un interval între electrozi de 3 mm (grosimea discului 6 mm) cuprinde

$$n = \frac{0{,}1 \times 150}{3} = 5 \text{ perechi de poli sau } 10 \text{ sectoare de } 36°.$$

Puterea nu va fi multiplicată prin 5 în raport cu mașina bipolară, ci numai prin 3 sau 3,5.

In mașina cu transportori conductori, utilizarea în timp a suprafețelor cuplurilor transportorilor este cu totul insuficientă. Am văzut că energia electrică maximă furnizată de către un transportor în cursul unui ciclu de funcționare este CU^2 (producerea sarcinii CU sub tensiunea U). Dacă muchia transportorului ar fi însă supusă în permanență forțelor electrice maxime (presiunea uniformă $\frac{\varepsilon E_m^2}{8\pi}$ tot timpul), travaliul forțelor ar fi $4\,CU^2$.

Intr'adevăr, am avea

$$d = \frac{\varepsilon E_m^2}{8\pi} e\, r^2 \cdot d\theta,$$

iar pentru o tură completă

$$\frac{\varepsilon E_m^2}{8\pi} 2\pi\, e\, r^2 = \varepsilon E_m^2 \frac{e r^2}{4} = e^2 E_m^2 \frac{\varepsilon r^2}{4e} = 4\,CU^2.$$

Aceasta este valabil în cazul unei mașini bipolare cu un singur disc.

Se înțelege acum marea diferență între ambele rezultate precedente, dacă examinăm în de aproape forțele la care este supus un transportor în cursul uneia dintre rotațiile sale.

In timpul ridicării potențialului la sarcina constantă, forțele electrice absorb travaliul $\frac{1}{2} CU^2$, în timpul perioadei de debit sub tensiunea constantă U, ele absorb CU^2. Numai

în acest moment, cuplul transportorului este utilizat complet. In timpul încărcării transportorului sub tensiunea nulă, forțele electrice furnizează travaliul $\frac{1}{2} CU^2$. Vedem deci că transportorul intrând în producător, este atras de către acesta. Bilanțul total este CU^2, egal cu energia electrică produsă. El este mult inferior maximului 4 CU^2, deoarece trei sferturi din timp forțele nu furnizează decât travalii de sumă nulă.

Pentru a ameliora utilizarea cuplului transportorilor, aceștia se pot electriza succesiv cu ambele semne și nu numai cu un singur semn, astfel încât forțele în două poziții simetrice ale aceluiași transportor să fie aceleași, în cursul unei rotații. Pentru a ajunge la aceasta, trebue să dispunem, în cazul mașinii cu transportori conductori, de un al treilea sistem producător, care să umple spațiul lăsat liber de către cel dintâi. Acest al doilea producător va fi adus la potențialul $2U$ de către o a doua sursă auxiliară. In acest mod, diferența de potențial maximă va fi aceeași pentru ambii producători, care vor fi absolut identici și care vor avea același interval e, între electrozi, ca și transportorii. Se arată ușor că la tipul de mașină cu transport dublu, puterea este, teoretic, de două ori mai mare decât la mașina corespunzătoare cu transport simplu.

Progresul realizat prin transportul dublu este un fapt mai mare decât ceea ce rezultă din considerațiile simple care preced. Intr'adevăr, influența dăunătoare a capacităților parazite este aproape aceeași în transportul simplu ca și în transportul dublu. In cazul al doilea, ea este în valoare relativă de două ori mai slabă. De aceea, trecerea dela transportul simplu la transportul dublu multiplică puterea printr'un factor mai mare decât 2, factor care atinge 2,5 și chiar 3. Influența scăzută a capacităților parazite permite să se multiplice și mai mult pol i și să se ia un factor polar mai mare, care poate fi în mod curent 0,15. Rezultă de aici o nouă posibilitate practică de mărire a puterii specifice, care este de 4 ori mai mare decât aceea obținută în cazul celei cu transportul simplu, pentru aceeași viteză de rotație.

In mașinile de influență de tipul II, cu transport simplu sau dublu, tensiunea de debit este sensibil egală cu jumătatea diferenței de potențial maxim producător-transportor $2U$.

Ea este chiar inferioară în practică, deoarece maximul de putere are loc pentru o valoare a lui k net inferioară unității, din cauza capacităților parazite.

Rezultă de aici dificultăți în realizarea mașinilor pentru tensiuni înalte. Rigiditatea dielectrică a tuturor med.ilor descrește întotdeauna când distanța dintre electrozi crește și această regulă nu sufere nicio excepție. Cu toate că acest defect este mult mai marcat în gaze comprimate, decât în vid sau în izolanții solizi, el există totuși la toate mașinile.

Din cauza aceasta, este puțin avantajos să se întrebuințeze distanțe între electrozi corespunzând la diferențe de potențial de mai mult de 200 kV, ceea ce în mașinile cu transportori conductori limitează tensiunea de debit la maximum 80 sau 100 kV.

« Cascada » este un procedeu care, fără a modifica puterea în mod apreciabil, permite a se remedia acest inconvenient și a se realiza mașini cu tensiune înaltă fără a întrebuința diferențe de potențial prea mari între electrozi.

O mașină cu cascadă poate fi cu transport simplu sau dublu. Dacă luăm exemplul unei mașini cu transport dublu, mai simetrică și mai generală, aceasta cuprinde aceleași piese ca și o mașină obișnuită cu transport dublu, diferind numai prin interconexiunile dintre organele mob.le și cele f.xe. Dacă cascada este cu două etaje, cazul cel mai simplu, vor exista cel puțin patru grupe de producători, izolate unele de altele. Primul va fi la potențialul $-V$ al doilea la potențialul $-V + kV$, al treilea la $V + 2kV$, al patrulea la $V + kV$.

Un transportor situat în interiorul primului producător și legat la pământ, se va încărca cu o sarcină CV. El va lua această sarcină cu el în continuarea mișcării sale, atunci când va fi izolat. Când transportorul va fi situat în interiorul producătorului al doilea, potențialul său va fi kV.

Când va pătrunde în interiorul producătorului al treilea, potenţialul său va atinge repede valoarea $2\ kV$ şi în acest moment debitul va începe, graţie unei perii de debit convenabil plasate. Când transportorul va fi în întregime în interiorul producătorului al treilea, sarcina sa va fi $-CV$; el va fi debitat $2\ CV$, ceea ce constituie deci un transport dublu şi va duce cu el noua sarcină în continuarea mişcării sale. El va lua apoi potenţialul kV când se va găsi în interiorul producătorului al treilea; apoi va veni în contact cu peria de masă şi ciclul va reîncepe.

Se vede cu uşurinţă că această dispoziţie permite potenţialului transportorilor să varieze regulat dela zero la $2\ kV$ şi dela $2\ kV$ la zero, fără ca niciodată diferenţa de potenţial dintre electrozi să depăşească $2\ U = kV + V$.

Cele expuse se pot generaliza cu uşurinţă în cazul unei maşini cu p etaje în cascadă şi cu transport dublu. Cascada este analoagă cu cuplarea pe lelor de tensiune.

Maşina cilindrică. In maşinile precedente, transportorii şi producătorii sunt formaţi din sectoare plane, realizând condensatori plani cu lame multiple. Această dispoziţie este evident aceea care utilizează cel mai bine spaţiul, dar ea prezintă oarecare dificultăţi din punctul de vedere al construcţiei şi al izolării. Când puterea specifică poate fi puţin mai slabă, este avantajos să se recurgă la dispoziţia cilindrică. Dispoziţia cilindrică este în realitate mult mai avantajoasă decât apare *a priori*, deoarece capacităţile parazite sunt net mai reduse, astfel încât factorul polar poate fi util mărit până la 0,15 şi 0,20, ameliorând astfel puterea. In plus, izolarea producătorilor şi a transportorilor este mult mai uşoară, astfel încât locul pierdut este în practică mult mai puţin mare decât ne imaginăm. Uşurinţa de izolare face, în sfârşit, ca dispoziţia cilindrică să fie foarte comodă pentru producerea tensiunilor înalte cu rotori de diametru mic (200 kV pentru 20 cm).

Maşinile cu bare. Maşinile cu transportori conductori, despre care am vorbit mai sus, reprezintă o gamă frumoasă de posibilităţi, acoperind în mod practic tot domeniul tensiunilor înalte continue uzuale dela câţiva kilovolţi, la mai multe sute de kilovolţi. Caracteristici ca 10 kV, 1 mA; 40 kV, 50 mA; 300 kV, 10 mA, au fost realizate mai avantajos de către maşina electrostatică decât de grupurile transformator-redresor-filtru.

Oricât de interesante ar putea fi asemenea rezultate din punct de vedere practic, maşina de acest tip, ch ar cu transport dublu şi cascadă, este încă puţin satisfăcătoare din punct de vedere teoretic.

Oricare ar fi dispoziţia adoptată, transportorii se prezintă sub forma de plăci relativ subţiri, din cauza limitelor impuse factorului polar $\frac{ne}{r}$.

Muchia acestor plăci, ca parte activă, a fost bine dimensionată şi profilată, dar suprafaţa ei nu rămâne pentru aceasta mai mică în raport cu suprafaţa totală a transportorului.

Forţele utile sunt deci mici faţă de forţele inutile, perpendiculare mişcării, şi, din acest punct de vedere, transportorii sunt rău proporţionaţi.

Pentru a ameliora această stare de lucruri, trebue să se întrebuinţeze transportori care, în loc de a fi plaţi, să prezinte o secţiune rotunzită, mai mult sau mai puţin apropiată de cerc. In acest mod, suprafaţa cuplului transportorilor, în loc de a fi foarte mică în raport cu suprafaţa totală, este comparabilă cu aceasta. Transportorii, în loc de a fi sectoare sau segmenţi, se aseamănă cu bare care se mişcă perpendicular pe dimensiunea lor mare, de unde numele de « maşini cu bare ».

Pentru a trage cât mai mare folos din bare, trebue să considerăm funcţionarea maşinii sub un aspect nou. Lăsând la o parte pentru moment considerentele de capacitate, trebue să privim barele ca fiind conductori încărcaţi, mişcându-se într'un câmp perpendicular pe dimensiunea lor mare. Forţa ce rezultă este uşor de calculat şi, dacă repartiţia câmpului împrejurul barei este cunoscută, vom putea prevedea indicele de formă.

Calculul este în mod special simplu pentru bare cu secţiune conică, eliptică şi circulară.

Acest din urmă caz, în mod special simplu, poate servi de exemplu.

Fie un cilindru circular de dimensiune infinită în sensul axei sale, încărcat cu electricitate, cufundat într'un câmp uniform E_o, perpendicular pe axa sa. Densitatea de echilibru poate fi privită ca fiind suma a două densități:

1. O densitate dând un câmp nul în interior și corespunzând unei sarcini totale egală cu sarcina cilindrului propus. Această densitate este evident uniformă.

2. O densitate dând un câmp E_o în interior, corespunzând unei sarcini totale nule.

Această densitate este de forma $\sigma_6 \cos\theta$, după proprietățile bine cunoscute ale cuadricelor. Densitatea totală pe cilindru este deci $\sigma_0 \cos\theta + \sigma_1$.

Sarcina pe unitatea de lungime de bară este

$$2\pi a\ \sigma_1 ,$$

a fiind raza barei. Această sarcină sufere în câmpul E_0 forța

$$F = 2\pi a\ \sigma_1\ E_0 .$$

Densitatea $\sigma_0 \cos\theta$ dă în interior un câmp uniform

$$\frac{2\pi\sigma_0}{\varepsilon} .$$

Avem deci

$$2\pi\sigma_0 = \varepsilon E_0$$

și

$$\sigma_0 = \frac{\varepsilon E_0}{2\pi} .$$

Pe de altă parte, câmpul este maxim pe bară în punctul unde $\theta = 0$ și acest câmp trebue să atingă exact limita E_0, corespunzând rigidității dielectrice a mediului fluid. Avem deci

$$\sigma_0 + \sigma_1 = \frac{\varepsilon E_m}{4\pi} ,$$

de unde

$$\sigma_1 = \frac{\varepsilon E_m}{4\pi} - \frac{\varepsilon E_0}{2\pi}$$

și

$$F = 2\pi a\ E_0 \left(\frac{\varepsilon E_m}{4\pi} - \frac{\varepsilon E_0}{2} \right) = \varepsilon a \left(\frac{E_0 E_m}{2} - E_0^2 \right) .$$

F este maxim dacă

$$E_m = 4\ E_0$$

sau dacă

$$E_0 = \frac{E_m}{4}$$

și în cazul acesta

$$F = \frac{\varepsilon \cdot a E_m^2}{16} .$$

Să raportăm această forță la cuplul transportorilor $2a$; avem

$$K = \frac{F}{S}\frac{8\pi}{\varepsilon E_m^2} = \frac{\varepsilon a E_m^2}{16 \cdot 2a}\frac{8\pi}{\varepsilon E_m^2} = \frac{\pi}{4} = 0{,}78.$$

Indicele de formă este deci remarcabil mare.

Calculul arată că indicele de formă este încă și mai bun pentru bare eliptice, a căror secțiune are axa mică paralelă cu mișcarea.

Optimul este atins pentru un raport de axe de 1,62, dând un indice de formă de 0,95 pentru câmpul

$$E_6 = 0{,}34\ E_m .$$

Pentru a realiza practic sarcina barelor și câmpul E_0, sarcina este ușor de obținut pentru o diferență de potențial convenabilă.

Fiind dată capacitatea considerabilă între barele succesive, este necesar ca atunci când se încarcă o bară, barele vecine să fie la același potențial. Producătorii se compun din plăci suficient de late; pentru a influența mai multe bare în același timp, barele sunt puse în legătură cu pământul prin perii convenabile.

Bara încărcată se deplasează în câmpul E_0 de intensitate constantă. Este incomod de a realiza E_0 cu un condensator plan. Mult mai avantajoasă este întrebuințarea unei serii de bare analoage cu barele mobile, cu potențial repartizat uniform.

Calculul arată că atare mașini pot atinge puteri specifice superioare aceleia a mașinilor curente electromagnetice. Diverse considerente conduc la adoptarea unei mașini de aspect analog, din punct de vedere practic, cu motoarele cu cușcă de veveriță.

Conexiuni transversale stabilesc contacte între barele ascendente și descendente; în aceste condiții, statorul nu influențează rotorul decât dintr'o singură parte.

Se ajunge astfel la evitarea oricărei pierderi de putere din cauza capacităților parazite. Acest fapt este de un mare interes, pentrucă mașinile cu bare cilindrice sunt, evident, mijlocul cel mai bun pentru a se obține tensiuni ridicate cu puteri specifice importante și cu maximum de comoditate de construcție.

Realizări practice și industriale. S'au realizat de pildă:

a) O primă mașină, comportând un pol și un disc divizat în două sectoare. Diametrul discului, 16 cm; grosimea, 5 mm; între electrozi, 2,5 mm. Puterea, 6 W sub 80 kV, cu 1400 de ture/min și 30 de atmosfere de aer; această presiune este aceea a tuturor celorlalte mașini.

b) O a doua mașină cu opt poli, dintre care numai patru sunt reali, cinci discuri cu câte opt sectoare. Diametrul discurilor, 26 cm; grosimea, 5 mm; între electrozi, 2,5 mm. Puterea, 250 W sub 40 până la 50 kV, cu 1,500 de ture/min.

c) O a treia mașină cu patru poli și 5 discuri cu 12 sectoare. Diametrul discurilor, 39 cm; grosimea 8 mm; între electrozi, 4 mm. Puterea 500 W sub 250 kV, cu 750 de ture/min.

Desvoltarea industrială a mașinilor electrostatice a început prin unități de mică putere deoarece există în acest domeniu un mare număr de aplicații practice. Cu titlu de exemplu:

a) mașină tip A: 70 kV, 100 microamperi. Concepută la început pentru prăfuirea vegetalelor; antrenare prin manivelă.

b) mașina tip Z: aceleași performanțe, dar antrenare prin motor interior de 12 volți continuu.

c) mașină tip Y; aceleași performanțe, dar antrenare prin motor monofazat interior de 110 sau de 220 volți.

d) aprinzător electrostatic pentru motoare cu explozie. Aparat foarte interesant; autonom ca un magnetou, dar având avantaje originale, aprindere pe bujii rău izolate de rezistență slabă (500 ohmi); posibilitate de blindaj perfect, suprimând absolut toți parazitii radio-electrici; tensiune de aprindere foarte înaltă.

e) generatori verticali, 100 până la 500 kV, 100 de microamperi, pentru toate aplicațiile; de exemplu: franklinizare, încercări de șoc etc.

Pe de altă parte, o întreagă gamă de mașini mult mai puternice este în curs de realizare, cu debite mergând până la 30 miliamperi sub tensiuni de 500 kV și mai mult.

Pentru ca această tehnică să poată fi aplicată la problema transportului energiei electrice la distanță, în curent continuu de înaltă tensiune, ar trebui să se realizeze mașini de mai multe mii de kV, sub o tensiune de 1 milion de volți.

Numai o cercetare de mare amploare și cu mijloace suficiente va permite să se rezolve aceste probleme într'un viitor apropiat.

ACTIVITATEA INSTITUTULUI DE FIZICĂ

ŞEDINŢELE INSTITUTULUI

In perioada 1 Ianuarie — 1 Mai a anului 1953 au avut loc o serie de şedinţe plenare ale Institutului de Fizică al Academiei R.P.R., în care au fost desvoltate Comunicările şi Referatele de mai jos. Unele dintre aceste şedinţe privind desvoltarea fizicii în U.R.S.S. au avut loc în colaborare cu Institutul de Studii Româno-Sovietic:

29 Ianuarie 1953. ANDREI POPOVICI: Discuţiile din fizica cuantică modernă în lumina ultimelor cercetări sovietice (*Referat*).

2 Februarie 1953. THEODOR V. IONESCU: Structura fină a ionului negativ de hidrogen (*Comunicare*).

9 Februarie 1953. ION AGÂRBICEANU: Introducere în spectroscopia moleculară (*Referat*).

16 Februarie 1953. AUREL IACOVACHE: O metodă grafică pentru determinarea suprafeţei de separare a două straturi în prospecţia seismică (*Comunicare*).

10 Martie 1953. TRAIAN GHEORGHIU: Rezultatele consfătuirii savanţilor sovietici asupra semiconductorilor (*Referat*).

17 Martie 1953. ION AGÂRBICEANU: Regulile de transformare spectrală a luminiscenţei (*Comunicare*).

24 Martie 1953. AUREL POTOP: Lupta savanţilor sovietici împotriva idealismului în termodinamică (*Referat*).

31 Martie 1953. MIRCEA HEROVANU: Difuzia radiaţiilor solare în aerosolul atmosferic (*Comunicare*).

FLORIN CIORĂSCU: Rezultatele obţinute de savanţii sovietici în fizica dielectricilor (*Referat*).

7 Aprilie 1953. SABA ŞTEFĂNESCU: Linii de câmp magnetic ale poligoanelor regulate (*Comunicare*).

TRAIAN GHEORGHIU şi DUMITRU DRÂMBĂ: Proprietăţile electrice ale lemnului bakelizat (*Comunicare*).

14 Aprilie 1953. TUDOR TĂNĂSESCU: Sprijinul ştiinţelor fizice în îndeplinirea sarcinilor tehnice ale celui de al cincilea plan cincinal al U.R.S.S. (*Referat*).

21 Aprilie 1953. LIVIU CONSTANTINESCU: Contribuţii la studiul morfologiei furtunilor magnetice (*Comunicare*).

28 Aprilie 1953. VIOREL SERGIESCU: Teoria polaronilor şi aplicaţiile ei (*Referat*).

RECENZII

F. F. VOLKENSTEIN, *Conductibilitatea electrică a semiconductorilor*, Leningrad, 1947.

In ultimii ani, studiului experimental şi teoretic al semiconductorilor i-au fost dedicate numeroase lucrări, cele din Uniunea Sovietică, ale şcolii academicianului A. F. Ioffe, ocupând un loc de frunte. Se cunosc destul de bine proprietăţile electrice, fotoelectrice, magnetice etc. ale semiconductorilor şi există numeroase încercări de interpretare a diferitelor fenomene izolate. Dar, spre deosebire de metale, unde avem o teorie unică a comportării electronilor în metale, la semiconductori nu există o astfel de tratare dintr'un singur punct de vedere al diferitelor probleme. Cartea profesorului F. F. Volkenstein este o încercare reuşită de a umple acest gol. Autorul, pornind dela teoria zonelor, a lui Bloch, tratează dintr'un punct de vedere unitar diferitele probleme ale semiconductorilor.

Se ştie că un cristal este alcătuit din ioni, plasaţi în nodurile reţelei cristaline, şi din electroni, care, pe de o parte se află sub acţiunea ionilor, iar pe de altă parte interacţionează între ei. Pentru a deduce din comportarea electronilor proprietăţile microscopice ale unui cristal, trebue deci să rezolvăm o problemă de interacţiune a mai multor particule. Cum rezolvarea unor astfel de probleme prezintă dificultăţi serioase, teoria zonelor reduce problema mai multor electroni la problema unui singur electron. Aceasta se face în modul următor: se scrie ecuaţia Schrödinger pentru un singur electron în mişcare în câmpul tuturor ionilor reţelei şi al celorlalţi electroni. Acţiunea tuturor celorlalţi electroni este reprezentată printr'un potenţial mediu al tuturor electronilor (inclusiv electronul considerat) şi, în anumite cazuri prin principiul de excluziune al lui Pauli. Potenţialul ionilor este considerat ca o funcţie periodică, de aceeaşi perioadă ca şi reţeaua cristalină, această periodicitate antrenând după sine existenţa unor zone de energii permise pentru electroni, care alternează cu zone de energii interzise.

Aceste ipoteze permit rezolvarea aproximativă a multor probleme de fizica solidului.

Teoria zonelor se aplică cu mult succes în deosebi în cazurile în care avem de a face cu electroni « străini »; aceştia se ataşează atomilor neutri şi pot fi aduşi din exterior în reţea sau pot proveni din trecerea unor electroni de pe unii atomi normali din reţea pe alţii. Electronii « străini » trebue să fie destul de depărtaţi între ei pentru a nu interacţiona prea puternic şi ei nu trebue să modifice sensibil structura păturii electronice proprii atomului. Or, la semiconductori avem de a face cu electroni proveniţi dela impurităţile din cristalul respectiv, impurităţi care sunt în general în concentraţii extrem de mici. Deci, la semiconductori, condiţiile de aplicabilitate a teoriei zonelor sunt, în general, îndeplinite, şi problemele semiconductorilor pot fi tratate cu succes cu ajutorul acestei teorii. In cartea sa, F. F. Volkenstein aplică tocmai această teorie la studiul conductibilităţii electrice a semiconductorilor.

Prima parte a cărţii (capitolele I, II şi III) se ocupă de studiul teoretic al reţelelor ideale şi reale. Reţelele cu abateri stoechiometrice sunt privite ca un caz particular de reţea reală.

Capitolul I, care are un caracter mai mult introductiv, se menţine în cadrul reprezentărilor clasice despre reţea. Se face întâi o clasificare a diferitelor tipuri de defecte ale reţelei şi se introduc noţiunile de grad de abatere a reţelei reale dela cea ideală şi de grad de abatere dela relaţiile stoechiometrice, cu ajutorul cărora ne dăm seama în ce măsură reţeaua dată diferă de o reţea ideală. O altă caracteristică a reţelei este energia ei. Autorul înţelege prin energia unei reţele lucrul mecanic necesar pentru a alcătui reţeaua pornind dela atomi neutri. El include prin urmare în această energie şi energia de ionizare a atomilor. Se dau expresiile energiei pentru cazul unei reţele ideale şi al unei reţele reale. Autorul trece apoi la descrierea sumară a mecanismului diferitelor tipuri de conductibilitate electrică (electronică şi ionică) a reţelei şi încheie capitolul cu descrierea spectrului energetic (al nivelelor electronilor în jurul ionilor pozitivi şi negativi) şi cu stabilirea condiţiilor de recombinare a electronilor şi găurilor.

Capitolul II este consacrat în întregime expunerii teoriei cuantice a comportării electronilor într'un cristal ideal, problema principală fiind determinarea nivelelor de energie ale electronilor în cristal. Este expusă mai întâi teoria lui Sommerfeld (în ecuaţia Schrödinger pentru mişcarea unui electron, potenţialul ionilor se consideră constant, adică electronii sunt priviţi ca fiind liberi), apoi statistica Fermi. In § 2 este dată ecuaţia Schrödinger care descrie

mişcarea electronului în câmpul periodic al reţelei. Această ecuaţie este întâi rezolvată după metoda Kronig şi Penney şi apoi după metoda Bloch. Deoseb.rea între metale şi dielectrici este făcută în baza rezultatelor obţinute, arătându-se că metalele se caracterizează prin existenţa unei zone de conductibil.tate, în care nu toate nivelele de energie sunt ocupate de electroni.

In § 3 (capitolul II), metoda Bloch este extinsă în cazul unei reţele heteropolare, iar în § 4 este tratată problema interacţiunii între electronul considerat şi ceilalţi electroni cu ajutorul metodei Hartree şi Fock.

In capitolul III se face trecerea la cristalul real. Problema se rezolvă prin adăugarea la potenţialul riguros periodic din ecuaţia Schrödinger pentru un electron, a unui potenţial perturbator. B.neînţeles că acest potenţial perturbator va avea o valoare diferită de zero numai în vecinătatea defectelor reţelei. De aceea, în vecinătatea acestor defecte vor apare nivele energetice discrete, suplimentare, num.te şi nivele locale: apariţia acestor nivele suplimentare, situate în zonele .nterzise, explică caracterele specifice ale semiconductorilor. Trebue menţionat că extinderea metodei Bloch la studiul reţelelor reale se datoreşte, în primul rând, fizicienilor sov.etici F r e n k e l, L a n d a u şi T a m m.

In partea a doua a cărţii (capitolele IV, V şi VI), teoria generală expusă în prima parte este aplicată la studiul conductibilităţii electrice σ a semiconductorilor. La începutul fiecărui capitol se dau numeroase date experimentale, care sunt apoi confruntate cu rezultatele teoriei.

Din punctul de vedere al conductibilităţii electrice, semiconductorii ocupă un loc intermediar între metale ($\sigma \sim 10^5$ ohm^{-1} cm^{-1}) şi dielectrici ($\sigma \sim 10^{-15}$ ohm$^{-1}\cdot$cm^{-1}), conductibilitatea lor putând lua valori între 10^{-10} şi 10^2 ohm^{-1} cm^{-1}. Specific la semiconductori este influenţa esenţială pe care o au condiţiile externe asupra conductibilităţii lor. Factorii cei mai importanţi care influenţează conductibilitatea electrică a semiconductorilor sunt: *a)* impur.tăţile, *b)* temperatura, *c)* câmpurile electrice puternice, şi *d)* iluminarea. Capitolul IV se ocupă de influenţa impurităţ.lor şi a temperaturii asupra conductibilităţii electrice σ a semiconductorilor.

Prin impurităţi se înţeleg fie atomi străini introduşi în semiconductor, fie atomi suplimentari proveniţi din abateri dela proporţiile stoechiometrice. Pornind dela ideea lui G u d d e n, că conductibilitatea la sem.conductori este în întregime condiţionată de defectele reţelei cristaline (datorită impurităţ.lor şi ag taţiei termice a ionilor reţelei), W i l s o n şi N i j b o e r au dat o teorie a lui σ cu ajutorul noţiunilor de «donor» şi «acceptor» (atomi străini din reţea care cedează, respectiv acaparează, electroni), obţinând pentru σ expresiile (dăm aici expresiile obţinute pentru un semiconductor de tip Nijboer)

$$\sigma = a\sqrt{N_1}\, e^{-\frac{u}{2kT}} \quad \text{pentru temperaturi înalte}$$

şi

$$\sigma = b\frac{N_1}{N_2}\cdot e^{-\frac{u}{kT}} \quad \text{pentru temperaturi joase,}$$

N_1 şi N_2 fiind respectiv concentraţiile donorilor şi acceptorilor în reţea, iar u intervalul dintre nivelul local şi zona de conductib.litate; a şi b sunt nişte constante care depind de natura semiconductorului. V o l k e n s t e i n expune aceste teorii, ca şi teoria lui Kurtschatov, Kostina şi Rusinov pentru semiconductorii la care σ are aceeaşi dependenţă de temperatură ca şi la metale, din punctul de vedere al teoriei generale şi compară datele experimentale cu cele furnizate de teorie. Se constată o coincidenţă calitativă satisfăcătoare.

Capitolul următor, V, tratează despre influenţa unor câmpuri electrice puternice E asupra lui σ.

Se ştie că în câmpuri electrice puternice. σ nu mai rămâne constant: începând cu un anumit câmp E_0, locul legi σ = const. îl ia legea $\sigma = \sigma_0 e^{-a(E-E_0)}$. Conductibil tatea creşte repede cu câmpul electric aplicat, deoarece acesta exercită o acţiune de ionizare, care devine posibilă în urma deformări pe care E o produce în spectrul energetic al reţelei. Autorul tratează cele două efecte la care se reduce deformarea: înclinarea zonelor şi lărg rea lor. In acest capitol este discutat şi mecanismul lui Frenkel pentru explicarea influenţei câmpului asupra ionizării termice în reţea; teoria fizicianului F r e n k e l duce, pentru σ, la expresia $\sigma(E) = \sigma(0)\, e^{-\alpha\sqrt{E}}$.

Lucrarea se încheie cu expunerea influenţei ilumi'nării asupra lui σ (capitolul VI). Se studiază pe rând efectul fotoelectric normal (creşterea $\Delta\sigma$ a conductib litării electrice este pozitivă), absorpţia fotoelectrică neaxctivă ($\Delta\sigma = 0$) şi efectul fotoelectric negativ ($\Delta\sigma < 0$). Creşterea lui σ cu iluminarea (efectul fotoelectric normal) este expl cată prin trecerea unui electron în zona de conductibilitate în urma absorpţiei unei cuante de lumină. Absorpţia

fotoelectrică neactivă este în general legată de stările excitate neconductoare ale reţelei. Condiţiile apariţiei acestui efect sunt expuse în § 2 al capitolului VI, atât pentru semiconductorii de tip Wilson cât şi pentru cei de tip Nijboer. In ultimul paragraf sunt lămurite, pe baza teoriei zonelor, condiţiile de apariţie a efectului fotoelectric anormal.

După cum rezultă din expunerea sumară a conţinutului lucrării lui Volkenstein, ea are în esenţă un caracter teoretic, deşi conţine un bogat material experimental. Chestiunile teoretice dificile, care se pun la studiul semiconductorilor, sunt însă expuse cu multă claritate, pentru ca fizicienii experimentatori şi inginerii electrotehnicieni, cărora le este destinată cartea, să o poată consulta cu folos.

M. Nachman

A. I. KITAIGORODSKI, *Analiza structurală röntgenografică*. Gostehizdat, Moscova, 1949

Această lucrare a lui A. I. Kitaigorodski este cea mai completă lucrare care se ocupă cu analiza structurală, cu ajutorul razelor Röntgen. Ea a fost scrisă cu scopul de a uşura munca cercetătorului ştiinţific, de a învăţa pe student, de a specializa pe aspirant, fiind totodată un ghid permanent pentru tehnicianul din industrie, care foloseşte instalaţiile de analiză structurală cu raze Röntgen în diferite scopuri practice.

Acest deziderat cu aspect multiplu a fost realizat cu mare succes de către autor, expunerea conţinutului unei astfel de lucrări, destul de grea, fiind făcută cu multă claritate şi cu folosirea procedeelor celor mai moderne.

Analiza structurală röntgenografică a lui A. I. Kitaigorodski are un conţinut teoretic şi unul practic, strâns legate între ele, autorul reuşind tot timpul să păstreze un echilibru între cele două aspecte, dând astfel cărţii o unitate desăvârşită, iar cititorului posibilitatea de a aprofunda ambele aspecte.

Autorul foloseşte în cartea sa lucrările şi rezultatele savanţilor ruşi şi sovietici ca A. V. Gadolin, E. S. Feodorov, I. V. Wulf, G. S. Jdanov, G. B. Bokii şi alţii.

Toate utilizările şi indicaţiile de ordin practic au o suficientă fundare teoretică; formulele sunt date sub forma cea mai uşor aplicabilă în practică.

Datorită dificultăţii cuprinderii acestui domeniu atât de vast, autorul nu a expus întreg domeniul de aplicaţii, interesant din punct de vedere fizic, chimic, metalurgic, cristalografic etc., lucrarea cuprinzând numai teoria metodei şi modul de lucru.

In această lucrare, după cum spune autorul, nu se reflectă numai munca sa, ci şi munca unui mare număr de röntgenografi sovietici.

Răsfoind lucrarea *Analiza structurală röntgenografică* care cuprinde 650 de pagini, să arătăm acum câteva aspecte din conţinutul ei.

Primul capitol se ocupă cu bazele cristalografice ale analizei structurale. Acest capitol este foarte bogat în date şi demonstraţii, din care se poate învăţa cristalografia într'o formă utilă pentru studiul razelor Röntgen.

Profunzimea tratării merge până la grupele spaţiale, cu tablouri de clasificare corespunzătoare şi cu toate datele necesare lucrului. Capitolul se încheie cu cristalografia macroscopică, proiecţiile şi utilizarea reţelei Wulf.

Capitolul al doilea tratează despre obţinerea razelor X şi interacţiunile lor cu materia.

Descrierea aparatelor de produs raze Röntgen, modul de utilizare al acestora, fizica razelor Röntgen, care formează baza tuturor aplicaţiilor acestor raze, este conţinutul detaliat al acestui nou capitol.

Al treilea capitol cuprinde difracţia razelor Röntgen în cristale.

Se studiază determinarea direcţiei de difracţie, a intensităţilor liniilor de difracţie, lărgimea liniilor spectrale, corecţiile de temperaturi, factorul de structură etc.

Capitolul al patrulea descrie metodele de a obţine şi a calcula röntgenograme pentru monocristale.

Capitolul al cincilea şi al şaselea se ocupă cu analiza structurală.

Capitolul al şaptelea conţine studiul materiei policristaline.

In cel de al optulea capitol sunt date multe exemple de analiza structurală cu raze Röntgen a cristalelor; metoda pulberilor pentru Zn $(CN)_2$, C_2H_5HgCl etc.

Acesta este pe scurt conţinutul lucrării pe care noi o recomandăm cu multă căldură tuturor celor care se ocupă cu studiul razelor Röntgen, ca formând baza oricăror încercări de cunoaştere a acestui vast domeniu de aplicaţii.

Lucrarea *Analiza structurală röntgenografică* merge pe linia trasată de tovarăşul Stalin, a legăturii dintre teorie şi practică şi pe cea a clarităţii expunerii cărţilor sovietice, al căror scop este de a ajuta pe oamenii muncii intelectuale şi manuale în munca lor.

N. Martalogu

F 979

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÂNE
INSTITUTUL DE FIZICĂ

Institutul de documentare tehnică
BUCUREȘTI
OFFERTE - CSERE
VYMENA - WYMIANA
TAUSCH - СМЕНА

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ

BIBLIOTECA MUZEULUI TEHNIC

3-4

ANUL IV

IULIE — DECEMBRIE 1953

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÂNE

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÂNE
INSTITUTUL DE FIZICĂ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ

3-4

ANUL IV

IULIE — DECEMBRIE 1953

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÂNE

COMITETUL DE REDACȚIE

H. HULUBEI, GH. ATANASIU, Membru corespondent al Academiei R.P.R.; AUREL POTOP; T. TĂNĂSESCU, Membru corespondent al Academiei R.P.R. — Redactor responsabil.

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÂNE
INSTITUTUL DE FIZICĂ

STUDII ȘI CERCETĂRI DE FIZICĂ

Tomul IV, Nr. 3—4 Iulie—Decembrie 1953

SUMAR

	Pag.
ŞERBAN ŢIŢEICA, O problemă de propagare a căldurii	167
A. HRISTEV, Ecuaţiile diferenţiale ale potenţialelor gravitaţionale în cazul electrostatic simetric sferic	175
ALEXANDRU CIŞMAN, ST. BOJIN şi M. MUNTEANU, Cercetări experimentale asupra comportării soluţiilor de gelatină în ultrasunete	185
SABBA S. ŞTEFĂNESCU, Liniile de câmp magnetic ale unui triunghi de curenţi rectilinii	195
REMUS RĂDULEŢ, Sensul fizic al transmisiunii energiei electromagnetice	211
EDMOND NICOLAU, Viteza de transport a energiei electromagnetice	227
MIA DRĂGHICESCU şi PAUL DRĂGHICESCU, Amplificarea pentodelor lucrând în regimul curenţilor iniţiali	247
M. DUMA, Câteva particularităţi ale amplificatorilor electronici de curent continuu	265
T. TĂNĂSESCU, Stabilitatea frecvenţei oscilatorilor electronici	281
MIRCEA HEROVANU, Difuzia radiaţiilor solare în aerosolul atmosferic	305
AURELIAN IACOVACHE, O metodă grafică pentru determinarea suprafeţei de separare a două straturi în prospecţia seismică	333
NOTE	341
ACTIVITATEA INSTITUTULUI DE FIZICĂ	345

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÂNE

ACADÉMIE DE LA RÉPUBLIQUE POPUL'AIRE ROUMAINE
INSTITUT DE PHYSIQUE

ÉTUDES ET RECHERCHES DE PHYSIQUE

Tome IV, N^os 3—4 Juillet—Décembre 1953

SOMMAIRE

	Page
ŞERBAN ŢIŢEICA, Un problème de propagation de la chaleur	167
A. HRISTEV, Les équations différentielles des potentiels de gravitation dans le cas électrostatique symétriquement sphérique	175
ALEXANDRU CIŞMAN, ST. BOJIN et M. MUNTEANU, Recherches expérimentales sur le comportement des solutions de gélatine dans les ultra-sons	185
SABBA S. ŞTEFĂNESCU, Les lignes de champ magnétique d'un triangle de courants rectilignes	195
REMUS RĂDULEŢ, Le sens physique de la transmission d'énergie électromagnétique	211
EDMOND NICOLAU, La vitesse de transport de l'énergie électromagnétique	227
MIA DRĂGHICESCU et PAUL DRĂGHICESCU, Amplification des pentodes travaillant en régime de courants initiaux	247
M. DUMA, Quelques particularités des amplificateurs de courant continu	265
T. TĂNĂSESCU, La stabilité de la fréquence des oscillateurs électroniques	281
MIRCEA HEROVANU, La diffusion des radiations solaires dans l'aérosol atmosphérique	305
AURELIAN IACOVACHE, Une méthode graphique pour déterminer la surface de séparation de deux couches en prospection sismique	333
NOTES	341
L'ACTIVITÉ DE L'INSTITUT DE PHYSIQUE	345

ÉDITIONS DE L'ACADÉMIE DE LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE

АКАДЕМИЯ РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ

ТРУДЫ И ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ФИЗИКЕ

Том IV, № 3—4 Июль-декабрь 1953

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Ш. ЦИЦЕЙКА, Задача передачи тепла 167

А. ХРИСТЕВ, Дифференциальные уравнения гравитационных потенциалов в электростатическом центрально симметрическом случае 175

А. ЧИШМАН, Ш. БОЖИН и М. МУНТЯНУ, Экспериментальное исследование по поведению желатиновых растворов при ультразвуках 185

С. С. ШТЕФЭНЕСКУ, Линии магнитного поля треугольника прямолинейных токов 195

Р. РЭДУЛЕЦ, Физический смысл передачи электромагнитной энергии 211

Э. НИКОЛАУ, Скорость переноса электромагнитной энергии 227

М. ДРЭГИЧЕСКУ и П. ДРЭГИЧЕСКУ, Усиление пентодов, работающих в режиме начальных токов 247

М. ДУМА, Несколько особенностей электронных усилителей постоянного тока 265

Т. ТЭНЭСЕСКУ, Устойчивость частоты электронных осцилляторов 281

М. ГЕРОВАНУ, Рассеивание солнечного излучения в атмосферическом аэросоле 305

А. ЯКОВАКЕ, Графический метод для определения поверхности раздела двух слоев в сейсмической разведке 333

ЗАМЕТКИ 341

В ИНСТИТУТЕ ФИЗИКИ 345

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul IV, Nr. 3—4, 1953

O PROBLEMĂ DE PROPAGARE A CĂLDURII *)

DE

ŞERBAN ŢIŢEICA

1. Pentru proiectarea maşinilor electrice prezintă interes soluţia următoarei probleme de propagarea căldurii: O bară cilindrică de cupru, de lungime presupusă infinită şi de rază r, este înconjurată de mase de fier. Aceste mase sunt constituite din tole plane având planul perpendicular pe axa cilindrului de cupru, şi fiind separate între ele prin straturi de izolant. Dacă prin bara de cupru trece un curent electric, ea se încălzeşte şi căldura este comunicată maselor de fier învecinate. Incălzirea la o temperatură prea înaltă a tolelor de fier poate duce însă la distrugerea stratelor de izolant dintre ele. Dimensiunile barei de cupru trebue astfel calculate, încât în cursul funcţionării temperatura tolelor de fier să nu atingă niciodată o valoare care ar provoca distrugerea izolantului. Se pune deci problema de a se determina, în fiecare punct al sistemului, temperatura în funcţie de timp, ştiind că la momentul $t = 0$, temperatura are peste tot o valoare constantă pe care o putem alege egală cu zero, şi cunoscând totodată căldura q degajată prin efect Joule în unitatea de timp şi pe unitatea de volum a barei de cupru. Vom presupune pentru simplificare că această cantitate de căldură e constantă, cu alte cuvinte vom neglija variaţia cu temperatura a rezistenţei electrice a barei.

Deoarece întregul sistem prezintă o simetrie axială în jurul axei barei de cupru, temperatura într'un punct oarecare al sistemului depinde numai de distanţa ρ a acestui punct la axă şi de timp:

$$\theta = \theta\ (\rho,\ t) \tag{1}$$

Prin alegerea convenabilă a originei scării temperaturilor, putem scrie că la momentul iniţial avem

$$\theta\ (\rho,\ 0) = 0 \tag{2}$$

Ne interesează în primul rând să determinăm mersul temperaturii în funcţie de timp în regiunea cea mai periclitată a masei de fier, şi anume în vecinătatea imediată a barei de cupru. Ne vom pune deci problema de a determina funcţia

$$f\ (t) = \theta\ (r,\ t) \tag{3}$$

unde r este raza cilindrului de cupru.

Ca o primă aproximaţie pentru rezolvarea acestei probleme se poate proceda în modul următor: se pot neglija complet pierderile de căldură datorite conduc-

*) Comunicare prezentată Institutului 1 la Iunie 1953.

tibilității termice a maselor de fier și calcula temperatura barei de cupru ca și cum ea ar fi izolată termic. Notând cu c_0 căldura specifică și cu δ_0 densitatea cuprului, obținem următoarea ecuație diferențială.

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{q}{c_0 \delta_0} \tag{4}$$

pentru temperatura θ a barei de cupru. Soluția corespunzătoare condiției inițiale este

$$\theta = f(t) = \frac{q}{c_0 \delta_0} t. \tag{5}$$

Evident că temperaturile date de această formulă sunt mai ridicate decât cele reale, deoarece nu întreaga cantitate de căldură degajată prin efect Joule servește la ridicarea temperaturii barei de cupru, ci o parte este transmisă maselor de fier. Folosind formula (5) am fi conduși la o supradimensionare a barei de cupru.

2. O aproximație mai bună se obține ținând seama de pierderile de căldură prin conductibilitate, dar neglijând curbura suprafeței cilindrice.

Dacă ne reprezentăm o secțiune a sistemului printr'un plan perpendicular pe axa cilindrului (fig. 1), vom admite că printr'un element PQ din suprafața acestuia trece un anumit curent de căldură, dar că acest curent nu se propagă radial în tot sectorul mărginit de planele meridiane PP' și QQ', ci numai în regiunea de spațiu mărginită de planele PP'' și QQ'', paralele între ele și paralele cu planul bisector OM al sectorului. Este evident că în această aproximație obținem un flux de căldură mai mic decât cel real, deci, pentru bara de cupru, vom obține temperaturi mai înalte decât cele reale și vom fi conduși la o supradimensionare a acestei bare. Totuși rezultatele sunt mai apropiate de cele reale decât în prima metodă, și ele pot fi folosite în calculul practic. Ele coincid cu cele corecte pentru timpuri suficient de scurte, astfel încât căldura nu s'a propagat suficient de departe de suprafața cilindrului, ci numai în regiuni în care sectorul PP', QQ' și placa plan-paralelă PP'', QQ'' practic coincid.

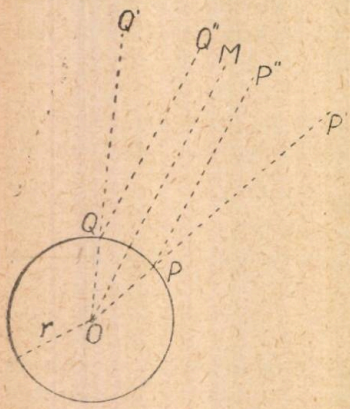


Fig. 1

Avantajul practic al acestui procedeu constă în aceea, că se pot folosi rezultatele foarte simple ale problemei propagării căldurii într'un semispațiu, când se cunoaște variația în funcție de timp a temperaturii planului care mărginește acest semispațiu.

Se știe că [1], dacă în semispațiul $x \geqslant 0$ temperatura inițială este peste tot egală cu zero și dacă temperatura peretelui $x = 0$ variază în timp după legea $f(t)$, atunci temperatura într'un punct arbitrar x (> 0) la un moment arbitrar t (> 0) este dată de formula

$$\theta(x, t) = \int_0^t f(\tau) \frac{\partial}{\partial t} F(x, t - \tau)\, d\tau \tag{6}$$

unde

$$F(x,\ t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{x}{2\sqrt{kt}}}^{\infty} e^{-\xi^2}\, d\xi. \tag{7}$$

Aici k reprezintă combinația

$$k = \frac{\lambda}{c\delta} \tag{8}$$

dintre conductibilitatea termică λ, căldura specifică c și densitatea δ a materialului conductor care umple semispațiul considerat.

Din formula (6) se poate deduce ușor curentul de căldură $-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x}$ în fiecare punct al spațiului. Ne interesează în special curentul de căldură la suprafața de separare $x = 0$. Vom scrie deci formula (6) sub forma

$$\theta(x,\ t) = -\int_0^t f(\tau)\, \frac{\partial}{\partial \tau} F(x,\ t-\tau)\, d\tau$$

și vom integra prin părți

$$\theta(x,\ t) = f(0) \cdot F(x,\ t) - f(t) \cdot F(x,\ 0) + \int_0^t \dot{f}(\tau) \cdot F(x,\ t-\tau)\ d\tau.$$

Formula (7) arată că $F\ (x,\ 0) = 0$, iar din condițiile inițiale rezultă $f(0) = 0$, deci

$$\theta(x,\ t) = \int_0^t \dot{f}(\tau) \cdot F(x,\ t-\tau)\ d\tau.$$

Curentul de căldură este atunci

$$j = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} = -\lambda \int_0^t \dot{f}(\tau)\, \frac{\partial F(x,\ t-\tau)}{\partial x}\, d\tau.$$

Folosind din nou formula (7), obținem

$$\frac{\partial F(x,\ t)}{\partial x} = -\frac{2}{\sqrt{\pi}}\, \frac{1}{2\sqrt{kt}}\, e^{-\frac{x^2}{4kt}}$$

sau

$$\left(\frac{\partial F(x,\ t-\tau)}{\partial x}\right)_{x=0} = -\frac{2}{\sqrt{\pi}}\, \frac{1}{2\sqrt{k(t-\tau)}}.$$

De aici rezultă că curentul de căldură la suprafața de separare are valoarea

$$j_{x=0} = \frac{\lambda}{\sqrt{\pi k}} \int_0^t \frac{\dot{f}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}}\, d\tau. \tag{9}$$

Deși această formulă este valabilă numai în cazul unei suprafețe plane de separare, o vom folosi totuși, conform celor arătate mai sus, și în cazul în care ne

interesează, în care suprafaţa de separare este cilindrică. Este clar că în acest caz curentul real e mai mare decât cel dat de relaţia (9).

Putem scrie acum bilanţul termic pentru o regiune a spaţiului cuprinsă între două plane perpendiculare pe axa cilindrului şi având între ele o distanţă egală cu unitatea. Cantitatea de căldură degajată pe unitatea de timp prin efect Joule în bara de cupru are valoarea $\pi r^2 q$. O parte din această căldură serveşte la ridicarea temperaturii barei, restul este transmis prin conductibilitate maselor de fier.

$$\pi r^2 q = \pi r^2 c_0 \delta_0 \dot{f}(t) + 2\pi r j$$

sau, folosind pentru j expresia (9)

$$q = c_0 \delta_0 \dot{f}(t) + \frac{2\lambda}{r\sqrt{kT}} \int_0^t \frac{\dot{f}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}}\, d\tau. \tag{10}$$

Aceasta este ecuaţia care determină funcţia $f(t)$, care ne dă temperatura barei de cupru şi deci şi temperatura maselor de fier învecinate cu această bară. Ea trebue rezolvată cu condiţia iniţială

$$f(0) = 0 \tag{11}$$

3. Să notăm pentru simplificare

$$\dot{f}(t) = g(t). \tag{12}$$

Ecuaţia (10) ia forma

$$q = c_0 \delta_0 g(t) + \frac{2\lambda}{v\sqrt{\pi k}} \int_0^t \frac{g(\tau)\, d\tau}{\sqrt{t-\tau}}. \tag{13}$$

Să înmulţim ambii membri ai acestei egalităţi cu $\frac{1}{\sqrt{T-t}}$ şi să integrăm în raport cu t dela 0 la T.

$$q \int_0^T \frac{dt}{\sqrt{T-t}} = c_0 \delta_0 \int_0^T \frac{g(t)\, dt}{\sqrt{T-t}} + \frac{2\lambda}{v\sqrt{\pi k}} \int_0^T \frac{dt}{\sqrt{T-t}} \int_0^t \frac{g(\tau)\, d\tau}{\sqrt{t-\tau}}.$$

Integrala dublă din membrul al doilea se calculează uşor dacă se inversează ordinea integrărilor. Se obţine atunci

$$2q\sqrt{T} = c_0 \delta_0 \int_0^T \frac{g(t)\, dt}{\sqrt{T-t}} + \frac{2\sqrt{\pi\lambda}}{r\sqrt{k}} \int_0^T g(\tau)\, d\tau.$$

Dacă se efectuează următoarea schimbare de notaţie $T \to t$, $t \to \tau$, se obţine

$$2q\sqrt{t} = c_0 \delta_0 \int_0^t \frac{g(\tau)\, d\tau}{\sqrt{t-\tau}} + \frac{2\sqrt{\pi\lambda}}{r\sqrt{\pi}} \int_0^t g(\tau)\, d\tau. \tag{14}$$

Intre această ecuaţie şi ecuaţia (13) se poate elimina integrala $\int_0^t \frac{g(\tau)\, d\tau}{\sqrt{t-\tau}}$:

$$q = c_0 \delta_0 g(t) + \frac{2\lambda}{r\sqrt{\pi k}} \left[\frac{2q\sqrt{t}}{c_0 \delta_0} - \frac{2\sqrt{\pi\lambda}}{r\sqrt{k}} \frac{1}{c_0 \delta_0} \int_0^t g(\tau)\, d\tau \right]$$

sau

$$q = \frac{4\lambda q}{r c_0 \delta_0 \sqrt{\pi k}} \sqrt{t} + c_0 \delta_0 g(t) - \frac{4\lambda^2}{r^2 c_0 \delta_0 k} \int_0^t g(\tau)\, d\tau. \tag{15}$$

Din această ecuație rezultă imediat

$$g(0) = \frac{q}{c_0 \delta_0} \tag{16}$$

iar prin derivare în raport cu t,

$$\frac{2\lambda q}{r c_0 \delta_0 \sqrt{\pi k}} \frac{1}{\sqrt{t}} + c_0 \delta_0 \dot{g}(t) - \frac{4\lambda^2}{r^2 c_0 \delta_0 k} g(t) = 0, \tag{17}$$

Integrarea acestei ecuații diferențiale, cu condiția inițială (16), nu mai oferă nicio dificultate

$$g(t) = \frac{q}{c_0 \delta_0} - \frac{2\lambda q}{r^2 c_0^2 \delta_0^2 \sqrt{\pi k}} \int_0^t \frac{e^{-\frac{4\lambda^2}{r^2 c_0^2 \delta_0^2 k}\tau}}{\sqrt{\tau}}\, d\tau. \tag{18}$$

Calculul numeric al ultimei integrale se face folosind tabelele pentru integrala funcției erorilor, la care se reduce punând

$$\frac{4\lambda^2}{r^2 c_0^2 \delta_0^2 k} \tau = x^2.$$

De asemenea temperatura $f(t)$ se obține din (12) cu condiția inițială $f(0) = 0$:

$$f(t) = \int_0^t g(\tau)\, d\tau = t \cdot g(t) - \int_0^t \tau \cdot \dot{g}(\tau)\, d\tau. \tag{19}$$

Toate integralele care figurează în această expresie sunt tabulate, deci temperatura barei poate fi calculată ușor în funcție de timp. Conform celor discutate mai sus, expresia (19) va da valori mai mari decât cele reale pentru temperatura barei. Ea însă dă valori mai bune decât cele obținute prin aproximația mai grosolană (5). In special pentru timpuri suficient de scurte, (formula (19)) trebue să dea valori exacte. Se vede că în acest caz, datorită condiției (19), termenul care conține integrala în relația (15) poate fi neglijat, și se obține

$$q \cong \frac{4\lambda q}{r c_0 \delta_0 \sqrt{\pi k}} \sqrt{t} + c_0 \delta_0 g(t)$$

sau

$$g(t) = \frac{q}{c_0 \delta_0} - \frac{4\lambda q}{r c_0^2 \delta_0^2 \sqrt{\pi k}} \sqrt{t}.$$

Prin integrare cu condiția inițială $f(0) = 0$ căpătăm

$$f(t) = \int_0^t g(\tau)\, d\tau = \frac{q}{c_0 \delta_0} t - \frac{8}{3} \frac{\lambda q}{r c_0^2 \delta_0^2 \sqrt{\pi k}} t^{3/2}. \tag{20}$$

Primul termen reprezintă aproximaţia grosolană (5), al doilea reprezintă un prim termen corectiv, care reduce valoarea prea mare a primului tern en. Evident, că dacă masele de fier nu ar avea conductibilitate termică, deci dacă $\lambda = 0$, aproximaţia (5) ar da rezultate corecte.

Institutul de Fizică al Academiei R.P.R.,
Secţia Fizică Teoretică,
Bucureşti.

ЗАДАЧА ПЕРЕДАЧИ ТЕПЛА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Исследуется следующая задача передачи тепла.

Цилиндрический теплопроводник (предполагаемый бесконечной длины) окружен теплопроводными массами с другими тепловыми свойствами; в начальный момент вся система находится при одинаковой температуре. Если нагревать цилиндрический теплопроводник способом, который осуществлял бы постоянный приток тепла на единицу объема и времени, определить температуру в последующий момент в любой точке системы и в частности на поверхности раздела между цилиндром и внешней средой.

Получается приближенное решение, легко используемое для числовых расчетов, при нижеследующих предположениях:

a) пренебрегается радиальным падением температуры в цилиндре, принимая, что его температура в данный момент везде одинакова;

b) пренебрегается кривизной цилиндрической поверхности, принимая, что поток тепла в окружающую среду остается тем же как и в случае плоской поверхности раздела.

Показывается, что полученное решение представляет хорошее приближение для достаточно коротких промежутков времени.

UN PROBLÈME DE PROPAGATION DE LA CHALEUR

(RÉSUMÉ)

On étudie le problème suivant:

Un conducteur cylindrique (supposé infiniment long) est entouré par des masses conductrices possédant des propriétés thermiques différentes; au moment initial, tout le système se trouve à la même température. Si l'on réchauffe le conducteur cylindrique par un procédé qui lui fournit une quantité constante de chaleur par unité de volume et de temps, déterminer la température à un instant ultérieur en un point quelconque du système et spécialement en un point de la surface de séparation entre le cylindre et le milieu extérieur.

On obtient une solution rapprochée, aisément maniable pour les calculs numériques, en faisant les hypothèses simplificatrices suivantes:

a) on néglige la chute radiale de température dans le cylindre et on admet que, à un certain moment, tous les points de ce cylindre ont la même température.

b) on néglige la courbure de la surface cylindrique et on admet que le flux de chaleur vers le milieu extérieur est le même que dans le cas d'une surface plane de séparation.

On montre que la solution obtenue représente une solution rapprochée satisfaisante pour des durées de temps assez courtes.

BIBLIOGRAFIE

1. B. Riemann, *Vorlesungen über partielle Differentialgleichungen und ihre Anwendungen in der Physik*. F. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1938, p. 131.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul IV, Nr. 3—4, 1953

ECUAŢIILE DIFERENŢIALE ALE POTENŢIALELOR GRAVITAŢIONALE ÎN CAZUL ELECTROSTATIC SIMETRIC SFERIC *)

DE

A. HRISTEV

Intr'o lucrare a sa, H. Reissner [1], făcând apel numai la ecuaţiile câmpului gravitaţional ale lui Einstein (general covariante) şi la tensorul tensiunilor al lui Maxwell (sub formă covariantă), caută efectele gravitaţionale ale câmpului electrostatic de simetrie sferică.

Lucrarea lui Reissner este importantă, deoarece numai pe baze clasice, fără nicio ipoteză particulară, ea stabileşte rezultate care reprezintă un pas în spre teoriile unitare, explicitând influenţa câmpului electrostatic asupra structurii geometrice a spaţiului.

Ne propunem să stabilim ecuaţiile diferenţiale pentru fiecare potenţial gravitaţional în parte.

1. *Metrica şi tensorul energie-impuls.* Expresia cea mai generală simetric sferică a lui ds^2 este

$$ds^2 = g_1(r, t)\, dr^2 + g_2(r, t)\,(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\, d\varphi^2) + g_4(r, t)\, dt^2 + g_{14}(r, t)\, dr\, dt.$$

In cazul static putem alege un astfel de sistem de referinţă, încât g_1, g_2 şi g_4 să nu depindă de timpul t, iar g_{14} să fie nul. Această condiţie ne limitează alegerea sistemului de referinţă şi nu putem face decât următoarele transformări de coordonate

$$r = f(r'), \quad t = \text{const}\, t'$$

(dacă înafară de aceasta am cere ca g_4 să ia valoarea lui galileană la infinit, $g_4 = c^2$, atunci alegerea timpului ar deveni univocă).

Prin urmare, metrica se poate scrie

$$ds^2 = g_1(r)\, dr^2 + g_2(r)\,(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\, d\varphi^2) + g_4(r)\, dt^2. \tag{1}$$

Pentru spaţiul euclidian (când tensorul energie-impuls este nul), metrica devine

$$ds^2 = -\, dr^2 - r^2\,(d\vartheta + \sin^2\vartheta\, d\varphi^2) + c^2\, dt^2.$$

*) Comunicare prezentată Institutului la 1 Noembrie 1952.

Tensorul câmp F_{ik} se reduce în cazul static şi simetric sferic la $(F_{rt} =) F_{14} = E$ [2]

$$F_{14} = E = -\frac{e}{4\pi c}\frac{\sqrt{-g_1 g_4}}{g_2}, \qquad F^{14} = F_{14}\cdot\frac{1}{g_1 g_4} = \frac{e}{4\pi c}\frac{1}{\sqrt{-g_1 g_4}}. \tag{2}$$

Cu ajutorul lui (2) calculăm tensorul energie-impuls T_{ik}:

$$T_{ik} = F_{il}\, g_{ks} F^{sl} - \frac{1}{4} g_{ik} F_{lm} F^{lm}$$

şi obţinem valorile

$$T_{11} = -\frac{1}{2}\left(\frac{e}{4\pi c}\right)^2 \frac{g_1}{g_2^2}, \quad T_{22} = \frac{1}{2}\left(\frac{e}{4\pi c}\right)^2 \frac{g_2}{g_2^2}, \quad T_{33} = \frac{1}{2}\left(\frac{e}{4\pi c}\right)^2 \frac{g_3}{g_2^2}, \quad T_{44} = -\frac{1}{2}\left(\frac{e}{4\pi c}\right)^2 \frac{g_4}{g_2^2}. \tag{3}$$

2. *Ecuaţiile câmpului.* Ţinând seama că $T_i^i = 0$ şi calculând tensorul curbură R_{ik}, obţinem [2] ecuaţiile câmpului

$$\frac{d^2}{dr^2}\ln\left(g_2\sqrt{g_4}\right) - \frac{d}{dr}\ln\sqrt{g_1}\,\frac{d}{dr}\ln\left(g_2\sqrt{g_4}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{d\ln g_2}{dr}\right)^2 + \left(\frac{d\ln\sqrt{g_4}}{dr}\right)^2 = -\frac{r_0^2 g_1}{g_2^2}, \tag{4}$$

$$-1 + \frac{d}{dr}\left(\frac{1}{2g_1}\frac{dg_2}{dr}\right) + \frac{1}{4g_1^2}\frac{dg_1}{dr}\frac{dg_2}{dr} + \frac{1}{4g_1 g_4}\frac{dg_2}{dr}\frac{dg_4}{dr} = \frac{r_0^2 g_2}{g_2^2}, \tag{5}$$

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{2g_1}\frac{dg_4}{dr}\right) - \frac{1}{4g_1 g_4}\left(\frac{dg_4}{dr}\right)^2 + \frac{1}{4g_1^2}\frac{dg_4}{dr}\frac{dg_1}{dr} + \frac{1}{2g_1 g_2}\frac{dg_2}{dr}\frac{dg_4}{dr} = -\frac{r_0^2 g_1}{g_2^2}, \tag{6}$$

unde am notat $r_0^2 = \varkappa\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{e}{4\pi c}\right)^2$ ($\varkappa$ = constanta gravitaţională einsteiniană).

In cazul limită al mecanicii nerelativiste, când vitezele tuturor particulelor sunt mici şi deci însuşi câmpul gravitaţional este slab, potenţialul g_{44} devine:

$$g_{44} = c^2 + 2\varphi,$$

unde φ este potenţialul gravitaţional newtonian. Ultima ecuaţie trebue să se transforme, în acest caz, în ecuaţia lui Poisson. Intr'adevăr, tensorul T_i^k se reduce la $T_4^4 = T_i^i = -\mu c^2$ (unde μ este densitatea de masă), iar $R_4^4 = -\frac{\varkappa}{2}\mu c^2 =$

$$= -\frac{\partial\Gamma_{44}^{\varkappa}}{\partial x^{\varkappa}} \approx -\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^{\varkappa 2}},$$

deci ecuațiile gravitaționale se reduc la ecuația

$$\operatorname{lap}\varphi = \frac{\varkappa}{2}\mu c^2.$$

In cazul nostru, neglijând termenii neliniari și punând $g_2 = -r^2$, ecuația (6) devine

$$\frac{d^2}{dr^2}\left(\frac{g_4}{2}\right) + \frac{2}{r}\frac{d}{dr}\left(\frac{g_4}{2}\right) = \frac{\varkappa}{2}\mu c^2,$$

adică ecuația lui Poisson (în coordonate sferice), în care $\varphi = \frac{g_4}{2}$.

Limităm alegerea sistemului de coordonate, luând împreună cu H. Reissner, $g_1 = -1$ (atunci dr ne dă elementul de distanță în direcția radială). In acest caz, avem un sistem de trei ecuații (4), (5), (6), cu două funcții necunoscute g_2 și g_4. Sistemul este compatibil deoarece el nu este independent, în acest sistem fiind conținute relațiile de conservare.

Intr'adevăr, știm că divergența covariantă $T^k_{i;k}$ a tensorului T^k_i este nulă, de asemenea este nulă divergența covariantă a expresiei (membrul I al ecuațiilor lui Einstein)

$$R^k_i - \frac{1}{2}\delta^k_i R = G^k_i,$$

adică

$$R^k_{i;k} - \frac{1}{2}\frac{\partial R}{\partial x^i} = 0.$$

Prin urmare, ecuațiile $R^k_{i;k}$ sunt de fapt conținute în ecuațiile câmpului. Pe de altă parte, ecuațiile $T^k_{i;k} = 0$ exprimă legile de conservare a energiei și impulsului și conțin în ele ecuațiile de mișcare ale acelui sistem fizic la care se referă tensorul energie-impuls (adică ecuațiile de mișcare ale particulelor materiale sau a doua pereche a ecuațiilor lui Maxwell).

Prin urmare, între ecuațiile gravitaționale există patru relații diferențiale (în cazul nostru particular, ele se reduc la una).

3. *Simplificarea sistemului.* Să introducem notațiile

$$g_1 = -x^2, \quad g_2 = -r^2 y^2, \quad g_4 = c^2 z^2. \tag{7}$$

In noile variabile, metrica se va scrie

$$ds^2 = -x^2 dr^2 - r^2 y^2 (d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\, d\varphi^2) + c^2 z^2 dt^2. \tag{8}$$

Metrica galileană se obține punând

$$x = y = z = 1. \tag{9}$$

Sistemul (4), (5), (6) se scrie astfel în noile variabile:

$$2\frac{y''}{y}+\frac{z''}{z}+\frac{4}{r}\frac{y'}{y}-\frac{x'}{x}\left(2\frac{y'}{y}+\frac{2}{r}+\frac{z'}{z}\right)-\frac{r_0^2x^2}{r^4y^4}=0, \tag{10}$$

$$\frac{y''}{y}+\frac{2}{r}\frac{y'}{y}+\left(\frac{y'}{y}+\frac{1}{r}\right)\left(\frac{y'}{y}+\frac{1}{r}-\frac{x'}{x}+\frac{z'}{z}\right)+\frac{x^2}{r^4y^4}(r_0^2-r^2y^2)=0, \tag{11}$$

$$\frac{z''}{z}-\frac{x'}{x}\frac{z'}{z}+2\left(\frac{y'}{y}+\frac{1}{r}\right)\frac{z'}{z}-\frac{r_0^2x^2}{r^4y^4}=0, \tag{12}$$

unde am notat $g_i'=\dfrac{dg_i}{dr}$.

După cum am spus, vom alege $g_1=-1$, adică $x=1$. Atunci sistemul se scrie

$$2\frac{y''}{y}+\frac{z''}{z}+\frac{4}{r}\frac{y'}{y}-\frac{r_0^2}{r^4}\frac{1}{y^4}=0, \tag{13}$$

$$\frac{y''}{y}+\frac{2}{r}\frac{y'}{y}+\left(\frac{y'}{y}+\frac{1}{r}\right)\left(\frac{y'}{y}+\frac{1}{r}+\frac{z'}{z}\right)+\frac{1}{r^4y^4}(r_0^2-r^2y^2)=0, \tag{14}$$

$$\frac{z''}{z}+2\left(\frac{y'}{y}+\frac{1}{r}\right)\frac{z'}{z}-\frac{r_0^2}{r^4}\frac{1}{y^4}=0. \tag{15}$$

Scădem acum ultima ecuație (15) din prima (13)

$$\frac{y''}{y}+\frac{2}{r}\frac{y'}{y}-\left(\frac{y'}{y}+\frac{1}{r}\right)\frac{z'}{z}=0, \tag{16}$$

sau scris altfel

$$\frac{z'}{z}=\frac{y''+\dfrac{2}{r}y'}{y'+\dfrac{1}{r}y}=\frac{(yr)''}{(yr)'} \tag{17}$$

și integrată [2] obținem

$$(yr)'=y'r+y=z.$$

Adunând ecuația (16) cu (14), obținem ecuația

$$2\frac{y''}{y}+\frac{4}{r}\frac{y'}{y}+\left(\frac{y'}{y}+\frac{1}{r}\right)^2+\frac{1}{r^4y^4}(r_0^2-r^2y^2)=0 \tag{18}$$

care transcrisă astfel

$$\frac{4}{3}\frac{[(yr)^{3/2}]''}{(yr)^{3/2}}=\frac{(yr)^2-r_0^2}{(yr)^4}$$

se integrează ușor

$$(yr)'=\sqrt{1-2\frac{\rho_0}{r}\frac{1}{y}+\frac{r_0^2}{r^2}\frac{1}{y^2}}. \tag{19}$$

4. *Ecuațiile diferențiale pentru potențiale.* Prin însăși alegerea sistemului de coordonate, avem $g_1 = -x^2 = -1$. Am găsit mai sus ecuația diferențială pentru $g_2 = -(yr)^2$ (18) care se mai poate scrie

$$2\frac{(yr)''}{(yr)} + \left[\frac{(yr)'}{yr}\right]^2 - \frac{(yr)^2 - r_0^2}{(yr)^4} = 0 \tag{20}$$

și a cărei primă integrală este (19).

Potențialul g_3 este $g_3 = g_2 \sin^2 \vartheta$.

Putem exprima z în funcție de y. Din (17) și (19) avem

$$z = (yr)' = \sqrt{1 - 2\frac{\rho_0}{r}\frac{1}{y} + \frac{r_0^2}{r^2}\frac{1}{y^2}}, \tag{21}$$

și metrica se poate scrie:

$$ds^2 = -dr^2 - r^2y^2(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\, d\varphi^2) + \left(1 - 2\frac{\rho_0}{r}\frac{1}{y} + \frac{r_0^2}{r^2}\frac{1}{y^2}\right)c^2dt^2. \tag{21'}$$

Ecuația (19) se integrează și ne dă

$$\sqrt{y^2 - 2\frac{\rho_0}{r}y + \frac{r_0^2}{r^2}} + \frac{\rho_0}{r}\operatorname{arg\,sh}\frac{y - \frac{\rho_0^2}{r}}{\sqrt{\frac{r_0^2}{r^2} - \frac{\rho_0^2}{r^2}}} = 1 + \frac{d}{r}. \tag{22}$$

Dacă $y \approx 1$ ($g_2 \approx -r^2$), neglijând puterile superioare ale lui $(y-1)$, găsim din (22)

$$y = 1 + \frac{d}{r} + 2\frac{\rho_0}{r} + \frac{r_0^2}{r^2} - \frac{\rho_0}{r}\sqrt{1 - 2\frac{\rho_0}{r} + \frac{r_0^2}{r^2}}\ \operatorname{arg\,sh}\frac{1 - \frac{\rho_0}{r}}{\sqrt{\frac{r_0^2}{r^2} - \frac{\rho_0^2}{r^2}}}. \tag{23}$$

Constanta r_0 are ordinul de mărime $\approx 10^{-34}$, iar ρ_0 și d pentru un electron sunt

$$\rho_0 \approx 10^{-55} \quad \text{și} \quad d \approx r_0 \approx 10^{-34}.$$

Să stabilim ecuația diferențială pentru $g_4 = z^2c^2$. Am găsit mai sus (21)

$$z = (yr)' = \sqrt{1 - 2\frac{\rho_0}{r}\frac{1}{y} + \frac{r_0^2}{r^2}\frac{1}{y^2}}.$$

Să calculăm derivata lui z

$$z' = \frac{1}{2z}\frac{d(z^2)}{d(yr)}(yr)' = \frac{1}{2}\frac{d(z^2)}{d(yr)} = \frac{1}{yr}\left(\frac{\rho_0}{r}\frac{1}{y} - \frac{r_0^2}{r^2}\frac{1}{y^2}\right).$$

Inlocuind aici $\frac{\rho_0}{ry}$ cu valoarea sa din (21), găsim

$$z' = \frac{1}{2yr}\left[-\frac{r_0^2}{r^2}\frac{1}{y^2} + 1 - z^2\right]. \tag{24}$$

Ţinând seama de (21), ecuaţia (15) ne dă

$$\frac{z''}{z} + 2\frac{z'}{yr} - \frac{r_0^2}{r^4 y^4} = 0. \tag{25}$$

Pentru a găsi ecuaţia diferenţială pe care o satisface z trebue să eliminăm $\frac{1}{y}$ din (24) şi (25).

Să aducem sistemul (24), (25) la o formă mai simplă.

Inmulţind (24) cu $\frac{2}{yr}$ şi adunând cu (25), obţinem

$$\frac{z''}{z} + \frac{4z'}{yr} + \frac{z^2 - 1}{y^2 r^2} = 0. \tag{26}$$

Prin urmare trebue să eliminăm $\frac{1}{yr}$ din sistemul (24), (26):

$$r_0^2\left(\frac{1}{yr}\right)^3 + (z^2 - 1)\left(\frac{1}{yr}\right) + 2z' = 0, \tag{27}$$

$$(z^2 - 1)\left(\frac{1}{yr}\right)^2 + 4z'\left(\frac{1}{yr}\right) + \frac{z''}{z} = 0. \tag{28}$$

Deoarece (27) şi (28) sunt polinoame în $\frac{1}{yr}$, aplicăm metoda clasică. Rezultantul va fi:

$$R = \begin{vmatrix} r_0^2 & 0 & (z^2-1) & 2z' & \\ & r_0^2 & 0 & (z^2-1) & 2z' \\ (z^2-1) & 4z' & \frac{z''}{z} & & \\ & (z^2-1) & 4z' & \frac{z''}{z} & \\ & & (z^2-1) & 4z' & \frac{z''}{z} \end{vmatrix} \tag{29}$$

în locurile goale avem zero-uri).

Anulând rezultantul R al ecuaţiilor (27), (28), obţinem ecuaţia căutată, care va fi de gradul trei în z''/z după cum se vede din expresia (29) a lui R. Prin transformări succesive obţinem

$$\frac{R}{r_0^2} = \begin{vmatrix} \frac{z''}{z} & -2z'(z^2-1) & \frac{z''}{z}(z^2-1) - 8z'^2 \\ 4z' & r_0^2\frac{z''}{z} - (z^2-1)^2 & -2z'(z^2-1) \\ \frac{z^2-1}{r_0^2} & 4z' & \frac{z''}{z} \end{vmatrix}, \tag{30}$$

— expresie simetrică față de diagonala a doua. Desvoltând determinantul găsim

$$\frac{2}{0}\left(\frac{z''}{z}\right)^3 - 2\left(\frac{z''}{z}\right)^2 (z^2-1)^2 + \frac{z''}{z}(z^2-1)\left[\frac{(z^2-1)^3}{r_0^2} + 40z'^2\right] - \\ - 4z'^2\left[\frac{(z^2-1)^3}{r_0^2} + 32\,z'^2\right] = 0. \tag{31}$$

Notând $g_4 = z^2c^2 = g_0\,c^2$, să găsim explicit ecuația diferențială pentru $g_0 = \frac{g_4}{c^2}$. Observând că

$$2\frac{z'}{z} = \frac{g_0'}{g_0}, \quad 2\frac{z''}{z} = \frac{g_0''}{g_0} - \frac{1}{2}\frac{g_0'^2}{g_0^2}, \quad 4z'^2 = \frac{g_0'^2}{g_0},$$

ecuația (31) se scrie:

$$r_0^2\left(\frac{g_0''}{g_0} - \frac{1}{2}\frac{g_0'^2}{g_0^2}\right)^3 - 4\left(\frac{g_0''}{g_0} - \frac{1}{2}\frac{g_0'^2}{g_0^2}\right)^2 (g_0-1)^2 + \\ + 4\left(\frac{g_0''}{g_0} - \frac{1}{2}\frac{g_0'^2}{g_0}\right)(g_0-1)\left[\frac{(g_0-1)^3}{r_0^2} + 10\frac{g_0'^2}{g_0}\right] - \tag{31'}$$
$$- 8\frac{g_0'^2}{g_0}\left[\frac{(g_0-1)^3}{r_0^2} + 8\frac{g_0'^2}{g_0}\right] = 0.$$

Păstrând numai termenii liniari în g_0'' și g_0', putem scrie

$$4\frac{g_0''}{g_0}\frac{(g_0-1)^4}{r_0^2} = 0,$$

adică $g_0 = 1$ (cazul metricii galileene) sau $g_0 = ar + b$, însă deoarece $g_0 \to 1$ când $r \to \infty$, avem $a = 0$, $b = 1$, deci cazul precedent.

5. *Câmpul electrostatic.* Reamintindu-ne de expresia (2) a câmpului electrostatic, putem scrie:

$$F_{14} = E = -\frac{e}{4\pi c}\frac{\sqrt{g_4}}{g_2} = \frac{e}{4\pi r^2}\frac{z}{y^2} = \frac{e}{4\pi}\frac{(yr)'}{(yr)^2} = -\frac{e}{4\pi}\left(\frac{1}{yr}\right)'. \tag{32}$$

Prin urmare, potențialul câmpului electrostatic va fi

$$\varphi = \frac{e}{4\pi}\frac{1}{yr}, \tag{33}$$
$$\left(\varphi \to \frac{e}{4\pi r}, \quad \text{dacă} \quad y \to 1\right)$$

unde y este dat de (22).

Ţinând seama de (33) şi (21′), putem scrie astfel metrica:

$$ds^2 = -dr^2 - \left(\frac{e}{4\pi}\right)^2 \frac{1}{\varphi^2}(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\, d\varphi^2) + \\ + \left[1 - 2\,\rho_0 \frac{4\pi}{e}\varphi + r_0^2\left(\frac{4\pi}{e}\right)^2 \varphi^2\right] c^2\, dt^2. \tag{34}$$

Soluţia lui Schwarzschild se poate obţine punând $r_0 \to 0$ şi făcând o transformare adecuată de coordonate. Se obţine atunci [2] expresia clasică

$$ds^2 = -\frac{dr^2}{1 - 2\frac{\rho_0}{r}} - r^2(\sin^2\vartheta\, d\varphi^2 + d\vartheta^2) + \left(1 - 2\frac{\rho_0}{r}\right) c^2\, dt^2 \quad \left(\rho_0 = \frac{km}{c^2}\right). \tag{35}$$

Putem obţine o expresie aproximativă pentru intervalul ds^2 dacă în formula (21′) facem $y \to 1$ (ceea ce implică şi valori r foarte mari) şi păstrăm totuşi termenii $\frac{1}{r}$ şi $\frac{1}{r^2}$ din g_4

$$ds^2 = -dr^2 - r^2(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\, d\varphi^2) + \left(1 - 2\frac{\rho_0}{r} + \frac{r_0^2}{r^2}\right) c^2\, dt^2. \tag{36}$$

Expresia (34) a intervalului în cazul electrostatic simetric sferic este remarcabilă. Ea ne arată cum câmpul electrostatic φ modifică structura geometrică a spaţiului: potenţialele g_i sunt determinate de potenţialul φ al câmpului electrostatic.

Aceste rezultate reprezintă un pas în spre unificarea teoriei gravitaţiei şi a electromagnetismului în cazul cel mai simplu simetric sferic. Este interesant de stabilit expresia intervalului în funcţie de potenţialele câmpului electromagnetic în alte cazuri simple statice având o anumită simetrie (de exemplu câmpul unui curent rectiliniu infinit, deci cu simetrie cilindrică).

Institutul de Fizică al Academiei R.P.R.,
Secţia Fizică Teoretică,
Bucureşti.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ГРАВИТАЦИОННЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ЦЕНТРАЛЬНО СИММЕТРИЧЕСКОМ СЛУЧАЕ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Руководствуясь результатами, полученными Рейсснером в работе «Ueber Eigengravitation des elektrischen Feldes nach der Einsteinschen Theorie» (1916), который на классических основах, без каких-либо частных гипотез, пользуясь только уравнениями гравитационного поля Эйнштейна и тензором натяжений Максвелла, ищет гравитационные эффекты электрического поля центральной симметрии, автор настоящей работы ставит себе задачей вывести дифференциальные уравнения отдельно для каждого гравитационного потенциала.

Полученные автором результаты являются шагом к унитарным теориям, к объединению теории гравитации и электромагнетизма для простейшего случая центральной симметрии.

LES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DES POTENTIELS DE GRAVITATION DANS LE CAS ÉLECTROSTATIQUE SYMÉTRIQUEMENT SPHÉRIQUE

(RÉSUMÉ)

Guidé par les résultats obtenus par H. Reissner, dans son ouvrage *Ueber Eigengravitation des elektrischen Feldes nach der Einsteinschen Theorie* (1916) qui, sur des bases classiques — sans hypothèses particulières — et faisant appel uniquement aux équations du champ de gravitation d'Einstein et au tenseur des tensions de Maxwell, cherche les effets de gravitation du champ électrostatique de symétrie sphérique, l'Auteur se propose d'établir, dans ce travail, les équations différentielles pour chaque potentiel de gravitation séparément.

Les résultats obtenus par l'Auteur représentent un pas de plus vers les théories unitaires, vers l'unification de la théorie de la gravitation et de l'électromagnétisme dans le plus simple des cas symétriquement sphériques.

BIBLIOGRAFIE

1. H. Reissner, Annalen der Physik, 1916, v. 50, Nr. 9, p. 106.
2. A. Hristev, Studii şi Cercetări de Fizică, anul III, 1952, p. 198.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul IV, Nr. 3—4, 1953

CERCETĂRI EXPERIMENTALE ASUPRA COMPORTĂRII SOLUŢIILOR DE GELATINĂ ÎN ULTRASUNETE *)

DE

ALEXANDRU CIŞMAN, ST. BOJIN şi M. MUNTEANU

Se ştie că tratarea prin ultrasunete a soluţiilor de substanţe cu molecule mari poate să rupă aceste molecule în două sau mai multe bucăţi. De exemplu, amidonul trece în dextrină, zahărul în monozaharide, etc. [1].

Faptul se datoreşte, probabil, atât unor eventuale fenomene de rezonanţă internă, cât şi acceleraţiilor foarte mari la care sunt supuse particulele în câmp ultrasonor. Efectul frecvenţei nu a fost însă, până acum, destul de bine cercetat.

De asemenea, s'a constatat că viscozitatea soluţiilor de gelatină, agar-agar sau gumă arabică şi în general a soluţiilor coloidale *scade după un tratament cu ultrasunete.* Efectul depinde de energia pusă în joc, creşte odată cu mărimea particulelor şi atinge un maximum în funcţie de concentraţie, care se mută spre concentraţiile mai mici, când particulele sunt mai mari. T h i e m e [2], admiţând că faptul se datoreşte ciocnirilor între particule, dă următoarea explicaţie:

Pentru ca şocul să fie eficace, trebue ca, între două ciocniri, particulele să dispună de un spaţiu suficient pentru accelerare. La concentraţii prea mici, avem prea puţine ciocniri; la concentraţii prea mari, drumul liber pentru accelerare este prea scurt. Maximum se obţine deci când frecvenţa ciocnirilor devine aproximativ egală cu frecvenţa undelor ultrasonice.

Deoarece în câteva încercări preliminare am putut constata că, în anumite condiţii, se produce în ultrasunet nu o scindare a particulelor de gelatină în suspensie, ci dimpotrivă, o aglomerare, ne-am propus, în lucrarea de faţă, să urmărim mai în de aproape aceste fenomene.

Metoda experimentală. Cuarţul piezoelectric, argintat chimic pe ambele feţe, apoi cuprat electrolitic, era cuplat inductiv cu un oscilator de tipul Hartley în trei puncte, de circa 50 W, alimentat dintr'un redresor de 2000 V, prevăzut cu filtre de egalizare a curentului redresat.

Rezonanţa cu cuarţul putea fi constatată fie din variaţia curentului anodic al lămpii oscilatoare, fie cu un voltmetru electronic de înaltă frecvenţă, cuplat la bornele cristalului.

Ne-am servit de două cuarţuri piezoelectrice: unul de 2,5 cm diametru, cu frecvenţa proprie de 776 kHz, altul de 3,5 cm diametru, cu frecvenţa proprie

*) Comunicare prezentată Institutului la 20 Noembrie 1950.

de 570 kHz. *Nu am putut evidenția vreo diferență între rezultate, datorită schimbării de frecvență.*

Figura 1 arată detaliile de montaj ale cuarțului.

Pentru măsurile de viscozitate, ne-am servit de viscozimetru de torsiune, de tipul Couette, reprezentat schematic în figura 2.

Montura cuarțului, cu tubul de sticlă în care se află soluția de tratat, este

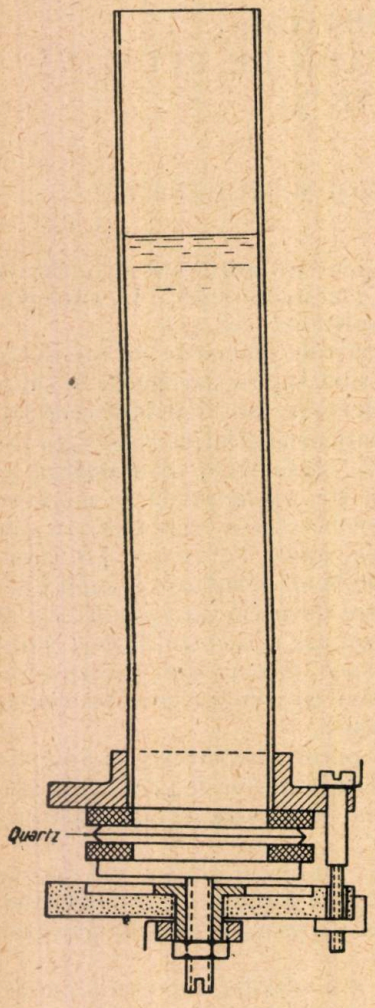


Fig. 1

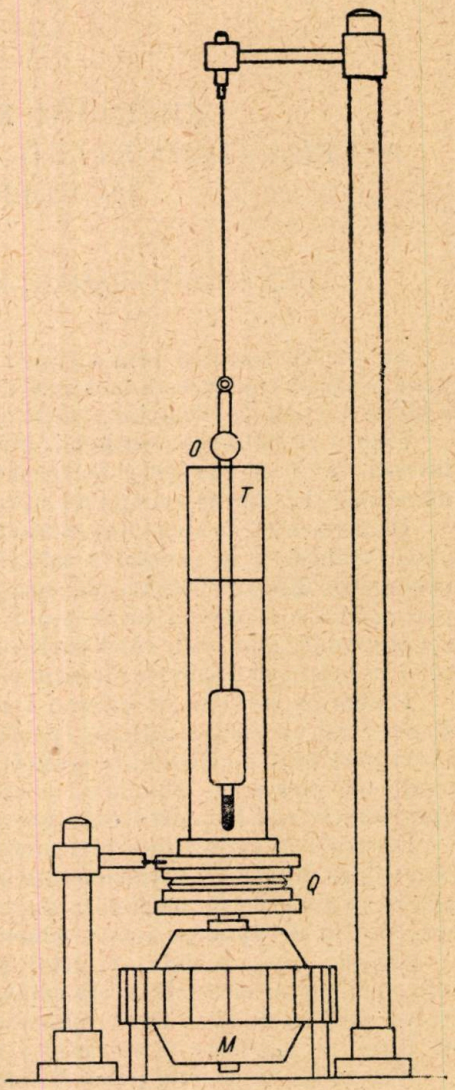


Fig. 2

fixată pe axul unui motor electric sincron *M* și rotită la turația constantă de 42 de ture minut.

Un termometru foarte subțire *T* este atârnat cu un fir metalic de un suport fix, iar pe termometru este fixat un cilindru plin, de alamă aurită. Rotația

vasului antrenează prin viscozitate cilindrul de alamă iar torsiunea corespunzătoare a firului de suspensie poate fi citită pe o scală gradată, prin deplasarea unui spot luminos.

Citirea termometrului se face dela distanță, cu o lunetă, putându-se aprecia zecimea de grad.

In paralel, după terminarea măsurării cu viscozimetrul de mai sus, aceeași soluție pipetată din aparat era trecută într'un viscozimetru Ostwald cu tub capilar, cufundat într'un termostat la 26°C, pentru a se măsura timpul de scurgere.

Cu ambele viscozimetre s'au făcut trei serii de măsurări:

1. Se determină viscozitatea soluției proaspete la o temperatură dată, înaintea tratării în ultrasunet (40°C).

2. Se determină, la aceeași temperatură, viscozitatea soluției după tratarea în ultrasunet. In timpul tratării, chiar după câteva minute, soluția se încălzește până aproape de 70°C. După tratare, ea este lăsată în aparat până revine la temperatura dorită (40°C) [1]).

3. O porțiune din aceeași soluție este ținută la etuvă, unde este menținută un timp egal cu acela de tratare la aceeași temperatură de 70°, atinsă în timpul tratării cu ultrasunete. Apoi este introdusă în aparatul de măsurare și lăsată să se răcească. Se determină viscozitatea ei la aceeași temperatură de 40 C, pentru a verifica dacă schimbările se datoresc în adevăr ultrasunetului sau numai simplei încălziri inevitabile.

Pentru a evita depunerea de bule de aer pe cilindrul viscozimetrului, apa de disolvire a fost la fiecare operație degazată în prealabil prin fierbere îndelungată, iar soluția a fost preparată la cald în aceleași condiții de temperatură.

Pentru a exclude eventuale alterări, am lucrat întotdeauna cu soluții proaspete, preparate imediat înaintea determinărilor, pe cât posibil în condiții identice

A. SOLUȚIILE DE GELATINĂ

1. S'a determinat în prealabil influența *timpului de tratare* în ultrasunet. S'au obținut următoarele rezultate:

temperatura în timpul măsurării	40°C					
concentrația soluției	0,5 %					
viscozimetrul de torsiune						
Timpul de tratare (minute)	0	3	6	9	15	45
Deviația spotului (mm)	231	308	330	332	336	364

Variațiile mari de viscozitate apar deci din primele minute de tratare. Pentru a nu încălzi inutil soluțiile și a provoca astfel schimbări de concentrare prin evaporări, am limitat timpul de tratare la 5 minute, în toate măsurările de mai jos, cu atât mai mult cu cât numeroase verificări, făcute la alte concentrații, au dus la rezultate analoage.

Măsurările făcute la început cu timpuri de tratare de 1—2 ore au fost inutilizabile, pentrucă refăcând volumul inițial prin adăugare de apă, rezultatele nu mai erau comparabile.

2. *Influența concentrației.* Rezultatele consemnate în tabloul Nr. 1 reprezintă media unui număr mai mare de măsurări. Ele nu sunt perfect concordante, dată fiind imposibilitatea de a obține două soluții coloidale riguros identice.

[1]) Motorul de antrenare al sistemului a fost menținut în rotație neîntreruptă, atât în timpul tratării cu ultrasunet, cât și în timpul răcirii soluțiilor examinate.

Abaterile faţă de valorile medii nu depăşesc însă $\pm$ 10%, aşa că aspectul general al curbelor nu este sensibil modificat.

Timpul de tratare în ultrasunet, respectiv încălzire ..... 5 minute
Temperatura în timpul măsurării ..... 40°C
Viscozimetrul de torsiune. Datele sunt exprimate în milimetri pe scara gradată, fiind proporţionale cu viscozităţile.

Tabloul Nr. 1

Concentraţia %	Soluţia netratată (Curba I)	După tratare cu ultrasunet (Curba II)	După încălzire la 70°C (Curba III)
0	142	142	142
0,1	150	153	151
0,2	171	248	207
0,3	176	294	157
0,35	184	307	231
0,4	210	312	278
0,5	225	318	269
0,7	173	310	224
1,0	209	330	202

In figura 3 am notat cu I, II şi III curbele respective. Din ele se vede că, în vreme ce la soluţii netratate sau numai încălzite, variaţia viscozităţii cu con-

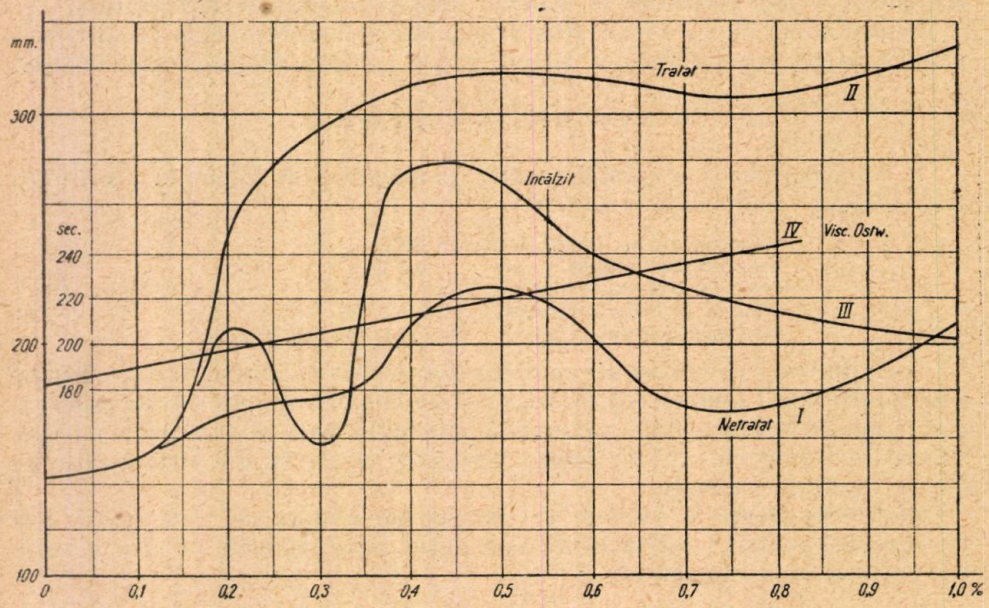


Fig. 3

centraţia decurge după curbe aproximativ similare, la cele tratate 5 minute în ultrasunet, variaţiile sunt la început rapide, în funcţie de concentraţie, fixându-se la un palier cu un minimum foarte puţin accentuat, ce corespunde concentraţiei de 0,8%.

Repetând măsurările cu aceleași soluții, introduse după aceea în viscozimetrul Ostwald, am obținut la 26°C, următoarele timpuri de scurgere, exprimate în secunde, date în tabloul Nr. 2.

Cele trei curbe se suprapun deci, iar variația cu concentrația este liniară (curba IV, figura 3).

Tabloul Nr. 2

Concentrația %	Soluția netratată	Soluția tratată 5 minute ultrasunet	Soluția încălzită
0	182	182	182
0,1	193	189	189
0,2	195	196	194
0,3	199	200	200
0,4	208	211	212
0,6	228	228	229
0,8	241 sec.	242 sec.	243 sec.

Aspectul fenomenului studiat cu viscozimetrul Ostwald diferă deci cu desăvârșire de rezultatele obținute cu viscozimetrul de torsiune. In timp ce viscozimetrul Ostwald nu arată nicio schimbare sensibilă a viscozității după încălzire sau tratare cu ultrasunet, cel puțin pentru frecvența și energia la care am făcut această tratare, viscozimetrul de torsiune arată variații foarte mari de viscozitate în toate cazurile, iar curbele obținute în funcție de concentrație nu mai sunt liniare, ci prezintă maxime și minime succesive.

Pe de altă parte, aspectul turbulent al soluției, în timpul tratării, cât și mișcarea șovăitoare a bulelor de gaz ce se degajă din ea indică o tendință spre coagulare în masă.

Această coagulare este însă foarte labilă. Ciocnirea particulelor disperse de moleculele de apă formează, probabil aglomerări moleculare, al căror echilibru este cu totul nestabil.

Când pipetăm soluția, după tratarea cu ultrasunet, stricăm acest echilibru și particulele revin la starea inițială. De aceea, viscozimetrul Ostwald nu mai arată nicio diferență.

In experiențele noastre, ultrasunetul nu provoacă fărâmițarea particulelor, așa cum rezultă din experiențele altor cercetători, ci dimpotrivă, favorizează asociațiile moleculare între particule disperse, liofile, și moleculele de apă.

Pentru a verifica această interpretare, am repetat experiențele, măsurând de mai multe ori succesiv viscozitatea numai cu viscozimetrul de torsiune, după ce aceeași soluție, tratată prealabil în ultrasunet, a fost agitată cu o baghetă de sticlă sau chiar cu termometrul de care era fixat cilindrul de alamă al viscozimetrului.

Rezultatele sunt următoarele:

Concentrația 4/1000
Temperatura în timpul măsurării ..... 40°C
Timpul de tratare în ultrasunet..... 5 minute
Deviația spotului în milimetri
După tratare în ultrasunet 355
După o primă agitare ușoară 315
După a doua agitare mai lungă 285
După a treia agitare 255
Inainte de tratare cu ultrasunet 220

Experiența confirmă deci explicația de mai sus a existenței asociațiilor moleculare foarte labile, care sunt distruse fie de agitația mecanică simplă, fie prin pipetare, fie chiar în trecerea forțată prin capilara viscozimetrului Ostwald[1]).

B. MĂSURĂRI DE TENSIUNI SUPERFICIALE

Cu ajutorul unui tensiometru de tipul Lecomte du Noüy, construit în atelierul Facultății, am făcut de asemenea o serie de măsurări ale variației tensiunii superficiale la soluțiile proaspete de gelatină în funcție de concentrație și timpul de tratare. Dispozitivul experimental este reprezentat în figura 4.

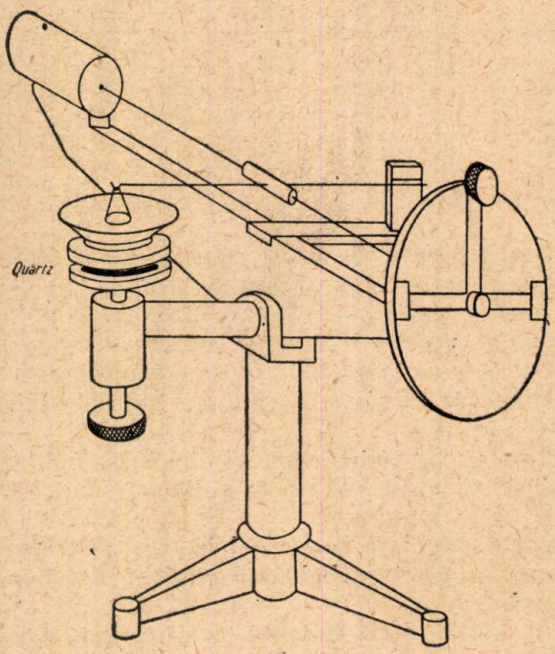


Fig. 4

Constanta de torsiune a firului se determină în prealabil cu greutăți analitice etalonate. Rezultatele sunt cele date în tabloul Nr. 3.

Tabloul Nr. 3

Concentrația	Timpul de tratare în ultrasunet					
	0 sec.	30 sec.	60 sec.	90 sec.	120 sec.	150 sec.
0,4 %	87,7	90,1	93	93,4	—	—
0,6 %	95,4	94,8	94,2	93,4	92,8	91,3
0,8 %	86,8	91,2	94	95,2	95,9	96,5
1,0 %	81,4	89,7	94	95,6	96	96,5

[1]) Măsurările de viscozitate la soluțiile de gelatină făcute de R. H. Rogue în 1921, citate în tabelele Landolt, ediția 1927, nu arată maximele și minimele obținute de noi la soluțiile proaspete, netratate în ultrasunet. Curba prezintă doar o ușoară concavitate, între concentrațiile de 0,1 și 1,0 %.

Curbele din figurile 5 și 6 reprezintă respectiv variația tensiunii superficiale în funcție de timpul de tratare în ultrasunet și în funcție de concentrație, la timpuri de tratare date.

In special curbele din figura 6 arată variații analoage cu acelea dela viscozitate.

Nu am putut urmări fenomenul pentru concentrații mai mici de 0,4%, deoarece cuarțul a crăpat în timpul măsurărilor.

C. SOLUȚIILE DE AGAR-AGAR

Soluțiile de agar-agar au fost cercetate mai mult calitativ pentrucă rezultatele nu sunt reproductibile. Substanța este prea puțin solubilă la rece, de aceea soluțiile trebue preparate prin fierbere și se prea poate ca această temperatură ridicată să provoace transformări care să mascheze efectul ultrasunetului, cel puțin în parte.

In linii generale, comportarea este analoagă cu cea a soluțiilor de gelatină (pentru concentrații mai mari de 1/100), dar efectul se inversează la concentrațiile mai mici.

Tabloul Nr. 4 dă deviațiile în milimetri ale spotului, măsurările fiind făcute cu viscozimetrul de torsiune.

Tabloul Nr. 4

Soluția	Concentrația 0,5/1000	Concentrația 1,0/1000
Soluția netratată	204 mm	356 mm
Soluția tratată cu u.s.	181 mm	155 mm
Soluția încălzită în etuvă.....	191 mm	315 mm

Timpul de tratare sau încălzire ..... 2 ore
Viscozitate măsurată la ..... 40°C

Soluțiile cercetate au fost obținute prin diluarea unei soluții mai concentrate, ținută 24 de ore la ghiață. In timpul tratării, se evaporează o parte din apă care trebue adăugată la loc pentru a reface volumul inițial. Din aceste motive s'ar putea să apară schimbări de constituție care să falsifice rezultatele.

Important de menționat este numai că, în timpul tratării, soluțiile de concentrații mai mari de 0,5% se floculează în ultrasunet, începând dela temperaturi mai mari de 30°. Continuând tratarea, se produce o coagulare în masă, care dispare când temperatura atinge 50°. Când floculația începe să dispară, temperatura soluției *scade spontan cu câteva grade*, cu toate că tratarea cu ultrasunet a continuat neîntrerupt. După ce floculația dispare complet, temperatura începe din nou să crească regulat. Aceste fenomene nu au fost observate la soluțiile încălzite la etuvă și deci nu se datoresc decât efectului ultrasunetului.

Dispariția floculației se face deci cu absorpție de energie.

D. MĂSURĂRI DE CONDUCTIBILITATE

Măsurări de conductibilitate făcute în aceleași condiții, la aceleași soluții, nu au arătat niciun fel de modificări după tratarea în ultrasunet.

Ar fi interesant de cercetat pragul energiei ultrasonore, dela care asociațiile moleculare încep să fie înlocuite prin sfărâmarea particulelor (constatată mai înainte de alții), dar cuarțurile pe care le-am avut la dispoziție nu puteau să suporte energii mai mari (unul din ele fiind forțat, a crăpat după două minute de funcționare).

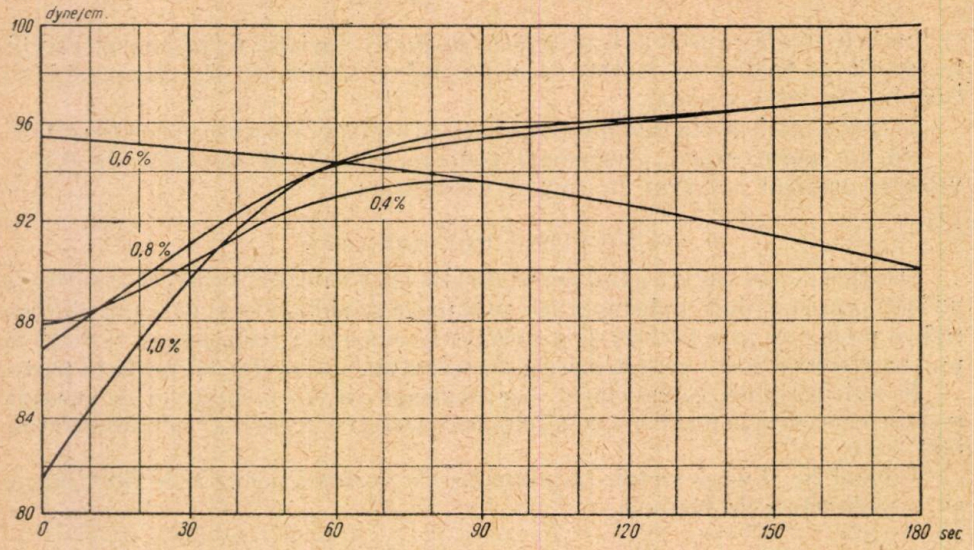

dyne/cm.
100
96
92
88
84
80
0
30
60
90
120
150
180 sec
0,6 %
0,4 %
0,8 %
1,0 %

Fig. 5

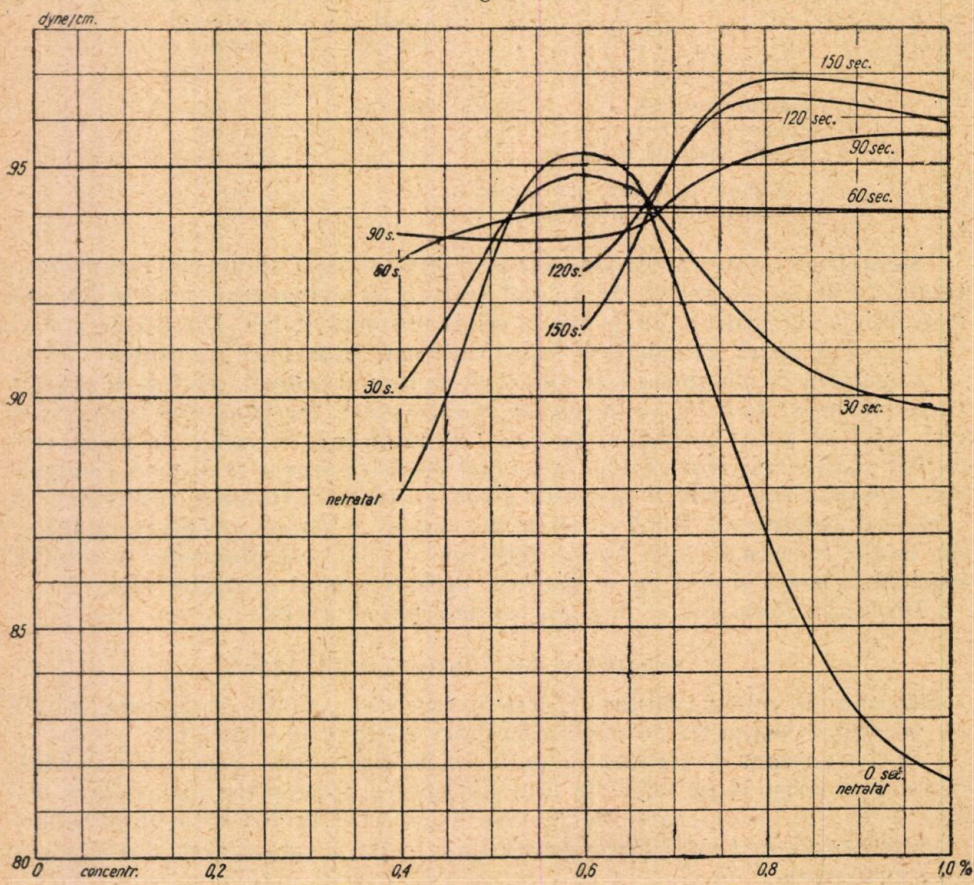

dyne/cm.
95
90
85
80
0
concentr.
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0 %
150 sec.
120 sec.
90 sec.
60 sec.
30 sec.
0 sec.
netrat
90 s.
60 s.
120 s.
150 s.
30 s.
netrat

Fig. 6

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПО ПОВЕДЕНИЮ ЖЕЛАТИНОВЫХ РАСТВОРОВ ПРИ УЛЬТРАЗВУКАХ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Измерялась вязкость, проводимость и поверхностное натяжение водных растворов желатина и агар-агара с целью выявить эффект ультразвуков на дисперсированные частицы.

Были получены следующие результаты.

А. При измерениях с крутильным вискозиметром (рис. 2): 1) вязкость желатиновых растворов при действии ультразвуков растет во времени и стремится к предельному значению; 2) изменение вязкости в зависимости от концентрации обнаруживает последовательные максимумы и минимумы как для холодных и не облученных ультразвуками (рис. 3, кривая I), так и для нагретых (рис. 3, кривая III) или облученных ультразвуками растворов (кривая II).

Б. Вискозиметр Оствальда с капиллярной трубкой обнаруживает только линейный ход изменений вязкости в зависимости от концентрации для холодных, нагретых или облученных ультразвуками растворов (рис. 3, кривая IV).

В. Растворы агар-агара ведут себя, в основном, как растворы желатина; но действие ультразвуков вызывает флокуляцию с последующей массивной коагуляцией между 30° и 50°. При более высоких температурах эти растворы опять становятся жидкими с резким падением температуры, что указывает на определенное поглощение энергии.

Г. Измерение поверхностного натяжения при помощи крутильного тенсиометра Леконта дю Нуи в тех же условиях позволяет получить кривые рисунков 5 и 6.

Е. Проводимость растворов не изменяется под влиянием ультразвуков.

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR LE COMPORTEMENT DES SOLUTIONS DE GÉLATINE DANS LES ULTRA-SONS

(RÉSUMÉ)

Les Auteurs ont mesuré les viscosités, les conductibilités et les tensions superficielles des solutions de gélatine et d'agar-agar dans l'eau, afin de mettre en évidence l'effet des ultra-sons sur les particules dispersées.

Voici les résultats obtenus:

A. Mesures faites avec un viscosimètre à torsion (fig. 2).

1° La viscosité des solutions de gélatine, ultra-sonées, augmente avec le temps et tend vers une valeur-limite.

2° Les viscosités, en fonction des concentrations, présentent des maxima et minima successifs, tant pour les solutions fraîches et non soumises aux ultra-sons (courbe I, fig. 3) que pour les solutions chauffées à l'étuve (courbe III) ou soumises aux ultra-sons (courbe II).

B. Le viscosimètre à tube capillaire d'Ostwald ne montre qu'une variation à allure linéaire de la viscosité en fonction des concentrations et aucune diffé-

rence entre les solutions fraîches, chauffées à l'étuve ou soumises aux ultra-sons (courbe IV, fig. 3).

C. Les solutions d'agar-agar se comportent, en ligne générale, de la même manière que les solutions de gélatine, mais soumises aux ultra-sons, il se produit des *floculations* suivies d'une *coagulation* en masse, entre 30° et 50°C. Aux températures plus élevées, ces solutions redeviennent fluides, mais leur fluidité provoque une chute brusque et spontanée de la température, impliquant ainsi une absorption d'énergie.

D. Des mesures de tension superficielle, à l'aide du tensiomètre à torsion de Lecomte du Noüy, dans les même conditions que ci-dessus, permettent d'obtenir les courbes de la figure 5 et de la figure 6.

E. La conductibilité des mêmes solutions ne varie pas par l'effet des ultra sons.

BIBLIOGRAFIE

1. Szalay A., Z. Phys. Chem. A., 1933, v. 164, p. 234.
2. Thieme E., Phys. Zschr., 1938, v. 39, p. 384.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul IV, Nr. 3—4, 1953

LINIILE DE CÂMP MAGNETIC ALE UNUI TRIUNGHI DE CURENŢI RECTILINII *)

DE

SABBA S. ŞTEFĂNESCU

1. In prospecţia electrică a subsolului, studiul focalizării câmpului magnetic al unui emiţător constituit din trei curenţi rectilinii de mare lungime ne-a condus la examinarea următoarei probleme de fizică-matematică clasică:

Care sunt liniile de câmp magnetic ale unui ansamblu de trei curenţi rectilinii, de lungime infinită?

Având în vedere complexitatea ecuaţiilor diferenţiale ale acestor linii, nu este surprinzător faptul că literatura de specialitate nu conţine indicaţii cu privire la rezolvarea lor. In cele ce urmează, vom arăta că *problema celor trei curenţi*, enunţată mai sus, poate fi soluţionată prin cuadraturi în cazul particular când curenţii sunt situaţi *în acelaşi plan* şi au intensitate egală. In acest caz, ecuaţiile diferenţiale ale liniilor de câmp magnetic — «linii H» — admit o *integrală algebrică de gradul 6*. Vom arăta de asemenea că o a doua integrală se poate obţine în acelaşi caz, egalând cu o constantă arbitrară o anumită sumă abeliană, legată de integrala algebrică de mai sus.

2. Pentru a stabili ecuaţiile diferenţiale ale problemei, vom admite că cei trei curenţi sunt situaţi în planul xoy, conductorii rectilinii D_i ($i = 1, 2, 3$), care îi poartă, având ecuaţiile

$$U_i = x\cos\alpha_i + y\sin\alpha_i - h_i = 0 \qquad (i = 1, 2, 3) \tag{1}$$

sau

$$U_i = u_i - h_i, \tag{2}$$

cu notaţia prescurtată

$$u_i = x\cos\alpha_i + y\sin\alpha_i . \tag{3}$$

Pentru a calcula componentele câmpului magnetic al unui curent rectiliniu D_i de intensitate I, introducem sistemul cartesian auxiliar (o, ξ, η, ζ), a cărui axă $o\eta$ este paralelă cu dreapta D_i. Presupunând în cele ce urmează $2I = 1$, se vede cu uşurinţă că, în sistemul auxiliar de mai sus, componentele câmpului magnetic ale curentului D_i au ca expresie, conform legii Biot-Savart, în unităţi electromagnetice

$$(H_\xi)_i = \frac{z}{(\xi_i - h_i)^2 + z^2}, \qquad (H_\eta)_i = 0, \qquad (H_z)_i = \frac{-(\xi_i - h_i)}{(\xi_i - h_i)^2 + z^2} .$$

*) Comunicare prezentată Institutului la 7 Aprilie 1953.

Revenind la sistemul de coordonate $oxyz$ și observând că

$$\xi_i = x\cos\alpha_i + y_i \sin\alpha_i = u_i$$

componentele magnetice vor deveni

$$(H_x)_i = \frac{z\cos\alpha_i}{U_i^2 + z^2}\,; \quad (H_y)_i = \frac{z\sin\alpha_i}{U_i^2 + z^2}\,; \quad (H_z)_i = \frac{-U_i}{U_i^2 + z^2}\,. \tag{4}$$

Conform principiului de liniaritate al electrodinamicii clasice, câmpul magnetic total, determinat în punctul (x, y, z) de curenții D_i, este suma vectorială a câmpurilor acestor curenți și, în consecință, are drept componente

$$H_x = \sum_{i=1}^{3} \frac{z\cos\alpha_i}{U_i^2 + z^2}\,; \quad H_y = \sum_{i=1}^{3} \frac{z\sin\alpha_i}{U_i^2 + z^2}\,. \tag{5}$$

$$H_z = \sum_{i=1}^{3} \frac{-U_i}{U_i^2 + z^2}\,.$$

Ecuațiile diferențiale ale liniilor de câmp magnetic sunt

$$\frac{dx}{H_x} = \frac{dy}{H_y} = \frac{dz}{H_z} \tag{6}$$

H_x, H_y, H_z având expresiile (5).

3. Pentru a rezolva sistemul ecuațiilor (6), vom examina în prealabil cazul când triunghiul curenților D_i se reduce la un punct, pe care îl vom presupune a fi chiar originea o a sistemului de coordonate.

In această situație, $h_i = 0$ $(i = 1, 2, 3)$, ecuațiile dreptelor D_i se reduc la $u_i = 0$, componentele câmpului magnetic păstrează forma (5), cu u_i în loc de U_i, iar ecuațiile diferențiale (6) se scriu

$$\frac{dx}{z\sum_{i=1}^{3} \frac{\cos\alpha_i}{u_i^2 + z^2}} = \frac{dy}{z\sum_{i=1}^{3} \frac{\sin\alpha_i}{u_i^2 + z^2}} = \frac{dz}{\sum_{i=1}^{3} \frac{-u_i}{u_i^2 + z^2}}\,. \tag{6'}$$

Problema propusă devine un caz particular al problemei liniilor H dimprejurul unei ramificații de curenți rectilinii, problemă rezolvată în lucrări anterioare [1], [2].

Soluția aflată în aceste lucrări, [1], [2], pentru ramificația de curenți generală, particularizată la cazul celor trei drepte D_i, este următoarea:

Liniile H sunt curbe sferice. Familia sferelor

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2 = \text{const.} \quad (r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) \tag{7}$$

constitue o primă integrală a ecuațiilor (6').

O a doua integrală a aceloraşi ecuații este reprezentată de familia de conuri cu vârful în origine

$$\frac{(r - w_1)(r - w_2)(r - w_3)}{(r + w_1)(r + w_2)(r + w_3)} = k, \tag{8}$$

ecuație în care s'a introdus notația

$$w_i = -x \sin \alpha_i + y \cos \alpha_i$$

și în care k este o constantă arbitrară.

Pentru cele ce urmează, este preferabil să scriem această a doua integrală sub forma echivalentă

$$\frac{[(w_1 + w_2 + w_3)\, r^2 + w_1 w_2 w_3]^2}{(r^2 - w_1^2)(r^2 - w_2^2)(r^2 - w_3^2)} = \frac{(1-k)^2}{4k} = \text{const.} \tag{8'}$$

sau, având în vedere că

$$r^2 - w_i^2 = x^2 + y^2 + z^2 - (-x \sin \alpha_i + y \cos \alpha_i)^2 =$$

$$= (x \cos \alpha_i + y \sin \alpha_i)^2 + z^2 = u_i^2 + z^2,$$

$$\frac{[(w_1 + w_2 + w_3)(x^2 + y^2 + z^2) + w_1 w_2 w_3]^2}{(u_1^2 + z^2)(u_2^2 + z^2)(u_3^2 + z^2)} = \text{const.} \tag{8''}$$

Sub această ultimă formă vedem că

a) Conurile (8) sunt în genere suprafețe de gradul 6. Liniile H sunt intersecțiile acestor conuri cu sferele (7). Ele sunt deci în genere curbe algebrice de gradul 12.

b) Printre conurile (8) există suprafețele integrale — duble — de gradul 3

$$(w_1 + w_2 + w_3)(x^2 + y^2 + z^2) + w_1 w_2 w_3 = 0 \tag{9}$$

care determină pe sferele (7) linii H — duble — de gradul 6.

c) Ansamblul celor 6 planuri isotrope

$$(u_1^2 + z^2)(u_2^2 + z^2)(u_3^2 + z^2) = 0 \tag{10}$$

care trec prin cei trei curenți rectilinii, constitue de asemenea o integrală particulară a ecuațiilor (6').

4. Sub forma (8'') integrala conține variabilele w_i și nu poate fi generalizată imediat la cazul unor drepte D_1, D_2, D_3 neconcurente în același punct. In vederea acestei generalizări, vom transforma numărătorul expresiei (8'') astfel încât să nu apară în el decât variabilele u_i. In acest scop, ne vom folosi de identitatea în x, y, z, α_1, α_2, α_3:

$$\begin{aligned}[(w_1 + w_2 + w_3)(x^2 + y^2 + z^2) + w_1 w_2 w_3][\sin(\alpha_2 - \alpha_3) + \sin(\alpha_3 - \alpha_1) + \\ + \sin(\alpha_1 - \alpha_2)] \equiv [1 + \cos(\alpha_2 - \alpha_3)](u_2 - u_3)(u_1^2 + z^2) + \\ + [1 + \cos(\alpha_3 - \alpha_1)](u_3 - u_1)(u_2^2 + z^2) + \\ + [1 + \cos(\alpha_1 - \alpha_2)](u_1 - u_2)(u_3^2 + z^2).\end{aligned} \tag{11}$$

Verificarea acestei identități este dată în anexa I.

Utilizând identitatea de mai sus și introducând notațiile

$$\cos(\alpha_2 - \alpha_3) = \mu_1, \quad \cos(\alpha_3 - \alpha_1) = \mu_2, \quad \cos(\alpha_1 - \alpha_2) = \mu_3 \tag{12}$$

$$\begin{aligned}f_3 = (1 + \mu_1)(u_2 - u_3)(u_1^2 + z^2) + (1 + \mu_2)(u_3 - u_1)(u_2^2 + z^2) + \\ + (1 + \mu_3)(u_1 - u_2)(u_3^2 + z^2)\end{aligned} \tag{13}$$

vedem că integrala (8'') se poate scrie

$$\frac{[f_3]^2}{(u_1^2+z^2)\,(u_2^2+z^2)\,(u_3^2+z^2)} = \text{const.} \qquad (8''')$$

Revenind la cazul inițial al dreptelor neconcurente, observăm că sistemele (6) și (6') devin identice dacă înlocuim u_i prin U_i; suntem astfel conduși a scrie, pentru sistemul (6), integrala primă analoagă cu (8''')

$$\boxed{\frac{[F_3]^2}{(U_1^2+z^2)\,(U_2^2+z^2)\,(U_3^2+z^2)} = \lambda} \qquad (14)$$

unde am pus

$$\boxed{\begin{aligned} F_3 = (1+\mu_1)(U_2-U_3)(U_1^2+z^2) + (1+\mu_2)(U_3-U_1)(U_2^2+z^2) + \\ + (1+\mu_3)(U_1-U_2)(U_3^2+z^2) \end{aligned}} \qquad (15)$$

λ fiind o constantă arbitrară.

Valabilitatea integralei prime (14) este verificată prin calcul direct în anexa II.

Liniile H ale triunghiului de curenți de egală intensitate sunt deci situate pe suprafețele algebrice — de gradul 6 — reprezentate de ecuația (14). Vedem că una dintre aceste suprafețe se reduce la *suprafața dublă de gradul 3*, $F_3 = 0$, care joacă un rol deosebit de important în problema liniilor H ale triunghiului.

5. Suprafața F_3 posedă numeroase proprietăți geometrice, pe care cititorul le va regăsi cu ușurință pe cale analitică, luând ca origine a sistemului de coordonate, centrul cercului înscris în triunghiul curenților; aceasta revine în a pune în ecuațiile (1) $h_i = h$, h fiind raza cercului înscris.

In cele ce urmează, vom numi *bisectoare interioară* a unghiului dintre doi curenți rectilinii, dreapta echidistantă față de laturile unghiului, în raport cu care cei doi curenți sunt dispuși simetric și au sensuri de parcurs *opuse*. Dreapta care trece prin vârful unghiului și este perpendiculară pe bisectoarea interioară va fi bisectoarea *exterioară*.

Cu aceste convenții, putem enunța pentru suprafața F_3 următoarele teoreme:

a) F_3 trece prin vârfurile triunghiului de curenți; în aceste puncte, F_3 este tangentă la planurile-paralele cu oz—care au ca urmă în planul $x\,o\,y$ bisectoarele interioare ale triunghiului.

b) F_3 conține axa oz; planurile care trec prin această axă și prin vârfurile triunghiului intersectează suprafața F_3 după drepte imaginare, acestea fiind intersecțiile planurilor izotrope care trec prin cei trei curenți.

c) F_3 intersectează laturile triunghiului în punctele de tangență ale fiecărei laturi cu cercul exînscris corespunzător. In aceste « puncte de trecere » N_i, suprafața F_3 este perpendiculară pe curentul respectiv D_i.

d) Planurile tangente la F_3 în punctele N_i se întâlnesc pe o dreaptă — dreapta π — paralelă cu oz, a cărei urmă în planul $z = 0$ este centrul π al cercului circumscris triunghiului format de centrele cercurilor exînscrise, O_1, O_2 și O_3.

Dreapta π este situată pe suprafața F_3. Planul care trece prin π și printr'un punct N_i intersectează F_3 după două drepte izotrope, concurente în N_i.

e) Planul determinat de dreptele oz și π este tangent la suprafața F_3 de-a-lungul axei oz. In corolar:

Razele cercului înscris care leagă centrul O al acestui cerc cu punctele lui de tangență la laturile triunghiului, fiind considerate ca vectori, au o sumă geometrică situată pe dreapta $o\pi$.

f) F_3 trece prin punctul M de întâlnire a dreptelor care leagă vârfurile triunghiului cu punctele N_i ale laturilor opuse.

Cu privire la suprafețele S_6 — de gradul 6 — reprezentate de ecuația (14), se pot indica următoarele proprietăți:

g) Suprafețele S_6 trec prin vârfurile triunghiului de curenți și au în aceste puncte aceleași planuri tangente ca și F_3.

h) Suprafețele S_6 au în punctele N_i puncte conice; planurile tangente la o suprafață S_6 în punctul N_i înfășură un con circular având ca axă, dreapta D_i.

i) Urma unei suprafețe S_6 pe planul $z = 0$ este o curbă de gradul 6 care se descompune în două curbe de gradul 3.

Fiecare dintre acestea trece prin vârfurile triunghiului de curenți, puncte în care ele sunt tangente la bisectoarele interioare corespunzătoare, și prin cele trei puncte N_i.

6. Pentru soluționarea completă a problemei propuse este necesar să aflăm o a doua integrală primă a sistemului de ecuații (6).

Un procedeu general de determinare a unei asemenea integrale, procedeu bazat pe noțiunea de invariant integral, este în principiu următorul:

Să considerăm în vecinătatea punctului lor conic comun N_i o suprafață integrală S_6 corespunzătoare unei valori date a parametrului λ din ecuația (14), precum și suprafața integrală vecină S corespunzătoare valorii apropiate $\lambda + \Delta\lambda$ a aceluiași parametru.

Fie C o linie de câmp magnetic situată pe S și M un punct pe linia C. Coborîm din M o perpendiculară pe curentul D_i care trece prin punctul conic N_i; notăm cu M' intersecția acestei perpendiculare cu S $(\lambda + \Delta\lambda)$.

Considerăm fluxul magnetic $\Delta\Phi$ care străbate triunghiul curbiliniu NMM' al cărui plan trece prin D_i. Acest flux este finit, deși câmpul magnetic H crește indefinit în vecinătatea lui N_i. Faptul acesta se poate verifica ușor în cazul când suprafețele S sunt conuri circulare exacte; îl vom admite fără demonstrație — pentru cazul general.

Ansamblul liniilor magnetice care trec prin segmentul de dreaptă MM' închide împreună cu conurile $S(\lambda)$ și S $(\lambda + \Delta\lambda)$ un spațiu interconic anular. Fluxul magnetic care circulă prin acest spațiu anular este evident constant; oricare ar fi secțiunea lui printr'un plan arbitrar trecând prin D_i, vom afla pentru flux valori identice. Exprimând această constanță pentru cazul când M' este infinit aproape de M, vom obține o a doua integrală a problemei, care va defini linia C pe suprafața S.

Pentru a preciza cele de mai sus, introducem un sistem de coordonate cilindrice (ρ, φ, ζ), având originea în punctul N_i, axa $N_i\zeta$ fiind însăși dreapta D_i (fig. 1); azimutul φ este socotit în sensul pozitiv împrejurul axei $N_i\zeta$, plecând dela planul $z=0$. Ecuația suprafeței S în vecinătatea punctului N_i se poate scrie

$$\rho = \rho(\zeta, \varphi, \lambda). \tag{16}$$

Considerăm în planul $\varphi = \text{const}$ arcul de curbă NM, corespunzător valorii λ și arcul NM', corespunzător valorii $\lambda + \Delta\lambda$.

Numind H_φ componenta câmpului magnetic a celor trei curenţi perpendiculară pe planul $\varphi = \text{const}$ — mărime ce poate fi întotdeauna calculată cu uşurinţă plecând dela componentele cartesiene (5) ale vectorului H — vedem

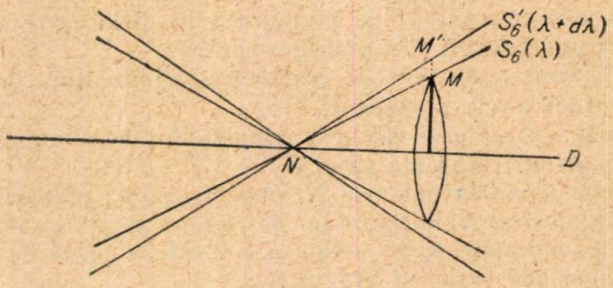


Fig. 1

că fluxul magnetic care trece prin triunghiul curbiliniu NMM' are ca valoare

$$d\Phi = \int_0^\zeta H_\varphi \frac{\partial \rho}{\partial \lambda} d\lambda\, d\zeta.$$

Exprimând că acest flux este acelaşi pentru toate valorile unghiului φ, obţinem o a doua integrală a problemei

$$\int_0^\zeta H_\varphi(\zeta, \varphi, \lambda) \frac{\partial \rho(\zeta, \varphi, \lambda)}{\partial \lambda} d\lambda\, d\zeta = \text{const.} \tag{17}$$

In această sumă se presupune ρ înlocuit prin expresia (16), astfel încât, pentru λ dat, primul membru nu depinde decât de ζ şi φ. Pentru o valoare determinată a constantei din membrul al doilea al ecuaţiei de mai sus, această ecuaţie reprezintă o linie H, pe suprafaţa $S(\lambda)$.

Metoda al cărei principiu a fost schiţat mai sus — metodă care, precum rezultă din cele expuse, poate fi numită a «fluxului magnetic elementar invariant» — permite calculul complet al liniilor H ale circuitelor filiforme în cazurile când cunoaştem o integrală primă a ecuaţiilor acestor linii; singura condiţie pe care trebue să o îndeplinească această integrală primă este ca familia de suprafeţe corespunzătoare să prezinte un punct conic comun.

In cazul particular al triunghiului, suma din primul membru al ecuaţiei (17) este o integrală abeliană ataşată suprafeţelor algebrice (14).

Prin stabilirea integralelor (14) şi (17), problema liniilor H ale triunghiului de curenţi de egală intensitate poate fi considerată ca rezolvată.

Anexa I

Identitatea

$$[(w_1+w_2+w_3)(x^2+y^2+z^2)+w_1w_2w_3][\sin(\alpha_2-\alpha_3)+\sin(\alpha_3-\alpha_1)+\sin(\alpha_1-\alpha_2)]$$
$$\equiv[1+\cos(\alpha_2-\alpha_3)](u_2-u_3)(u_1^2+z^2)+[1+\cos(\alpha_3-\alpha_1)](u_3-u_1)(u_2^2+z^2)+$$
$$+[1+\cos(\alpha_1-\alpha_2)](u_1-u_2)(u_3^2+z^2)$$

în care

$$u_i = x\cos\alpha_i + y\sin\alpha_i$$
$$w_i = -x\sin\alpha_i + y\cos\alpha_i$$

poate fi verificată în modul următor:

Considerând cei doi membri ai identității ca forme liniare în z^2, suntem conduși a verifica separat în ambii membri:

a) Identitatea coeficienților lui z^2

$$\begin{aligned}(I)\qquad &(w_1+w_2+w_3)[\sin(\alpha_2-\alpha_3)+\sin(\alpha_3-\alpha_1)+\sin(\alpha_1-\alpha_2)]\\ &\equiv[1+\cos(\alpha_2-\alpha_3)](u_2-u_3)+[1+\cos(\alpha_3-\alpha_1)](u_3-u_1)+\\ &+[1+\cos(\alpha_1-\alpha_2)](u_1-u_2)\end{aligned}$$

b) Identitatea termenilor independenți de z

$$\begin{aligned}(II)\qquad &[(w_1+w_2+w_3)(x^2+y^2)+w_1w_2w_3][\sin(\alpha_2-\alpha_3)+\sin(\alpha_3-\alpha_1)+\\ &+\sin(\alpha_1-\alpha_2)]\equiv[1+\cos(\alpha_2-\alpha_3)](u_2-u_3)u_1^2+\\ &+[1+\cos(\alpha_3-\alpha_1)](u_3-u_1)u_2^2+[1+\cos(\alpha_1-\alpha_2)](u_1-u_2)u_3^2.\end{aligned}$$

Identitatea I, scrisă explicit

$$\begin{aligned}&[-x(\sin\alpha_1+\sin\alpha_2+\sin\alpha_3)+y(\cos\alpha_1+\cos\alpha_2+\cos\alpha_3)]\\ &\cdot[\sin(\alpha_2-\alpha_3)+\sin(\alpha_3-\alpha_1)+\sin(\alpha_1-\alpha_2)]\\ &\equiv[1+\cos(\alpha_2-\alpha_3)][x(\cos\alpha_2-\cos\alpha_3)+y(\sin\alpha_2-\sin\alpha_3)]\\ &+[1+\cos(\alpha_3-\alpha_1)][x(\cos\alpha_3-\cos\alpha_1)+y(\sin\alpha_3-\sin\alpha_1)]\\ &+[1+\cos(\alpha_1-\alpha_2)][x(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)+y(\sin\alpha_1-\sin\alpha_2)]\end{aligned}$$

devine, dacă punem

$$x = \lambda\cos\omega, \quad y = \lambda\sin\omega$$

și suprimăm în ambii membri factorul λ,

$$\begin{aligned}&[\sin(\omega-\alpha_1)+\sin(\omega-\alpha_2)+\sin(\omega-\alpha_3)]\\ &\cdot[\sin(\alpha_2-\alpha_3)+\sin(\alpha_3-\alpha_1)+\sin(\alpha_1-\alpha_2)]\\ &\equiv[1+\cos(\alpha_2-\alpha_3)][\cos(\omega-\alpha_2)-\cos(\omega-\alpha_3)]\\ &+[1+\cos(\alpha_3-\alpha_1)][\cos(\omega-\alpha_3)-\cos(\omega-\alpha_1)]\\ &+[1+\cos(\alpha_1-\alpha_2)][\cos(\omega-\alpha_1)-\cos(\omega-\alpha_2)].\end{aligned}$$

Ambii membri ai acestei ultime identități sunt forme liniare și omogene în $\sin\omega$ și $\cos\omega$; împărțindu-i prin $\cos\omega$, ei devin forme liniare în $\operatorname{tg}\omega$. Pentru a verifica identitatea, este suficient să ne asigurăm că ea este valabilă cel puțin pentru două valori diferite ale variabilei $\operatorname{tg}\omega$. Se poate constata cu ușurință egalitatea celor doi membri ai identității pentru trei valori ale lui ω, anume $\omega = \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$.

Identitatea II, scrisă explicit

$$\Big\{[-x(\sin\alpha_1+\sin\alpha_2+\sin\alpha_3)+y(\cos\alpha_1+\cos\alpha_2+\cos\alpha_3)](x^2+y^2)+$$
$$+(-x\sin\alpha_1+y\cos\alpha_1)(-x\sin\alpha_2+y\cos\alpha_2)(-x\sin\alpha_3+y\cos\alpha_3)\Big\}$$
$$[\sin(\alpha_2-\alpha_3)+\sin(\alpha_3-\alpha_1)+\sin(\alpha_1-\alpha_2)]$$
$$\equiv[1+\cos(\alpha_2-\alpha_3)][x(\cos\alpha_2-\cos\alpha_3)+y(\sin\alpha_2-\sin\alpha_3)](x\cos\alpha_1+y\sin\alpha_1)^2+$$
$$+[1+\cos(\alpha_3-\alpha_1)][x(\cos\alpha_3-\cos\alpha_1)+y(\sin\alpha_3-\sin\alpha_1)](x\cos\alpha_2+y\sin\alpha_2)^2+$$
$$+[1+\cos(\alpha_1-\alpha_2)][x(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)+y(\sin\alpha_1-\sin\alpha_2)](x\cos\alpha_3+y\sin\alpha_3)^2$$

devine, utilizând aceleaşi substituţii ca mai sus,

$$\Big\{[\sin(\omega-\alpha_1)+\sin(\omega-\alpha_2)+\sin(\omega-\alpha_3)](\sin^2\omega+\cos^2\omega)+$$
$$+\sin(\omega-\alpha_1)\sin(\omega-\alpha_2)\sin(\omega-\alpha_3)\Big\}[\sin(\alpha_2-\alpha_3)+\sin(\alpha_3-\alpha_1)+\sin(\alpha_1-\alpha_2)]$$
$$\equiv[1+\cos(\alpha_2-\alpha_3)][\cos(\omega-\alpha_2)-\cos(\omega-\alpha_3)]\cos^2(\omega-\alpha_1)+$$
$$+[1+\cos(\alpha_3-\alpha_1)][\cos(\omega-\alpha_3)-\cos(\omega-\alpha_1)]\cos^2(\omega-\alpha_2)+$$
$$+[1+\cos(\alpha_1-\alpha_2)][\cos(\omega-\alpha_1)-\cos(\omega-\alpha_2)]\cos^2(\omega-\alpha_3).$$

Ambii membri ai acestei identităţi sunt forme omogene de gradul 3 în $\sin\omega$ şi $\cos\omega$; împărţindu-i prin $\cos^3\omega$, ei devin polinoame de gradul 3 în $\operatorname{tg}\omega$. Pentru verificarea identităţii, este necesar să se recunoască egalitatea celor doi membri ai ei, cel puţin pentru 4 valori diferite ale variabilei $\operatorname{tg}\omega$.

Se poate constata cu uşurinţă această egalitate pentru 6 valori ale lui $\operatorname{tg}\omega$ corespunzătoare la

$$\omega=\alpha_1,\ \alpha_2,\ \alpha_3,\ \frac{\pi}{2}+\alpha_1,\ \frac{\pi}{2}+\alpha_2,\ \frac{\pi}{2}+\alpha_3.$$

Anexa II

Verificarea prin calcul direct a integralei prime

$$\frac{[F_3]^2}{(U_1^2+z^2)(U_2^2+z^2)(U_3^2+z^2)}=\text{const.} \tag{14}$$

poate fi condusă precum urmează:

Sistemul (6) după înmulţirea numărătorului prin z

$$\frac{dx}{\dfrac{\cos\alpha_1}{U_1^2+z^2}+\dfrac{\cos\alpha_2}{U_2^2+z^2}+\dfrac{\cos\alpha_3}{U_3^2+z^2}}=\frac{dy}{\dfrac{\sin\alpha_1}{U_1^2+z^2}+\dfrac{\sin\alpha_2}{U_2^2+z^2}+\dfrac{\sin\alpha_3}{U_3^2+z^2}}=$$
$$=\frac{z\,dz}{-\left\{\dfrac{U_1}{U_1^2+z^2}+\dfrac{U_2}{U_2^2+z^2}+\dfrac{U_3}{U_3^2+z^2}\right\}}$$

devine, după simplificarea numitorilor,

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dx}{\cos\alpha_1(U_2^2+z^2)(U_3^2+z^2)+\cos\alpha_2(U_3^2+z^2)(U_1^2+z^2)+\cos\alpha_3(U_1^2+z^2)(U_2^2+z^2)} \\ =\ &\frac{dy}{\sin\alpha_1(U_2^2+z^2)(U_3^2+z^2)+\sin\alpha_2(U_3^2+z^2)(U_1^2+z^2)+\sin\alpha_3(U_1^2+z^2)(U_2^2+z^2)} \\ =\ &\frac{z\,dz}{-[U_1(U_2^2+z^2)(U_3^2+z^2)+U_2(U_3^2+z^2)(U_1^2+z^2)+U_3(U_1^2+z^2)(U_2^2+z^2)]} \end{aligned}\right\} \quad (A)$$

In continuarea sistemului de ecuații de mai sus, avem

$$= \frac{U_1\cos\alpha_1\,dx + U_1\sin\alpha_1\,dy + z\,dz}{[U_1\cos(\alpha_1-\alpha_2)-U_2](U_3^2+z^2)(U_1^2+z^2)+[U_1\cos(\alpha_1-\alpha_3)-U_3](U_1^2+z^2)(U_2^2+z^2)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\frac{d(U_1^2+z^2)}{U_1^2+z^2}}{[U_1\cos(\alpha_1-\alpha_2)-U_2](U_3^2+z^2)+[U_1\cos(\alpha_1-\alpha_3)-U_3](U_2^2+z^2)}$$

și în mod analog

$$= \frac{\frac{1}{2}\frac{d(U_2^2+z^2)}{U_2^2+z^2}}{[U_2\cos(\alpha_2-\alpha_3)-U_3](U_1^2+z^2)+[U_2\cos(\alpha_2-\alpha_1)-U_1](U_3^2+z^2)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\frac{d(U_3^2+z^2)}{U_3^2+z^2}}{[U_3\cos(\alpha_3-\alpha_1)-U_2](U_2^2+z^2)+[U_3\cos(\alpha_3-\alpha_2)-U_2](U_1^2+z^2)}$$

iar în consecință

$$= \frac{1}{2}\left\{\frac{d(U_1^2+z^2)}{U_1^2+z^2}+\frac{d(U_2^2+z^2)}{U_2^2+z^2}+\frac{d(U_3^2+z^2)}{U_3^2+z^2}\right\}\Big|P \quad (B)$$

unde am pus

$$P=(\mu_1-1)(U_1^2+z^2)(U_2+U_3)+(\mu_2-1)(U_2^2+z^2)(U_3+U_1)$$
$$+(\mu_3-1)(U_3^2+z^2)(U_1+U_2)$$

cantitățile μ_i având semnificația (12).

La numărătorul ultimei expresii avem cantitatea

$$\frac{1}{2}d[\ln(U_1^2+z^2)(U_2^2+z^2)(U_3^2+z^2)]$$

care corespunde numitorului integralei prime (14).

Această integrală se mai poate scrie sub forma

$$\ln F_3-\frac{1}{2}\ln(U_1^2+z^2)(U_2^2+z^2)(U_3^2+z^2)=\text{const.}$$

relație echivalentă cu

$$\frac{dF_3}{F_3} - \frac{1}{2} d[\ln (U_1^2 + z^2)(U_2^2 + z^2)(U_3^2 + z^2)] = 0.$$

Suntem deci conduși a verifica această ultimă egalitate calculând $\frac{dF_3}{F_3}$ pe baza sistemului de ecuații inițial. Avem

$$F_3 = (\mu_1 + 1)(U_2 - U_3)(U_1^2 + z^2) + (\mu_2 + 1)(U_3 - U_1)(U_2^2 + z^2) + \\ + (\mu_3 + 1)(U_1 - U_2)(U_3^2 + z^2)$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial x} = (\mu_1 + 1)(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_3)(U_1^2 + z^2) + (\mu_2 + 1)(\cos\alpha_3 - \cos\alpha_1)(U_2^2 + z^2)$$
$$+ (\mu_3 + 1)(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)(U_3^2 + z^2) + (\mu_1 + 1)(U_2 - U_3) \cdot 2U_1 \cos\alpha_1$$
$$+ (\mu_2 + 1)(U_3 - U_1) \cdot 2U_2 \cos\alpha_2 + (\mu_3 + 1)(U_1 - U_2) \cdot 2U_3 \cos\alpha_3$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial y} = (\mu_1 + 1)(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_3)(U_1^2 + z^2) + (\mu_2 + 1)(\sin\alpha_3 - \sin\alpha_1)(U_2^2 + z^2)$$
$$+ (\mu_3 + 1)(\sin\alpha_1 - \sin\alpha_2)(U_3^2 + z^2) + (\mu_1 + 1)(U_2 - U_3) \cdot 2U_1 \sin\alpha_1$$
$$+ (\mu_2 + 1)(U_3 - U_1) \cdot 2U_2 \sin\alpha_2 + (\mu_3 + 1)(U_1 - U_2) \cdot 2U_3 \sin\alpha_3$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial z} = 2z[(\mu_1 + 1)(U_2 - U_3) + (\mu_2 + 1)(U_3 - U_1) + (\mu_3 + 1)(U_1 - U_2)].$$

Sistemul (A) se poate scrie în continuare

$$= \frac{1}{N}\left(\frac{\partial F_3}{\partial x} dx + \frac{\partial F_3}{\partial y} dy + \frac{\partial F_3}{\partial z} dz\right) \qquad (C)$$

numitorul N având expresia

$$N = [\cos\alpha_1 (U_2^2 + z^2)(U_3^2 + z^2) + \cos\alpha_2 (U_3^2 + z^2)(U_1^2 + z^2) + \\ + \cos\alpha_3 (U_1^2 + z^2)(U_2^2 + z^2)]$$
$$\{(\mu_1 + 1)[(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_3)(U_1^2 + z^2) + (U_2 - U_3) \cdot 2U_1 \cos\alpha_1]$$
$$+ (\mu_2 + 1)[(\cos\alpha_3 - \cos\alpha_1)(U_2^2 + z^2) + (U_3 - U_1) \cdot 2U_2 \cos\alpha_2]$$
$$+ (\mu_3 + 1)[(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)(U_3^2 + z^2) + (U_1 - U_2) \cdot 2U_3 \cos\alpha_3]\}$$
$$+ [\sin\alpha_1 (U_2^2 + z^2)(U_3^2 + z^2) + \sin\alpha_2 (U_3^2 + z^2)(U_1^2 + z^2) + \\ + \sin\alpha_3 (U_1^2 + z^2)(U_2^2 + z^2)]$$
$$\{(\mu_1 + 1)[(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_3)(U_1^2 + z^2) + (U_2 - U_3) \cdot 2U_1 \sin\alpha_1]$$
$$+ (\mu_2 + 1)[(\sin\alpha_3 - \sin\alpha_1)(U_2^2 + z^2) + (U_3 - U_1) \cdot 2U_2 \sin\alpha_2]$$
$$+ (\mu_3 + 1)[(\sin\alpha_1 - \sin\alpha_2)(U_3^2 + z^2) + (U_1 - U_2) \cdot 2U_3 \sin\alpha_3]\}$$
$$- 2[U_1 (U_2^2 + z^2)(U_3^2 + z^2) + U_2 (U_3^2 + z^2)(U_1^2 + z^2) + \\ + U_3 (U_1^2 + z^2)(U_2^2 + z^2)] \cdot [(U_2 - U_3)\mu_1 + (U_3 - U_1)\mu_2 + (U_1 - U_2)\mu_3].$$

Pentru a simplifica această expresie, o vom scrie separând-o în trei termeni, având ca factor respectiv $\mu_1 + 1$, $\mu_2 + 1$ și $\mu_3 + 1$

$$
\begin{aligned}
N = {} & (\mu_1 + 1) \times \\
& \Big\{ [\cos\alpha_1 (U_2^2 + z^2)(U_3^2 + z^2) + \cos\alpha_2 (U_3^2 + z^2)(U_1^2 + z^2) + \\
& + \cos\alpha_3 (U_1^2 + z^2)(U_2^2 + z^2)] [(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_3)(U_1^2 + z^2) + (U_2 - U_3) \cdot 2U_1 \cos\alpha_1] \\
& + [\sin\alpha_1 (U_2^2 + z^2)(U_3^2 + z^2) + \sin\alpha_2 (U_3^2 + z^2)(U_1^2 + z^2) + \\
& + \sin\alpha_3 (U_1^2 + z^2)(U_2^2 + z^2)] [(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_3)(U_1^2 + z^2) + (U_2 - U_3) \cdot 2U_1 \sin\alpha_1] \\
& - 2(U_2 - U_3) [U_1 (U_2^2 + z^2)(U_3^2 + z^2) + U_2 (U_3^2 + z^2)(U_1^2 + z^2) + \\
& + U_3 (U_1^2 + z^2)(U_2^2 + z^2)] \Big\} \\
& + (\mu_2 + 1) \{ \ldots \} \\
& + (\mu_3 + 1) \{ \ldots \}.
\end{aligned}
$$

Expresiile nescrise din parantezele $\{ \ldots \}$ se obțin aici și în cele ce urmează prin permutație circulară.

In continuare, ordonăm termenul cu coeficientul $(\mu_1 + 1)$, scoțând în evidență produsele binare $(U_2^2 + z^2)(U_3^2 + z^2)$ etc. și procedăm în mod analog cu termenii în $\mu_2 + 1$, $\mu_3 + 1$

$$
\begin{aligned}
N = {} & (\mu_1 + 1) \times \\
& \Big\{ (U_2^2 + z^2)(U_3^2 + z^2) [\cos\alpha_1 (\cos\alpha_2 - \cos\alpha_3)(U_1^2 + z^2) + 2U_1 (U_2 - U_3) \cos^2\alpha_1 + \\
& \qquad + \sin\alpha_1 (\sin\alpha_2 - \sin\alpha_3)(U_1^2 + z^2) + 2U_1 (U_2 - U_3) \sin^2\alpha_1 - \\
& \qquad - 2U_1 (U_2 - U_3)] \\
& + (U_3^2 + z^2)(U_1^2 + z^2) [\cos\alpha_2 (\cos\alpha_2 - \cos\alpha_3)(U_1^2 + z^2) + 2U_1 (U_2 - U_3) \cos\alpha_1 \cos\alpha_2 + \\
& \qquad + \sin\alpha_2 (\sin\alpha_2 - \sin\alpha_3)(U_1^2 + z^2) + 2U_1 (U_2 - U_3) \sin\alpha_1 \sin\alpha_2 - \\
& \qquad - 2U_2 (U_2 - U_3)] \\
& + (U_1^2 + z^2)(U_2^2 + z^2) [\cos\alpha_3 (\cos\alpha_2 - \cos\alpha_3)(U_1^2 + z^2) + 2U_1 (U_2 - U_3) \cos\alpha_1 \cos\alpha_3 + \\
& \qquad + \sin\alpha_3 (\sin\alpha_2 - \sin\alpha_3)(U_1^2 + z^2) + 2U_1 (U_2 - U_3) \sin\alpha_1 \sin\alpha_3 - \\
& \qquad - 2U_3 (U_2 - U_3)] \Big\} \\
& + (\mu_2 + 1) \{ \ldots \} \\
& + (\mu_3 + 1) \{ \ldots \}.
\end{aligned}
$$

După simplificări evidente, putem scrie

$$
\begin{aligned}
N = {} & (\mu_1 + 1) \times \\
& \Big\{ (U_2^2 + z^2)(U_3^2 + z^2)(\mu_3 - \mu_2)(U_1^2 + z^2) + \\
& + (U_3^2 + z^2)(U_1^2 + z^2) [(1 - \mu_1)(U_1^2 + z^2) + 2(U_2 - U_3)(U_1 \mu_3 - U_2)] \\
& + (U_1^2 + z^2)(U_2^2 + z^2) [(\mu_1 - 1)(U_1^2 + z^2) + 2(U_2 - U_3)(U_1 \mu_2 - U_3)] \Big\} \\
& + (\mu_2 + 1) \{ \ldots \} + (\mu_3 + 1) \{ \ldots \}.
\end{aligned}
$$

Având în vedere identitatea

$$(\mu_1+1)(\mu_3-\mu_2)+(\mu_2+1)(\mu_1-\mu_3)+(\mu_3+1)(\mu_2-\mu_1)\equiv 0$$

termenii în $(U_1^2+z^2)(U_2^2+z^2)(U_3^2+z^2)$ dispar din expresia lui N care devine

$$\begin{aligned}
N &= (\mu_1+1)(U_1^2+z^2)\{(\mu_1-1)(U_1^2+z^2)(U_2^2-U_3^2)\\
&+2(U_2-U_3)[(U_1\mu_2-U_3)(U_2^2+z^2)+(U_1\mu_3-U_2)(U_3^2+z^2)]\}\\
&+(\mu_2+1)(U_2^2+z^2)\{(\mu_2-1)(U_2^2+z^2)(U_3^2-U_1^2)\\
&+2(U_3-U_1)[(U_2\mu_3-U_1)(U_3^2+z^2)+(U_2\mu_1-U_3)(U_1^2+z^2)]\}\\
&+(\mu_3+1)(U_3^2+z^2)\{(\mu_3-1)(U_3^2+z^2)(U_1^2-U_2^2)\\
&+2(U_1-U_2)[(U_3\mu_1-U_2)(U_1^2+z^2)+(U_3\mu_2-U_1)(U_2^2+z^2)]\}
\end{aligned}$$

Regrupând termenii, putem scrie

$$\begin{aligned}
N &= (\mu_1+1)(U_2-U_3)(U_1^2+z^2)\cdot(\mu_1-1)(U_2+U_3)(U_1^2+z^2)\\
&+(\mu_2+1)(U_3-U_1)(U_2^2+z^2)\cdot(\mu_2-1)(U_3+U_1)(U_2^2+z^2)\\
&+(\mu_3+1)(U_1-U_2)(U_3^2+z^2)\cdot(\mu_3-1)(U_1+U_2)(U_3^2+z^2)\\
&+(U_2^2+z^2)(U_3^2+z^2)[(\mu_2+1)\cdot 2(U_2\mu_3-U_1)(U_3-U_1)+\\
&+(\mu_3+1)2(U_3\mu_2-U_1)(U_1-U_2)]\\
&+(U_3^2+z^2)(U_1^2+z^2)[(\mu_3+1)\cdot 2(U_3\mu_1-U_2)(U_1-U_2)+\\
&+(\mu_1+1)\cdot 2(U_1\mu_3-U_2)(U_2-U_3)]\\
&+(U_1^2+z^2)(U_2^2+z^2)[(\mu_1+1)\cdot 2(U_1\mu_2-U_3)(U_2-U_3)+\\
&+(\mu_2+1)\cdot 2(U_2\mu_1-U_3)(U_3-U_1)].
\end{aligned}$$

Pentru rândurile 4 şi 5 — de sus — ale acestei expresii avem însă identitatea

$$\begin{aligned}
&(\mu_2+1)\cdot 2(U_2\mu_3-U_1)(U_3-U_1)+(\mu_3+1)\cdot 2(U_3\mu_2-U_1)(U_1-U_2)\\
&=(\mu_2+1)\cdot 2(U_2\mu_3-U_1)(U_3-U_1)+(\mu_2+1)(U_3-U_1)(\mu_3+1)(U_1-U_2)\\
&+(\mu_3+1)\cdot 2(U_3\mu_2-U_1)(U_1-U_2)-(\mu_2+1)(U_3-U_1)(\mu_3+1)(U_1-U_2)\\
&=(\mu_2+1)(U_3-U_1)[2U_2\mu_3-2U_1+(\mu_3+1)(U_1-U_2)]\\
&+(\mu_3+1)(U_1-U_2)[2U_3\mu_2-2U_1-(\mu_2+1)(U_3-U_1)]\\
&=(\mu_2+1)(U_3-U_1)\cdot(\mu_3-1)(U_1+U_2)+(\mu_3+1)(U_1-U_2)\cdot(\mu_2-1)(U_3+U_1)
\end{aligned}$$

și alte două identități analoage pentru rândurile 6 și 7, 8 și 9 ale aceleiași expresii. In sfârșit, pe baza acestor identități, putem scrie

$$\begin{aligned}
N = {} & (\mu_1 + 1)(U_2 - U_3)(U_1^2 + z^2) \cdot (\mu_1 - 1)(U_2 + U_3)(U_1^2 + z^2) \\
& + (\mu_2 + 1)(U_3 - U_1)(U_2^2 + z^2) \cdot (\mu_2 - 1)(U_3 + U_1)(U_2^2 + z^2) \\
& + (\mu_3 + 1)(U_1 - U_2)(U_3^2 + z^2) \cdot (\mu_3 - 1)(U_1 + U_2)(U_3^2 + z^2) \\
& + (\mu_2 + 1)(U_3 - U_1)(U_2^2 + z^2) \cdot (\mu_3 - 1)(U_1 + U_2)(U_3^2 + z^2) \\
& + (\mu_3 + 1)(U_1 - U_2)(U_3^2 + z^2) \cdot (\mu_2 - 1)(U_3 + U_1)(U_2^2 + z^2) \\
& + (\mu_3 + 1)(U_1 - U_2)(U_3^2 + z^2) \cdot (\mu_1 - 1)(U_2 + U_3)(U_1^2 + z^2) \\
& + (\mu_1 + 1)(U_2 - U_3)(U_1^2 + z^2) \cdot (\mu_3 - 1)(U_1 + U_2)(U_3^2 + z^2) \\
& + (\mu_1 + 1)(U_2 - U_3)(U_1^2 + z^2) \cdot (\mu_2 - 1)(U_3 + U_1)(U_2^2 + z^2) \\
& + (\mu_2 + 1)(U_3 - U_1)(U_2^2 + z^2) \cdot (\mu_1 - 1)(U_2 + U_3)(U_1^2 + z^2).
\end{aligned}$$

Sub această formă, vedem că N este produsul a doi factori

$$\begin{aligned}
N = {} & [(\mu_1 + 1)(U_2 - U_3)(U_1^2 + z^2) + (\mu_2 + 1)(U_3 - U_1)(U_2^2 + z^2) + \\
& + (\mu_3 + 1)(U_1 - U_2)(U_3^2 + z^2)][(\mu_1 - 1)(U_2 + U_3)(U_1^2 + z^2) + \\
& + (\mu_2 - 1)(U_3 + U_1)(U_2^2 + z^2) + (\mu_3 - 1)(U_1 + U_2)(U_1^2 + z^2)].
\end{aligned}$$

In primul din factori recunoaștem funcțiunea F_3, în al doilea, funcțiunea P (vezi (B)); în concluzie

$$N = F_3 P.$$

Revenind la ecuațiile (B) și (C), consecințe ale sistemului inițial (A), vedem că

$$\frac{dF_3}{F_3 P} - \frac{1}{P} \cdot \frac{1}{2} d[\ln(U_1^2 + z^2)(U_2^2 + z^2)(U_3^2 + z^2)] = 0$$

relație echivalentă cu integrala (14).

ЛИНИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ТРЕУГОЛЬНИКА ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ ТОКОВ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Решается задача определения линий магнитного поля, созданного треугольником прямолинейных токов, бесконечной длины и равной силы.

В плоскости токов, принятой за плоскость xoy системы прямоугольных координат, уравнения прямых, по которым протекают токи, будут

$$U_i = x \cos\alpha_i + y \sin\alpha_i - h_i = 0 \qquad (i = 1, 2, 3).$$

Вычисляется по закону Био-Савара магнитное поле H, созданное в точке (x, y, z) тремя токами и доказывается, что дифференциальные

уравнения линий магнитного поля

$$\frac{dx}{H_x} = \frac{dy}{H_y} = \frac{dz}{H_z} \tag{1}$$

допускает первый алгебраический интеграл 6-й степени

$$\frac{[F_3]^2}{(U_1^2 + z^2)(U_2^2 + z^2)(U_3^2 + z^2)} = \text{const.}, \tag{2}$$

где положено

$$F_3 = (1 + \mu_1)(U_2 - U_3)(U_1^2 + z^2) + (1 + \mu_2)(U_3 - U_1)(U_2^2 + z^2) + \\ + (1 + \mu_3)(U_1 - U_2)(U_3^2 + z^2),$$

$$\mu_1 = \cos(\alpha_2 - \alpha_3); \quad \mu_2 = \cos(\alpha_3 - \alpha_1); \quad \mu_3 = \cos(\alpha_3 - \alpha_1).$$

Для полного решения задачи дается общий метод вычисления линий H, применимый в том случае, когда известен первый интеграл уравнений (1), обладающий неподвижной конической точкой, как например в случае интеграла (2).

LES LIGNES DE CHAMP MAGNÉTIQUE D'UN TRIANGLE DE COURANTS RECTILIGNES

(RÉSUMÉ)

On résout le problème des lignes de champ magnétique déterminées par un triangle de courants rectilignes, indéfinis et d'égale intensité.

Dans le plan des courants, pris comme plan xoy d'un système de coordonnées rectangulaires, les équations des droites parcourues par les courants sont

$$U_i = x \cos\alpha_i + y \sin\alpha_i - h_i = 0 \qquad (i = 1, 2, 3)$$

On calcule, au moyen de la loi de Biot-Savart, le champ magnétique H produit par les trois courants en un point arbitraire (x, y, z) et on démontre que les équations différentielles des lignes H

$$\frac{dx}{H_x} = \frac{dy}{H_y} = \frac{dz}{H_z} \tag{1}$$

admettent l'intégrale première algébrique du 6-e degré

$$\frac{[F_3]^2}{(U_1^2 + z^2)(U_2^2 + z^2)(U_3^2 + z^2)} = \text{const.} \tag{2}$$

où l'on a posé

$$F_3 = (1 + \mu_1)(U_2 - U_3)(U_1^2 + z^2) + (1 + \mu_2)(U_3 - U_1)(U_2^2 + z^2) + \\ + (1 + \mu_3)(U_1 - U_2)(U_3^2 + z^2),$$

$$\mu_1 = \cos(\alpha_2 - \alpha_3); \quad \mu_2 = \cos(\alpha_3 - \alpha_1); \quad \mu_3 = \cos(\alpha_3 - \alpha_1).$$

Pour la résolution complète du problème, on donne une méthode générale pour le calcul des lignes H; la méthode est applicable lorsque l'on connaît une intégrale première des équations (1) pourvue d'un point conique fixe, comme c'est le cas pour l'intégrale première (2).

BIBLIOGRAFIE

1. S. Ştefănescu, Bull. de Math. et de Phys. de l'Ec. Polyt. de Bucarest, 1933—34, Anul V, Nr. 2—3, fas. 14—15, p. 123—127.
2. — Bull. de Math. et de Phys. de l'Ec. Polyt. de Bucarest, 1933 — 34, Anul V, Nr. 1, fasc. 16, p. 171—176.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul IV, Nr. 3—4, 1953

SENSUL FIZIC AL TRANSMISIUNII ENERGIEI ELECTROMAGNETICE *)

DE

REMUS RĂDULEŢ

Sensul fizic al transmisiunii energiei formează obiectul de preocupare al fizicienilor şi tehnicienilor, de când U m o v a folosit, în anul 1874, curentul de energie pentru a formula cu ajutorul lui principiul de conservare a energiei şi a studiat transmisiunea energiei mecanice prin corpurile elastice şi lichide — şi de când P o y n t i n g a stabilit, în anul 1887, o expresiune a densităţii curentului de energie electromagnetică, compatibilă cu forţele şi momentele care sunt exercitate asupra corpurilor în aceste câmpuri.

Problema transmisiunii energiei electromagnetice a fost pusă în trecut mai ales în cadrul teoriei clasice macroscopice a lui Maxwell şi Hertz referitoare la fenomenele electromagnetice. Conform acestei teorii, legile câmpurilor electromagnetice sunt valabile dacă se presupune că suprafeţele prin care se calculează fluxurile şi curbele de-a-lungul cărora se calculează tensiunile electrice, respectiv magnetice, sunt antrenate de corpuri în mişcarea lor; faptul că aceste corpuri sunt sau nu sunt accelerate în raport cu sistemele de referinţă inerţiale este indiferent. Problema se pune în alt fel în cadrul teoriei electronilor. Conform acestei teorii, legile câmpurilor electromagnetice sunt valabile numai dacă se presupune că suprafeţele şi curbele care intervin în formularea lor sunt imobile în raport cu un anumit sistem de referinţă inerţial, numit sistemul inerţial *lorentzian*. Prin efectuarea de medii macroscopice asupra mărimilor de stare microscopică folosite în teoria electronilor se obţin legile unei teorii macroscopice a fenomenelor electromagnetice, diferită, în fond, de teoria lui Maxwell şi Hertz, fiindcă legile ei sunt valabile în aceleaşi condiţii ca şi legile teoriei electronilor. In cadrul acestei ultime teorii, problema transmisiunii energiei electromagnetice se pune deci în acelaşi fel ca în cadrul teoriei electronilor. Conform electrodinamicei relativiste, legile fenomenelor electromagnetice sunt valabile în aceeaşi formă dacă se presupune că suprafeţele şi curbele care intervin în formularea lor sunt imobile în raport cu oricare dintre sistemele de referinţă inerţiale. Problema transmisiunii energiei electromagnetice se pune deci, în cadrul acestei teorii, mai general, dar aproximativ la fel ca în cadrul teoriei electronilor şi al teoriei macroscopice bazate pe ea; o deosebire faţă de teoriile clasice consistă în faptul că, în teoria relativităţii restrânse, problema transmisiunii oricărei forme de energie se pune în acelaşi fel ca pentru energia electromagnetică.

*) Comunicare prezentată Institutului la 13 Iunie 1953.

Fiindcă pentru punerea problemelor referitoare la apartenența, localizarea și transmisiunea energiei e nevoie de expresiunile primare ale diferitelor forme de energie, problemele propriu zise sunt precedate de câteva precizări referitoare la formele de energie și expresiunile lor primare. Problemele se discută în esență numai în cadrul Fizicei clasice.

1. ENERGIA, CONSERVAREA ȘI FORMELE EI

Un sistem fizic are, în cursul unei transformări de stare, anumite acțiuni externe, fiecare dintre acestea având un anumit echivalent în lucru mecanic (adică un lucru mecanic care ar trebui efectuat sau primit spre a produce acea acțiune externă — considerat pozitiv când trebue efectuat și negativ când trebue primit). Prin energia raportată la o anumită transformare a unui sistem fizic, prin care acesta trece din starea sa într'o altă stare aleasă ca referință, se înțelege suma echivalenților în lucru mecanic ai acțiunilor externe pe care le are sistemul în cursul acelei transformări. — Experiența arată că energia este independentă de transformarea prin care trece sistemul fizic din starea sa în starea de referință (principiul de conservare a energiei). Starea dată și starea de referință sunt însă complet determinate de valorile instantanee pe care le au, în aceste stări, mărimile de stare ale sistemului fizic. De aceea rezultă din principiul de conservare că este necesar ca energia să se poată exprima chiar și numai în funcție de valorile instantanee pe care le au mărimile de stare ale sistemului, în starea în care se consideră energia lui și în starea de referință. In virtutea principiului de conservare, energia — care este raportată, prin definiția ei, la o transformare a sistemului fizic — este deci o proprietate numai a sistemului, nu și a transformării lui. Față de o stare de referință dată, sistemul are deci aceeași energie în toate stările între care poate trece fără a avea acțiuni externe, sau între care trece având și acțiuni externe, dacă suma echivalenților în lucru mecanic ai acelor acțiuni e nulă. Aceasta este posibil, fiindcă echivalentul în lucru mecanic al anumitor acțiuni externe (de exemplu al cedării de căldură spre exterior) poate fi pozitiv, iar echivalentul altora (de exemplu al primirii de căldură din exterior) poate fi negativ. In virtutea principiului ei de conservare, energia este deci o mărime de stare a unui sistem fizic, a cărei valoare nu poate fi modificată prin acțiunile interne ale acestui sistem.

Dacă se exprimă energia în funcție de mărimile de stare de care depinde, se constată că ea se compune aditiv din termeni dintre care fiecare depinde numai de mărimi de o anumită natură. După natura mărimilor, acești termeni reprezintă diferite forme de energie: energie mecanică, electrică, magnetică, etc. Această separație se poate face fiindcă nu există în expresiunea energiei termeni aditivi care conțin produse de mărimi de stare de naturi diferite; de exemplu, termenii ei aditivi nu conțin produsul dintre o masă grea (mărime mecanică) și o sarcină electrică (mărime electrică). Dacă ar exista astfel de termeni aditivi micști, nu s'ar putea deosebi forme de energie net diferite una de alta (nu s'ar putea deosebi net, de exemplu, energia mecanică de energia electrică).

2. EXPRESIUNILE PRIMARE ȘI SECUNDARE ALE ENERGIEI

Se pot stabili mai multe expresiuni ale diferitelor forme de energie, în funcție de mărimile de stare alese, și în funcție de felul transformărilor folosite pentru a stabili aceste expresiuni. O expresiune a unei forme de energie care este valabilă și în cele mai generale transformări posibile se numește expresiune pri-

mară a ei; cele care nu îndeplinesc această condiţie se numesc expresiuni secundare.

In regim electrostatic, de exemplu, partea isotermă a energiei electrice libere a unor corpuri electrizate, care au densitatea de volum ρ_a a sarcinii electrice adevărate, se poate pune şi sub următoarele două forme: sub forma unei integrale de volum în care intervine mărimea ρ_a şi potenţialul scalar electrostatic V

$$W_{el} = \frac{1}{2}\int \rho_a V \, dv, \tag{1}$$

care ajunge să fie efectuată deci numai asupra volumului în care se găseşte sarcină adevărată — şi sub forma unei integrale de volum în care intervin intensitatea $\bar{E}$ a câmpului electric şi inducţia electrică $\bar{D}$

$$W_{el} = \frac{1}{4\pi}\int dv \int_{\bar{E}=0}^{\bar{D}} \bar{E}\, d\bar{D}, \tag{2}$$

şi care trebue efectuată deci asupra întregului volum ocupat de câmpul electric.

Expresiunea (2) este valabilă în orice regim, de exemplu şi când câmpul electric nu este produs de sarcini, ci de un câmp magnetic variabil în timp. prin inducţie electromagnetică; ea este deci o expresiune primară a formei de energie considerate. Expresiunea (1) este însă o expresiune secundară a energiei electrice, fiindcă e valabilă numai în regimurile staţionare, în care intensitatea câmpului electric derivă dintr'un potenţial scalar.

Expresiunile primare ale formelor de energie prezintă mare importanţă în studiul fenomenelor fizice. Considerăm, de exemplu, energia electrică şi magnetică în teoria electronilor. Mărimile de stare electrice şi magnetice se împart în două grupuri: mărimile de stare electrică şi magnetică ale corpurilor şi mărimile de stare ale câmpurilor electromagnetice. Sarcina electrică q şi intensitatea curentului electric $q\bar{u}$ al particulelor care au sarcină şi sunt în mişcare cu viteza $\bar{u}$ fac parte din primul grup. Intensitatea microscopică a câmpului electric $\bar{e}$ şi inducţia magnetică microscopică $\bar{b}$ fac parte din grupul al doilea. Când se pune problema dacă energiile electrică şi magnetică aparţin corpurilor sau câmpurilor, expresiunea primară a acestor energii permite să se dea răspunsul: nu se poate stabili nicio expresiune primară a energiei electrice sau magnetice instantanee în care energia să fie exprimată exclusiv în funcţie de dimensiunile geometrice şi de valorile instantanee ale mărimilor de stare electrică şi magnetică ale corpurilor (q şi $q\bar{u}$), dar se poate stabili o astfel de expresiune exclusiv în funcţie de dimensiunile geometrice şi de valorile instantanee ale mărimilor de stare ($\bar{e}$ şi $\bar{b}$) ale câmpului electromagnetic. Expresiunile (3), (19) şi (20), care sunt date mai jos, sunt expresiuni primare ale energiei electrice şi magnetice, dintre care prima conţine numai mărimile de stare ale câmpurilor. Considerăm, de exemplu, cazul unei antene care a emis un scurt semnal electromagnetic, într'un moment în care unda electromagnetică respectivă ocupă o scoarţă sferică, în vid. Energia electrică şi magnetică instantanee e diferită de zero, dar nu poate fi exprimată în funcţie de valorile instantanee ale mărimilor de stare electrică şi magnetică ale corpurilor (adică ale antenei), care sunt toate nule în momentul considerat; ea poate fi exprimată însă în funcţie

de valorile instantanee ale mărimilor de stare ale câmpului electromagnetic. Deci, energiile electrică și magnetică aparțin câmpului electromagnetic — în același fel în care energia cinetică aparține corpurilor, fiindcă expresiunea primară a acesteia conține numai masa inertă și viteza corpurilor. De aceea și transmisiunea energiei electromagnetice trebue căutată în câmp, nu în corpuri.

Faptul că există și regimuri particulare, în care energia se poate exprima chiar și numai în funcție de valorile instantanee ale mărimilor de stare ale corpurilor, nu poate schimba nimic în această privință; nici faptul că există expresiuni primare în care intervin și mărimi de stare ale corpurilor, alături de mărimile de stare ale câmpurilor, nu prezintă importanță; în adevăr, există cazuri, cum e cel indicat mai sus, în care valorile instantanee ale mărimilor de stare ale corpurilor nu pot interveni în niciun fel, dar nu există cazuri în care valorile mărimilor de stare ale câmpurilor să nu poată interveni singure în expresiunile energiei electrice și magnetice — și energia electromagnetică nu poate aparține câmpurilor în anumite regimuri și corpurilor în alte regimuri.

3. LOCALIZAREA ENERGIEI ÎN TEORIILE ACȚIUNII DIN APROAPE ÎN APROAPE

In teoriile acțiunii la distanță intervin, în expresiunile primare ale diferitelor forme de energie, și valori instantanee ale unor mărimi care nu sunt mărimi locale. De exemplu, energia potențială W_p a două mici corpuri, de mase grele m_1 și m_2, situate într'un anumit moment la distanța r_{12} unul de altul, are și următoarea expresiune primară:

$$W_p = -\frac{m_1 m_2}{r_{12}^2},$$

în care intervine și distanța r_{12} dintre cele două corpuri, care nu este o mărime locală. In aceste teorii, energia admite deci expresiuni primare în funcție de mărimi care nu sunt locale, și astfel energia nu poate fi localizată în spațiu, pe baza expresiunilor ei primare.

In teoriile acțiunii din aproape în aproape, expresiunile primare ale formelor de energie au însă forma de integrale de volum în care intervin exclusiv valorile instantanee simultane ale unor mărimi de stare locale. In cazul energiei electrice și magnetice, care aparțin câmpurilor, interesează, din acest punct de vedere, numai expresiunea primară a energiei în funcție de mărimile de stare ale câmpului electromagnetic. De exemplu, în cazul teoriei electronilor, starea microscopică locală electrică a câmpului electromagnetic se poate caracteriza complet și în modul cel mai general prin valorile locale instantanee $\bar{e}$ ale intensității microscopice a câmpului electric; de asemenea, starea microscopică locală magnetică a câmpului electromagnetic se poate caracteriza prin valorile locale instantanee $\bar{b}$ ale inducției magnetice microscopice. — Expresiunile primare ale energiei electrice W_e și magnetice W_m în funcție de mărimile $\bar{e}$ și de $\bar{b}$ sunt:

$$W_e + W_m = \int \frac{1}{8\pi} \varepsilon_0 \bar{e}^2 \, dv + \frac{1}{8\pi} \int \mu_0^{-1} \bar{b}^2 \, dv, \qquad (3)$$

unde ε_0 și μ_0 sunt constante universale (permitivitatea absolută și permeabilitatea absolută a vidului) iar stările de referință ale câmpului electromagnetic

sunt starea $\bar{e} = 0$, respectiv $\bar{b} = 0$. Conform acestei teorii, câmpul din fiecare element de volum contribue deci, în cele mai generale cazuri, cu valorile

$$\frac{\varepsilon_0 \bar{e}^2}{8\pi} dv, \text{ respectiv } \frac{\mu_0^{-1} \bar{b}^2}{8\pi} dv,$$

la energia electrică, respectiv magnetică. Astfel, într'o teorie a acţiunii din aproape în aproape, energia e localizabilă cu o anumită densitate w în spaţiu, ca şi masa inertă a unui corp, în sensul că expresiunea ei primară poate fi pusă numai sub forma de sumă de contribuţii wdv ale câmpului din diferitele elemente de volum dv. Acesta e cazul care prezintă interes în analiza de mai jos, fiindcă acţiunile fizice sunt acţiuni din aproape în aproape.

4. SCHIMBUL DE ENERGIE PRIN SUPRAFEŢE ÎNCHISE

Nici în teoriile acţiunii din aproape în aproape o anumită energie nu poate fi individualizată, spre deosebire de corpuri: o moleculă a unui corp poate fi recunoscută şi urmărită în evoluţia ei în spaţiu şi timp; se poate verifica deci, în principiu, unde s'a găsit molecula înainte cu o oră şi se poate preciza ce se înţelege prin mişcarea ei, în sensul pe care-l are cuvântul mişcare în Mecanică. Nu se poate verifica însă în acelaşi sens unde s'a găsit înainte cu o oră, de exemplu energia electromagnetică pe care o emite în acest moment un corp incandescent; energia e numai o mărime de stare a sistemelor fizice, care nu e individualizată ca molecula; dacă acel corp a primit (eventual a şi cedat) în mai multe rânduri energie, nu are sens întrebarea: care dintre energiile primite este chiar energia radiată de corp în acest moment? De aceea mişcarea corpurilor, în sensul din Mecanică, are sens fizic, dar mişcarea, în sensul din Mecanică, a energiei nu are sens fizic, cum nu are sens fizic mişcarea presiunii printr'un gaz. — Cazul particular al energiei electromagnetice e expus de J. Frenkel [1].

Energia conţinută, în sensul de mai sus, în volumul din interiorul unei suprafeţe închise oarecare, poate varia în timp. Conform principiului de conservare a energiei, această variaţie e însoţită de o variaţie simultană, egală şi de semn contrar, a energiei din exteriorul volumului. Din teoriile acţiunii din aproape în aproape mai rezultă că, dacă toate mărimile locale de stare sunt nule pe suprafaţa închisă care limitează un volum, variaţia energiei din volum e totdeauna nulă. Se spune că, în acest caz, nu se produce schimb de energie prin suprafaţa închisă considerată. Dacă numai mărimile de stare de o anumită natură nu sunt nule pe suprafaţa închisă considerată, rezultă însă, din teoriile acţiunii din aproape în aproape, că o variaţie de un anumit semn a energiei de acea formă din interiorul suprafeţei, nu e însoţită, în general, de o variaţie simultană egală şi de semn contrar a sumei celorlalte forme de energie din interiorul suprafeţei; mai rezultă că energia din exteriorul suprafeţei închise variază astfel, încât suma celor trei variaţii e nulă. Aceasta se exprimă spunând că, în acest caz, se produce, prin suprafaţa închisă considerată, un schimb de energie de forma considerată, egal cu variaţia sumei energiilor din interiorul suprafeţei. Folosind numai principiul de conservare a energiei şi legile stabilite în teoriile acţiunii din aproape în aproape, se poate defini deci, în sensul de mai sus, exclusiv pe baza unor măsurări de energie, nu mişcarea, în sensul din Mecanică, a energiei, ci schimbul de energie, dar numai schimbul global printr'o suprafaţă închisă, şi nu printr'o suprafaţă deschisă.

Considerăm de exemplu o anumită formă de energie W conținută într'o suprafață închisă, densitatea ei de volum w, și densitatea de volum p a energiei de forma considerată, care se transformă în unitatea de timp în alte forme de energie (de exemplu efectul Joule-Lenz în cazul energiei electromagnetice). Conform principiului ei de conservare, energia de forma energiei W, care se transmite în unitatea de timp spre exterior, prin suprafața închisă Σ (care închide volumul v, și pe care numai mărimile de stare de natura energiei W au valori diferite de zero), satisface următoarea relație (formularea principiului de conservare a energiei, după U m o v)

$$P_\Sigma + \int_v p \, dv + \frac{\partial}{\partial t} \int_v w \, dv = 0. \tag{4}$$

Mărimea P_Σ se numește curentul de energie (de exemplu curentul de energie electromagnetică) prin suprafața închisă Σ, pozitiv când e dirijat spre exteriorul suprafeței și negativ când e dirijat spre interiorul ei.

Dacă se folosesc, în relația de mai sus, expresiuni primare ale mărimilor p și w (respectiv dacă se folosesc cele mai generale forme ale legilor fizicii, pentru a stabili și aceste expresiuni), se obține o expresiune primară a curentului de energie prin suprafața închisă Σ, dar nu se poate obține o expresiune a curentului de energie printr'o suprafață deschisă, cum ar fi o porțiune din suprafața Σ. In adevăr, să presupunem că, folosind legile fizicii și relația (4), s'a determinat prin calcul o expresiune primară a curentului de energie care trece prin orice suprafață închisă Σ, sub forma unei integrale de suprafață, efectuată asupra unui vector câmp $\overline{S}$, numit vectorul Umov, care depinde numai de valorile instantanee pe care le au mărimile de stare locală, pe acea suprafață

$$P_\Sigma = \int_\Sigma \overline{S} \, \overline{dA}. \tag{5}$$

Unui vector câmp $\overline{S}$, care satisface această relație, i se poate adăuga însă orice vector câmp care are aceleași dimensiuni și este solenoidal $\overline{S}_s$, adică orice vector câmp care satisface relația $\int_\Sigma \overline{S}_s \, \overline{dA} = 0$ sau relațiile echivalente div $\overline{S}_s = 0$ sau $\overline{S}_s = \text{rot } \overline{a}$, și relația rămâne valabilă. De aceea vectorul Umov $\overline{S}$ nu e complet determinat, fiindcă i se poate adăuga un vector solenoidal $\overline{S}_s$, care rămâne arbitrar. Relația (5) nu permite să se definească deci curentul de energie printr'o suprafață deschisă, fiindcă prin această ultimă suprafață contribuția vectorului câmp solenoidal $\overline{S}_s$ la curentul de energie nu este, în general, nulă. De aceea, când curentul de energie e nul printr'o suprafață închisă, relația (5) nu permite să se stabilească dacă densitatea curentului de energie este nulă în toate punctele suprafeței, sau este pozitivă pe anumite elemente de arie și negativă pe altele, încât curentul de energie prin întreaga suprafață să fie nul. Pentru ca aceste cazuri să poată fi deosebite, ar trebui ca sistemul fizic considerat, când schimbă, conform relației (4), energie printr'o suprafață, să aibă și alte proprietăți decât cele care au condus la stabilirea relației (4) — și ar trebui ca acestea să fie adecuate pentru a permite să se distingă aceste cazuri. Numai în acest caz s'ar putea detecta

deci, indirect, şi existenţa părţii solenoidale $\overline{S}_s$ a vectorului câmp, şi deci şi transmisiunea corespunzătoare, solenoidală, a energiei, care nu poate fi pusă în evidenţă exclusiv prin măsurări de energie. Numai experienţa poate decide în această privinţă.

S'ar putea ca dintr'o anumită teorie să rezulte că sistemul fizic care schimbă energie cu exteriorul nu are proprietăţi suplementare faţă de cazul în care nu schimbă energie, iar dintr'o altă teorie să rezulte că sistemul fizic care schimbă energie cu exteriorul are proprietăţi suplementare. In cadrul primei teorii nu s'ar dispune deci de mijloace pentru a defini transmiterea de energie printr'o suprafaţă deschisă şi circulaţia ei solenoidală, dar s'ar dispune de astfel de mijloace în cadrul celei de a doua teorii, iar experienţa ar decide care dintre acestea este valabilă.

5. TRANSMISIUNEA SOLENOIDALĂ A ENERGIEI

Energia cinetică, fiind condiţionată de mişcarea corpurilor cărora le aparţine, se găseşte întotdeauna în stare de transmisiune, chiar când se transmite solenoidal (adică astfel încât în unitatea de timp intră în orice suprafaţă închisă o energie egală cu aceea care iese din suprafaţă). Energia cinetică a apei care se roteşte staţionar într'un vas cilindric, de exemplu, se transmite solenoidal, adică fără ca densitatea de volum a energiei să varieze. Cât timp durează starea staţionară, nicio măsurare de energie nu permite detectarea transmisiunii ei solenoidale. Când corpurile dintr'o mică suprafaţă închisă transmit energie cinetică prin acea suprafaţă, ele au însă un impuls mecanic în raport cu sistemul de referinţă faţă de care se consideră transmisiunea; când impulsul lor mecanic este nul, ele nu transmit energie cinetică. Impulsul mecanic şi momentul său (momentul cinetic) sunt deci proprietăţi suplementare, pe care le au corpurile când transmit energie cinetică, iar momentul impulsului permite să se detecteze şi transmisiunea solenoidală a energiei cinetice. Impulsul mecanic este egal cu suma produselor dintre masele inerte ale corpurilor şi vitezele lor în raport cu un sistem de referinţă inerţial; el este o mărime care depinde numai de valorile instantanee ale mărimilor de stare mecanică a corpurilor, şi este astfel definit, încât suma impulsurilor mecanice ale corpurilor unui sistem izolat, în care se produc numai fenomene mecanice, este constantă.

Analog se defineşte impulsul electromagnetic. El este o mărime care depinde numai de valorile instantanee ale mărimilor de stare ale câmpului electromagnetic, în aşa fel încât suma dintre impulsul electromagnetic şi impulsul mecanic al unui sistem fizic izolat, în care se produc fenomene atât mecanice cât şi electromagnetice, rămâne constantă. Numai experienţa poate arăta dacă există impuls electromagnetic şi anume: nu există impuls electromagnetic dacă experienţa arată că se conservă impulsul mecanic al oricărui sistem fizic izolat în care se produc, afară de fenomene mecanice, şi orice fenomene electromagnetice, dar există impuls electromagnetic dacă experienţa arată că impulsul mecanic nu se conservă în aceste condiţii şi dacă există o mărime care depinde numai de mărimile de stare ale câmpului electromagnetic, astfel încât suma dintre ea şi impulsul mecanic al sistemului izolat să rămână constantă. Dacă există impuls electromagnetic, se poate defini şi constata însă şi momentul impulsului electromagnetic, ca şi momentul impulsului mecanic. In anumite cazuri prezintă interes şi momentul impulsului electromagnetic, fiindcă el ar putea diferi de zero pentru câmpul din interiorul unei suprafeţe închise şi când incidental impulsul electromagnetic total al acestei părţi din câmp este nul.

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖNYVTÁRA 1948

Să presupunem că impulsul electromagnetic al câmpului din interiorul unei suprafețe închise și destul de mici ar avea proprietatea de a nu fi totdeauna nul când se produce un schimb de energie prin acea suprafață și că energia totală schimbată ar putea fi nulă când impulsul este nul. In acest ultim caz, prezența unui moment al impulsului electromagnetic ar fi un criteriu al transmisiunii solenoidale a energiei electromagnetice, adică al transmisiunii ei după curbe închise și fără variații ale densității de energie. In cadrul unei teorii se poate indica deci un sens fizic al circulației solenoidale a energiei electromagnetice numai dacă rezultă din acea teorie că sistemul fizic reprezentat de câmpul electromagnetic are, în general, impuls electromagnetic când se produce un schimb de energie electromagnetică prin suprafețe închise, dacă, afară de aceasta, momentul impulsului electromagnetic poate fi diferit de zero chiar și în cazuri în care nu se produce un astfel de schimb de energie și dacă experiența confirmă aceste consecințe ale teoriei.

Dacă se consideră diferitele teorii ale fenomenelor electrice și magnetice, din punctul de vedere al schimbului de energie electromagnetică prin suprafețe închise și din punctul de vedere al impulsului și al momentului impulsului electromagnetic, se constată următoarele: în teoria clasică macroscopică a lui Maxwell și Hertz a electricității și magnetismului, conform teoremei Poynting, curentul de energie electromagnetică liberă P_Σ, care iese dintr'o suprafață închisă Σ în interiorul căreia nu se găsesc corpuri feromagnetice, este dat de următoarea integrală de suprafață

$$P_\Sigma = \int_\Sigma \frac{c}{4\pi} (\overline{E} \times \overline{H})\, \overline{dA}, \tag{6}$$

unde c e vitesa de propagare a undelor electromagnetice în vid. Teorema nu permite să se definească curentul de energie printr'o suprafață deschisă, fiindcă fluxul oricărei densități a curentului de energie de forma

$$\overline{S} = \frac{c}{4\pi} \cdot \overline{E} \times \overline{H} + \overline{S}_s \tag{7}$$

în care $\overline{S}_s$ e un vector câmp solenoidal arbitrar ($\mathrm{div}\overline{S}_s = 0$), dă același curent de energie prin suprafața închisă. Legile acestei teorii sunt considerate valabile în raport cu orice sistem de referință, chiar dacă acesta este accelerat față de grupul sistemelor de referință inerțiale, iar curentul de energie electromagnetică este considerat drept curent relativ, în raport cu materia în mișcare. De altă parte, impulsul este o mărime definită exclusiv în raport cu sistemele de referință inerțiale: de exemplu, produsul $m\overline{u}$ dintre masă și viteză reprezintă un impuls numai dacă $\overline{u}$ e viteza corpului de masă m în raport cu un sistem de referință inerțial. De aceea problema impulsului electromagnetic prezintă dificultăți în această teorie. Când curentul de energie, care rezultă din expresiunea de mai sus a densității sale, e nul prin orice suprafață închisă din câmp, deși expresiunea (7) a densității poate da curenți de energie care nu sunt nuli prin suprafețele deschise, această transmisiune solenoidală a energiei nu poate fi pusă deci direct în evidență prin nicio măsurare de energie, la care se limitează această teorie. Pentru ca să nu rezulte din teorie o transmisiune solenoidală a energiei, ar trebui să se poată alege astfel vectorul solenoidal $\overline{S}_s$ din expresiunea (7), încât partea solenoidală a vectorului rezultant $\overline{S}$ să fie nulă, adică $\overline{S}$ să fie un câmp

potențial. Această alegere nu se poate face însă în așa fel, încât vectorul câmp, care rezultă pentru partea potențială a vectorului $\bar{S}$, să depindă numai de valorile locale instantanee ale mărimilor de stare $\bar{E}$, $\bar{D}$, $\bar{H}$ și $\bar{B}$, de care depind densitățile de energie, cum cere orice teorie a acțiunii din aproape în aproape. De aceea s'a impus cu timpul operarea directă cu partea din $\bar{S}$ care depinde numai de aceste mărimi de stare locale

$$\bar{S}' = \frac{c}{4\pi} \bar{E} \times \bar{H}. \tag{7'}$$

Aceasta este expresiunea vectorului Umov, stabilită de P o y n t i n g pentru cazul transmisiunii energiei electromagnetice. In această situație, circulația solenoidală a energiei electromagnetice, care rezultă prin operarea cu vectorul $\bar{S}$, a fost considerată ca un balast numit când inutil, când supărător, când inadmisibil, al reprezentărilor teoretice pe care le implică teoria lui Maxwell și Hertz. Această teorie fiind infirmată de experiență pentru cazul corpurilor mobile, dificultățile ei nu mai prezintă însă decât interes istoric pentru problema sensului fizic al transmisiunii energiei electromagnetice.

In teoria electronilor, conform teoremei circulației energiei electromagnetice, curentul de energie (raportat la sistemul inerțial lorentzian) care iese dintr'o suprafață închisă Σ e dat de următoarea integrală de suprafață:

$$P'_{\Sigma} = \int_{\Sigma} \frac{c}{4\pi} \mu_0^{-1} (\bar{e} \times \bar{b}) \, \overline{dA}, \tag{8}$$

Nu se poate însă defini cu ajutorul acestei integrale curentul de energie electromagnetică printr'o suprafață deschisă, ca și în teoria clasică macroscopică. Densitatea curentului de energie $\bar{s}$ rezultă din (8) iarăși numai cu aproximație de un vector câmp solenoidal $\bar{s}_s$

$$\bar{s} = \frac{c}{4\pi} \mu_0^{-1} \bar{e} \times \bar{b} + \bar{s}_s.$$

Legile teoriei electronilor sunt valabile însă numai în raport cu sistemul inerțial al lui Lorenz (presupus imobil în raport cu sistemul stelelor fixe). Astfel, rezultă, din această teorie, că un câmp electromagnetic are, în general, impuls electromagnetic; el are deci, în general, și un moment al impulsului electromagnetic (fiindcă valabilitatea legilor e legată de un sistem inerțial față de care se definește impulsul). Impulsul electromagnetic $\bar{G}$ al câmpului dintr'un volum rezultă proporțional cu integrala de volum a densității curentului de energie, extinsă asupra volumului

$$\bar{G} = \int_{v} \frac{\bar{s} - \bar{s}_s}{c^2} \, dv. \tag{10}$$

Expresiunea corespunzătoare a momentului $\bar{K}$ al impulsului electromagnetic al câmpului din interiorul unei suprafețe închise este deci

$$\bar{K} = \int_{v} \bar{r} \times \frac{\bar{s} - \bar{s}_s}{c^2} \, dv, \tag{11}$$

unde $\bar{r}$ sunt razele vectoare ale elementelor de volum în raport cu punctul față de care se consideră momentul. Acesta poate fi diferit de zero și când vectorul $\bar{s} - \bar{s}_g$ din relația (9) este solenoidal; valoarea lui variază, în general, dacă se adaugă acestui vector un nou câmp solenoidal $\bar{s}_g$. Măsurarea impulsului electromagnetic și a momentului său și compararea rezultatelor experimentale cu expresiunile (10) și (11) permit deci să se verifice experimental dacă densitatea curentului de energie electromagnetică este reprezentată de expresiunea Poynting $\bar{s} - \bar{s}_g$ a vectorului Umov, sau de un vector care diferă de el printr'un vector câmp solenoidal.

Efectuând medii macroscopice asupra mărimilor microscopice ale teoriei electronilor, se obțin legi ale unei teorii macroscopice, care diferă, din anumite puncte de vedere, de teoria lui Maxwell și Hertz. In această nouă teorie macroscopică, obținută din teoria electronilor, se obține, de asemenea, un impuls electromagnetic, fiindcă și în legile ei intervin mărimi legate de sistemele inerțiale.

Când fizicienii afirmă că o transmisiune solenoidală a energiei nu are sens fizic, ei enunță deci fie o consecință a vechii teorii a lui Maxwell și Hertz, fie că se limitează exclusiv la măsurări de energie, în cadrul teoriei electronilor sau în cadrul teoriei macroscopice bazată pe aceasta.

I. E. Tamm [2], de exemplu, după ce determină transmisiunea de energie într'un câmp electromagnetic static, arată următoarele:

« Astfel ajungem la ideea circulației continue de energie pe drumuri închise într'un câmp electromagnetic static. Această concepție nu ne duce la concluzii care ar putea fi verificate *direct* (sublinierea ns.) pe cale experimentală și de aceea este lipsită de semnificație fizică *nemijlocită* (sublinierea ns.).

Să ținem seama de faptul că, totuși... densitatea impulsului electromagnetic $\bar{g}$ e proporțională cu vectorul Poynting $\bar{S}$. Aserțiunea că în câmpul static considerat este localizat un anumit impuls electromagnetic este o aserțiune care are conținut și ne duce la concluzii care pot fi verificate (cel puțin în principiu) pe cale experimentală.

Este adevărat că impulsul total al intregului câmp static este în mod necesar nul. Totuși, cunoscând repartiția în spațiu a impulsului electromagnetic, putem determina momentul acestui impuls $\bar{K}$».

Rezultă că se neagă numai posibilitatea de a se verifica direct, adică exclusiv prin măsurări de energie, transmisiunea solenoidală a energiei, dar se arată apoi că măsurarea momentului impulsului dă, totuși, un rezultat care nu este nul.

6. CAZUL PARTICULAR AL CÂMPURILOR ELECTROSTATIC ȘI MAGNETOSTATIC SUPRAPUSE

In considerațiile referitoare la sensul fizic al transmisiunii de energie electromagnetică a avut un rol important cazul câmpului static care consistă în coexistența unui câmp electrostatic și a unuia magnetostatic, a cărui inducție nu este paralelă cu intensitatea primului câmp. Expresiunea Poynting a vectorului Umov dă, în acest caz particular, o transmisiune exclusiv solenoidală a energiei electromagnetice deși, în acest caz, cele două câmpuri (așa se argumentează) sunt independente unul de altul. Se înțelege că prezența momentului impulsului electromagnetic nu poate fi dovedită experimental cât timp durează starea de câmp electrostatic și magnetostatic, așa cum prezența momentului impulsului mecanic al apei care se rotește staționar într'un vas cilindric nu

poate fi dovedită experimental cât timp durează această stare staţionară. Momentul static pe care-l condiţionează variaţia în timp a momentului impulsului se poate măsura, atât într'un caz, cât şi în celălalt, numai variind starea staţionară. In cursul regimului tranzitoriu, în care s'au stabilit câmpurile electrostatic şi magnetostatic se acumulează însă în câmp un moment al impulsului electromagnetic. Câmpurile electrostatic şi magnetostatic coexistente trebue considerate deci ca depozitarul acestui moment al impulsului electromagnetic, care se va transforma din electromagnetic în mecanic când se va anula cel puţin unul dintre câmpuri. Câmpul electromagnetic considerat corespunde astfel sistemelor mecanice în stare staţionară, cum este apa care se roteşte staţionar într'un cilindru, şi nu sistemelor mecanice în stare statică.

Faptul că acest câmp electromagnetic nu este însoţit de nicio stare mecanică macroscopic staţionară şi de niciun curent de conducţie (care e macroscopic) nu modifică această situaţie, fiindcă mărimilor de stare ale câmpului electromagnetic nu li se poate aplica conceptul de viteză de mişcare (în sensul din Mecanică); numai curenţii microscopici există, iar mişcarea macroscopică staţionară a corpurilor, chiar dacă ar exista, ar constitui un fenomen mecanic, diferit de cel electromagnetic. De altfel, din punctul de vedere al teoriei relativităţii, însăşi descompunerea în câmp electrostatic şi magnetostatic este relativă, în sensul că ea depinde de sistemul de referinţă în raport cu care se descriu fenomenele.

7. EXPRESIUNILE PRIMARE ALE ENERGIEI ELECTRICE ŞI MAGNETICE ŞI ALE VECTORULUI UMOV ÎN TEORIA ELECTRONILOR

Densitatea de volum p a energiei care se transformă în unitatea de timp din forma electromagnetică în energie microscopic mecanică este

$$p = \rho \bar{u}\, \bar{e}, \tag{12}$$

unde $\bar{u}$ este viteza particulelor care au densitatea de sarcină ρ. De altă parte, înmulţim scalar cu inducţia magnetică microscopică $\bar{b}$, cei doi membri ai formei diferenţiale a legii inducţiei electromagnetice

$$\operatorname{rot} \bar{e} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \bar{b}}{\partial t}, \tag{13}$$

unde c este viteza de propagare a undelor electromagnetice în vid; înmulţim apoi scalar cu $-\bar{e}$ cei doi membri ai formei diferenţiale a legii circuitului magnetic

$$\operatorname{rot} \bar{b} = \frac{4\pi\mu_0}{c}\rho\bar{u} + \frac{\varepsilon_0\mu_0}{c}\frac{\partial \bar{e}}{\partial t}, \tag{14}$$

adunăm şi obţinem:

$$\bar{b}\operatorname{rot}\bar{e} - \bar{e}\operatorname{rot}\bar{b} \equiv \operatorname{div}(\bar{e}\times\bar{b}) = -\frac{1}{c}\bar{b}\frac{\partial \bar{b}}{\partial t} - \frac{4\pi\mu_0}{c}\rho\bar{u}\bar{e} - \frac{\varepsilon_0\mu_0}{c}\bar{e}\frac{\partial \bar{e}}{\partial t}.$$

Calculând din această relaţie produsul $p = \rho\,\bar{u}\,\bar{e}$, se obţine

$$\int \rho\bar{u}\,\bar{e}\,dv = -\frac{\partial}{\partial t}\int \frac{\varepsilon_0 e^2 + \mu_0^{-1}\bar{b}^2}{8\pi}dv - c\int \frac{\bar{e}\times b}{4\pi\mu_0}d\bar{A}, \tag{15}$$

de unde rezultă, prin comparație cu (4) și (5), expresiunile primare (3) și (9) ale energiei electrice și magnetice, și expresiunea Poynting a vectorului Umov.

Expresiunile primare ale energiei electrice și magnetice în funcție de mărimile de stare a materiei și de potențialele electromagnetice întârziate, scalar V și vectorial $\bar{a}$, se obțin exprimând mărimile $\bar{e}$ și $\bar{b}$ în funcție de ρ, $\bar{u}$, și de $\bar{a}$ și V. Din legea fluxului magnetic $\operatorname{div} \bar{b} = 0$ rezultă

$$\bar{b} = \operatorname{rot} \bar{a}, \tag{16}$$

iar din legea (13) a inducției electromagnetice rezultă

$$\bar{e} = -\operatorname{grad} V - \frac{1}{c}\frac{\partial \bar{a}}{\partial t} \tag{17}$$

și deci, din (3) rezultă pentru energia electrică expresiunea

$$W_e = \int \left[\frac{1}{2}\rho V + \frac{\varepsilon_0}{8\pi}\frac{\partial \bar{a}}{\partial t} \operatorname{grad} V + \frac{\varepsilon_0}{8\pi c^2}\left(\frac{\partial \bar{a}}{\partial t}\right)^2 \right] dv \tag{18}$$

și pentru energia magnetică, expresiunea

$$W_m = \int \left[\frac{1}{2}\rho \bar{u}\bar{a} - \frac{\varepsilon_0}{8\pi}\bar{a} \operatorname{grad}\frac{\partial V}{\partial t} - \frac{\varepsilon_0}{8\pi c^2}\bar{a}\frac{\partial^2 \bar{a}}{\partial t^2} \right] dv. \tag{19}$$

8. MĂSURAREA IMPULSULUI ELECTROMAGNETIC ȘI A MOMENTULUI LUI

P. N. Lebedev [3] a măsurat direct, în anul 1899, presiunea luminii asupra corpurilor pe care cade, adică a dovedit experimental o consecință a existenței impulsului electromagnetic, pe care l-a găsit egal cu impulsul (10), care rezultă din teoria electronilor, vectorul $\bar{s} - \bar{s}_s$ fiind dat de formula (9). R. A. Beth [4], [5] a măsurat direct, în anii 1935/36, cuplul exercitat de lumină asupra unui cristal birefringent pe care-l străbate, când acesta se găsește într'un câmp magnetic, și l-a găsit corespunzător momentului (11), care rezultă din teoria electronilor, dacă se calculează momentul impulsului electromagnetic cu vectorul $(\bar{s} - \bar{s}_s)$ din formula (9). Aceste experiențe precizează sensul fizic al transmisiunii de energie electromagnetică, cu o densitate a curentului acestei energii reprezentată exclusiv de expresiunea (9) a lui Poynting pentru $(\bar{s} - \bar{s}_s)$. Astfel, se poate urmări, în principiu, ce cantitate de energie (dar nu care energie) se transmite într'un anumit sens, printr'o suprafață deschisă.

Experiențele prezintă importanță deosebită, fiindcă probează că un câmp electromagnetic are proprietățile esențiale ale corpurilor, pe care le constitue impulsul lor și momentul impulsului lor. Impreună cu corpurile, câmpul electromagnetic face astfel parte din categoria materiei.

CONCLUZII

Teorema Umov-Poynting se poate stabili direct atât pentru regimurile nestaționare, cât și pentru cele cuasistaționare și staționare; pentru câmpurile statice, teorema rezultă numai prin particularizare din regimurile mai generale. Acest fapt nu are nicio semnificație deosebită, fiindcă pentru lămurirea sensului ei fizic interesează numai forma primară a teoremei. Dacă se folosesc expresiuni

secundare ale curentului de energie electromagnetică, de exemplu forma $P_\Sigma = UI$, valabilă pentru circuitele electrice parcurse de curentul staţionar sau cuasistaţionar I, sub tensiunea U, nu se poate infirma aplicabilitatea în aceste regimuri a expresiunii primare a curentului de energie, care nu conduce la nicio contradicţie cu datele experimentale. Imposibilitatea de a pune în evidenţă circulaţia solenoidală a energiei în câmpul electromagnetic există numai dacă mijloacele de cercetare sunt limitate exclusiv la măsurări de energie; această circulaţie poate fi pusă însă în evidenţă dacă se folosesc şi măsurări de impulsuri şi de momente ale impulsurilor. In cadrul teoriei electronilor şi al teoriei macroscopice bazate pe aceasta, se poate indica în toate cazurile sensul fizic al circulaţiei solenoidale a energiei electromagnetice — iar experienţa confirmă, din acest punct de vedere, cele două teorii.

ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПЕРЕДАЧИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ЭНЕРГИИ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В постановке и решении задач, относящихся к принадлежности, локализации и передачи разных форм энергии, представляют интерес первичные выражения форм энергии, то есть выражения этих форм справедливы в самых общих возможных преобразованиях.

Некоторая форма энергии принадлежит данной физической системе только тогда, когда существует ее первичное выражение, исключительно через величины состояния системы. В теории близкодействия энергия может локализироваться с определенной пространственной плотностью ω и в том смысле, что частицы физических систем, элементов объема dv участвуют аддитивно со значениями $\omega\, dv$ в энергии системы. Но в теориях близкодействия можно установить с помощью измерений, ограниченных исключительно к энергии, только обмен энергии через замкнутую поверхность. Соленоидальная циркуляция энергии имеет физический смысл только, если физические системы, при обмене энергией через замкнутую поверхность, имеют еще одно свойство, отличное от тех, которые привели к установлению обмена энергии через замкнутые поверхности, и если это свойство позволяет определение соленоидальной циркуляции энергии. В случае электрической и магнитной энергии, указанным свойством является электромагнитный импульс (вместе с моментом этого импульса). Электромагнитный импульс существует, если опыт показывает, что не консервируется механический импульс любой физической изолированной системы, в которой происходят помимо механических и электромагнитные явления, и если мгновенный электромагнетический импульс может быть определен в зависимости от мгновенных величин состояния электромагнитного поля так, чтобы эта сумма с механическим импульсом изолированной системы была постоянной во всех случаях. Если физическая система, которую представляет электромагнитное поле имеет импульс, когда происходит объем электромагнитной энергии через замкнутые поверхности, и если момент электромагнитного импульса может быть отличным от нуля и в случаях, в которых не имеет места такой обмен

энергии через замкнутые поверхности, то электромагнитное поле имеет дополнительное свойство, необходимое для различения соленоидальной передачи электромагнитной энергии, а именно с помощью момента электромагнитного импульса. Физический смысл этой передачи состоит именно в наличии момента электромагнитного импульса.

Задача электромагнитного импульса представляет трудности в теории Максвелла и Герца. В электронной теории, электромагнитный импульс пропорционален выражению Пойнтинга для вектора Умова, которое представляет плотность потока энергии, соответствующую чисто энергетическим соотношениям, а момент электромагнитного импульса вычисляется также в зависимости от этого вектора.

Измерение электромагнитного импульса и его момента и сопоставление с выражениями, которые вытекают из электронной теории, позволяют экспериментально проверить, представлена ли плотность потока энергии, которая входит в выражение электромагнитного импульса и его момента выражением Пойнтинга для вектора Умова, или вектором, который отличается от вектора Умова, вектором соленоидального поля.

П. Н. Лебедев в 1899 году измерил световое давление на тела, на которые падает свет, и нашел, что оно соответствует импульсу, данному выражением Пойнтинга для вектора Умова. В 1935—1936 гг. Р. А. Бет измерил момент, которым действует проходящий свет на кристалл двойного преломления и нашел, что он также соответствует выражению Пойнтинга для вектора Умова.

Эти опыты показывают, что можно указать и физический смысл факта, что передача электромагнитной энергии дана выражением Пойнтинга для вектора Умова, и в случае, когда поверхности, через которые изучается передача, являются открытыми.

В частном случае соленоидальной циркуляции электромагнитной энергии в электромагнитном поле, образованном наложением электростатического с непараллельным магнетостатическим полем, его электромагнитное поле нужно считать как сохраняющим момент электромагнитного импульса, накопленного в поле в течение переходного режима установления двух полей — момент который перейдет из электромагнитного в механический, когда станет нулем хоть одно из двух полей.

LE SENS PHYSIQUE DE LA TRANSMISSION D'ÉNERGIE ÉLECTROMAGNÉTIQUE

(RÉSUMÉ)

Lorsqu'il s'agit de poser et de résoudre les problèmes relatifs à l'appartenance, la localisation et la transmission des différentes formes d'énergie, les expressions primaires des formes d'énergie, c'est-à-dire les expressions valables pour les plus générales des transformations possibles, présentent de l'intérêt.

Une certaine forme d'énergie n'appartient à un système physique que si elle possède une expression primaire, exclusivement fonction des grandeurs d'état du système. — Dans les théories de l'action de proche en proche, l'énergie peut se localiser dans l'éspace, avec une densité w, dans le sens que les parties

des systèmes physiques des éléments de volume *dv* contribuent d'une manière additive, avec les valeurs *wdv*, à l'énergie du système. — Mais, dans les théories de l'action de proche en proche, on ne peut établir à l'aide des mesures exclusivement limitées à l'énergie que l'échange d'énergie à travers une surface fermée. La circulation solénoïdale de l'énergie n'a donc un sens physique que si, lorsqu'ils échangent de l'énergie à travers une surface fermée, les systèmes physiques possèdent également une propriété différente de celles qui ont conduit à l'établissement de l'échange d'énergie à travers des surfaces fermées et si cette propriété est à même de permettre la détermination de la circulation solénoïdale de l'énergie. Dans le cas de l'énergie électrique et magnétique, la propriété respective est l'impulsion électromagnétique (ainsi que le moment de cette impulsion). L'impulsion électromagnétique existe si l'expérience indique qu'il n'y a pas conservation de l'impulsion mécanique d'un système physique isolé quelconque où ont lieu, hormis les phénomènes mécaniques, des phénomènes électromagnétiques et encore, si l'impulsion électromagnétique instantanée peut être définie, en fonction des valeurs instantanées des grandeurs d'état du champ électromagnétique, de manière que la somme qui résulte de cette impulsion et de l'impulsion mécanique du système isolé soit constante pour tous les cas. Si le système physique représenté par le champ électromagnétique possède une impulsion au moment où un échange d'énergie électromagnétique à travers des surfaces fermées se produit — et si le moment de l'impulsion électromagnétique peut être différent de zéro, même pour les cas où un tel échange d'énergie à travers des surfaces fermées n'a pas lieu — un champ électromagnétique possède la propriété supplémentaire nécessaire pour distinguer la transmission solénoïdale de l'énergie électromagnétique — également à l'aide du moment de l'impulsion électromagnétique. Le sens physique de cette transmission consiste justement en la présence du moment de l'impulsion électromagnétique.

Le problème de l'impulsion électromagnétique présente des difficultés dans la théorie de Maxwell et Hertz. Dans celle des électrons, l'impulsion électromagnétique est proportionnelle à l'expression Poynting du vecteur d'Umov qui représente une densité du flux d'énergie compatible avec les relations purement énergetiques — et le moment de l'impulsion électromagnetique est également calculé en fonction de ce vecteur.

La mesure de l'impulsion électromagnétique et de son moment — et la comparaison aux expressions qui résultent de la théorie des électrons — permettent donc de vérifier de façon expérimentale si la densité du courant d'énergie qui intervient dans l'expression de l'impulsion électromagnétique et de son moment est représentée par l'expression Poynting du vecteur d'Umov, ou par un vecteur qui en diffère par un vecteur champ solénoïdal.

P. N. Lébédév a mesuré, en 1899, la pression que la lumière exerce sur les corps sur lesquels elle tombe et a trouvé qu'elle correspond à l'impulsion correspondant à l'expression Poynting du vecteur d'Umov. En 1935 et 1936, R. A. Beth a mesuré le couple exercé par la lumière sur un cristal biréfringent qu'elle traverse. Il l'a également trouvé correspondant à l'expression Poynting du vecteur d'Umov.

Ces expériences prouvent que l'on peut indiquer le sens physique aussi, du fait que la transmission de l'énergie électromagnétique est donnée par l'expression Poynting du vecteur d'Umov, même lorsque les surfaces à travers lesquelles la transmission est considérée sont ouvertes.

Pour le cas particulier de la circulation solénoïdale de l'énergie électromagnétique dans le champ électromagnétique formé par superposition d'un champ électrostatique à un champ magnétostatique, qui ne lui est point parallèle, ce champ électromagnétique doit être considéré dépositaire du moment de l'impulsion électromagnétique, accumulé dans le champ au cours du régime transitoire dans lequel les deux champs se sont établis — moment qui sera transformé d'électromagnétique en moment mécanique lorsque l'un des deux champs, au moins, aura été annulé.

BIBLIOGRAFIE

1. J. Frenkel, *Lehrbuch der Elektrodynamik*. J. Springer, Berlin, 1926, t. I, p. 206—207.
2. I. E. Tamm, *Bazele teoriei electricității*. Editura Tehnică, București, 1952, p. 104.
3. P. N. Lebedev, Drudes Ann. 1901, v. 6, p. 433; Congrés de physique, 1900, fasc. 2. p. 133.
4. R. A. Beth, Phys. Rev., 1935, v. 48, p. 471.
5. — Phys. Rev., 1936, v. 50, p. 115.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul IV, Nr. 3—4, 1953

VITEZA DE TRANSPORT A ENERGIEI ELECTROMAGNETICE *)

DE

EDMOND NICOLAU

1. INTRODUCERE

In revistele de specialitate din ţara noastră s'au publicat în ultimii ani numeroase studii, privind atât viteza de propagare a energiei electrice în curent continuu, cît şi în general fenomenul de propagare a energiei electromagnetice în legătură cu vectorul Umov-Poynting. Toate aceste studii considerau că viteza de propagare a energiei electromagnetice este egală cu viteza de fază a undelor electromagnetice, $v = (\mu\,\varepsilon)^{-1/2}$. Articolul de faţă este un studiu de sinteză; scopul acestui articol este de a arăta, că nu totdeauna viteza de propagare a energiei electromagnetice este egală cu viteza de fază, acest fapt neavând loc decât în mediile omogene, isotrope şi nedispersive. Dacă mediul este omogen dar anisotrop, această egalitate a vitezelor nu mai are loc. La fel, dacă mediul este omogen şi isotrop, dar dispersiv, viteza de transport a energiei diferă de viteza sa de fază. In mediile dispersive, se introduc astfel mai multe viteze distincte: viteza de fază, viteza de grup, viteza semnalului şi viteza de transport a energiei, viteze ce nu coincid decât în anumite condiţii.

In articolul de faţă vom considera, în primul rând, cazurile cele mai simple şi vom studia astfel propagarea unei unde electromagnetice plane, polarizată liniar, într'un mediu omogen isotrop şi nedispersiv, arătând că, în acest caz, viteza de transport a energiei este egală cu viteza de fază, iar fluxul de energie este dirijat în direcţia propagării undei. Dacă mediul este omogen şi nedispersiv, dar anisotrop, vectorul Umov-Poynting, care arată direcţia în care se propagă energia, încetează de a mai avea aceeaşi direcţie cu direcţia de propagare a undei, iar viteza de fază nu mai coincide cu viteza de transport a energiei. Vom trece apoi la mediile dispersive, punând în evidenţă viteza de grup şi arătând că, dacă mediul este numai slab dispersiv atunci viteza de transport a energiei coincide cu viteza de grup, ceea ce nu va mai avea loc la mediile puternic dispersive. Această distincţie între viteza de grup şi viteza de transport a energiei pare curioasă la prima vedere, deoarece ne-am aştepta ca energia să fie localizată în punctele din spaţiu în care intensitatea câmpului este mare, adică acolo unde se află grupul de undă — deci viteza de transport a energiei ar trebui să fie egală cu viteza de grup. Acest mod simplist de a privi lucrurile nu corespunde însă realităţii deoarece la mediile dispersive trebue să ţinem seama de struc-

*) Comunicare prezentată Institutului la 14 Iulie 1953.

tura lor, de faptul că sunt formate din atomi care intră în rezonanţă astfel încât energia totală a sistemului este în fond formată nu numai din energia înmagazinată în câmp, ci şi din energia cinetică şi potenţială a atomilor. Acest fapt explică rezultatul paradoxal la prima vedere, că într'un dielectric dispersiv, densitatea de energie nu este nulă atunci când câmpul este nul — şi aceasta pentrucă în acel moment deşi densitatea de energie înmagazinată în câmp este nulă, energia cinetică a electronilor este maximă.

Distincţia dintre viteza de grup şi viteza de transport a energiei prezintă un mare interes teoretic, deoarece se arată că în numeroase cazuri viteza de grup este mai mare decât viteza luminii — şi deci, dacă viteza de transport a energiei ar fi egală cu viteza de grup, s'ar obţine un rezultat contrar formulărilor teoriei relativităţii.

2. NOŢIUNI FUNDAMENTALE

Ecuaţiile fundamentale ale electricităţii se scriu în sistemul *MKS* raţionalizat sub forma

$$\nabla \times \boldsymbol{E} + \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = 0 \tag{1}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} - \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} = \boldsymbol{j} \tag{2}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho \tag{3}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \tag{4}$$

unde $\boldsymbol{j}$ este densitatea de curent, ρ este densitatea de sarcină, iar ∇ este operatorul nabla

$$\nabla = \boldsymbol{i}\frac{\partial}{\partial x} + \boldsymbol{j}\frac{\partial}{\partial y} + \boldsymbol{k}\frac{\partial}{\partial z}.$$

Ţinând seama că o ecuaţie vectorială este echivalentă cu trei ecuaţii scalare scrise pentru componente, rezultă că sistemul (1)...(4) este echivalent cu 12 ecuaţii; numărul funcţiilor care intervin este însă mai mare; componentele a cinci mărimi vectoriale ($\boldsymbol{E}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{H}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{j}$) plus scalarul ρ dau 16 funcţii. Problema generală a teoriei electricităţii este de a determina în fiecare punct al unui domeniu V valorile tuturor mărimilor de câmp, dând pe $\boldsymbol{j}$ şi pe ρ în interiorul domeniului V, şi impunând câmpului anumite condiţii iniţiale sau pe frontieră. De exemplu în cazul radiaţiei antenelor se dă curentul din antenă şi se cere valoarea câmpului electromagnetic în fiecare punct al spaţiului.

Pentru a putea soluţiona sistemul de ecuaţii cu derivate parţiale care este format din ecuaţiile Maxwell (1)...(4) este necesar a mai stabili anumite relaţii între mărimile de câmp. Aceste relaţii sunt deduse ca şi sistemul (1)...(4) din experienţa acumulată de ştiinţă într'un lung proces istoric de cunoaştere. Relaţiile în cauză sunt:

$$\boldsymbol{j} = \sigma \boldsymbol{E} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} \tag{6}$$

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E}. \tag{7}$$

Să arătăm sensul fizic al ecuațiilor electricității: ecuația (1) este corespunzătoare legii inducției; ecuația (2) este corespunzătoare legii curentului total; ecuația (3) este expresia legii Gauss; ecuația (4) exprimă faptul că nu există sarcini magnetice libere; ecuația (5) este expresia legii Ohm transcrisă diferențial; ecuația (6) exprimă faptul că inducția magnetică este proporțională cu intensitatea câmpului magnetic care o provoacă; ecuația (7) exprimă faptul că inducția electrică este proporțională cu intensitatea câmpului electric care o produce. Coeficienții σ (conductivitatea) și μ (permeabilitatea) sunt în general scalari; ε (permitivitatea sau constanta dielectrică) este un scalar la mediile numite isotrope, și este un tensor la mediile anisotrope. Mediile la care conductivitatea este nulă se numesc nedisipative, pentrucă se arată că în aceste medii nu se produc pierderi de energie sub formă de căldură.

Teoria clasică a câmpului electromagnetic consideră mărimile ε, μ, σ ca fiind niște constante ce caracterizează un anumit mediu și nu poate explica modul în care depind ele de intensitatea câmpului aplicat sau de variația în timp a acestuia. Experiența arată însă că aceste mărimi în anumite cazuri depind și de intensitatea câmpului, și de modul cum variază acesta în timp. Este cunoscut în această privință cazul substanțelor feromagnetice, unde intervine fenomenul de hysterezis. Dar exceptând acest caz, se constată că există cazuri în care permitivitatea ε variază cu frecvența, permeabilitatea μ rămânând constantă și aproximativ egală cu permeabilitatea vidului μ_0. Aceste medii se numesc medii dispersive, pentru un motiv pe care îl vom arăta mai jos. Un astfel de mediu este de exemplu ionosfera, în general gazele ionizate, metalele și numeroși dielectrici.

Este însă important de arătat că independent de proprietățile mediului, este valabilă o teoremă generală a teoriei electricității, numită teorema Umov-Poynting, care arată că oricare ar fi mediul considerat, mărimile câmpului electromagnetic satisfac următoarei relații globale

$$\int_{\Sigma} (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}) \cdot \boldsymbol{n}\, da + \int_{V} \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{j}\, dv = -\int_{V} \left(\boldsymbol{E} \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{H} \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \right) dv \qquad (8)$$

Σ fiind suprafața închisă ce mărginește volumul V.

Această teoremă se interpretează în sensul următor: fluxul de putere al vectorului $\boldsymbol{S}$

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H} \qquad (9)$$

prin suprafața Σ, plus puterea cheltuită de forțele electrice pentru menținerea acestui câmp electromagnetic în interiorul volumului V, este egal și de sens contrar cu variația energiei W a câmpului electromagnetic în unitatea de timp

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \int_{V} \left(\boldsymbol{E} \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{H} \cdot \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \right) dv. \qquad (10)$$

Membrul al doilea al acestei identități reprezintă variația în unitatea de timp a energiei înmagazinate în câmp electric și magnetic din volumul V. Membrul întâi trebue să reprezinte atunci factorii responsabili de această variație. Integrala de volum din stânga reprezintă pierderea de energie sub formă de căldură prin efect Joule, ca și energia dată sistemului de către tensiunile electro-

motoare aplicate (generatorii). Integrala de suprafaţă reprezintă atunci o putere care iese prin suprafaţa Σ ce delimitează volumul V. Scriind

$$\int_{\Sigma} \boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{n}\, da = \int (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}) \cdot \boldsymbol{n}\, da \tag{11}$$

definim vectorul S care intervine şi în (9):

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}$$

care poate fi interpretat ca energia ce trece în unitatea de timp prin aria unitară a cărei normală este orientată după vectorul S.

3. ECUAŢIA UNDELOR ELECTROMAGNETICE

In mediile omogene, izotrope şi nedispersive, mărimile ε, μ şi σ sunt constante. Să căutăm o soluţie simplă a câmpului electromagnetic, într'un mediu nedisipativ, în care deci $\sigma = 0$. Să admitem că structura câmpului este foarte simplă astfel încât mărimile de câmp să depindă numai de o singură coordonată, anume de z. Un astfel de câmp este reprezentat deci prin vectori care sunt constanţi în planele $z =$ constant, planę perpendiculare pe axa z. Un astfel de câmp se numeşte câmp plan. Să scriem ecuaţiile (3) şi (4) admiţând că în spaţiul considerat nu există sarcini, $\rho = 0$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = 0. \tag{12}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0. \tag{13}$$

Deoarece am admis că toate mărimile de câmp variază numai în funcţie de z, rezultă că aceste ecuaţii ne dau

$$\frac{\partial D_z}{\partial z} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \tag{14}$$

care arată că la un câmp plan, componentele câmpului în direcţia variabilei independente z, sunt constante. Dacă însă urmărim un câmp de unde, deci un câmp la care mărimile variază în timp şi spaţiu, nu putem reţine soluţiile constante, şi deci pentru fenomenele de propagare trebue să luăm

$$D_z = 0 \quad ; \quad B_z = 0 \tag{15}$$

deci vectorii B şi D sunt perpendiculari pe direcţia z, care este direcţia de propagare.

Dacă mediul este omogen şi isotrop, atunci ecuaţia (15) atrage după sine şi

$$E_z = 0 \quad ; \quad H_x = 0. \tag{15'}$$

Deoarece vectorii sunt perpendiculari pe axa z, să considerăm un caz şi mai simplu, anume cazul în care vectorul D este mereu paralel cu axa y, adică

există o singură componentă a sa, anume D_y. Un astfel de câmp se numeşte polarizat liniar. Ecuaţia (2), ecuaţia de evoluţie dă atunci

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = 0 \qquad \frac{\partial H_x}{\partial z} = \frac{\partial D_y}{\partial t} \tag{16}$$

care arată că componenta H_y trebue luată constantă, deci nulă, deci câmpul $\boldsymbol{H}$ se reduce la o singură componentă, H_x.

Luând pe $\boldsymbol{B}$ proporţional cu $\boldsymbol{H}$, μ fiind scalar, rezultă din ecuaţia (1)

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{\partial B_x}{\partial t}. \tag{17}$$

Ţinând seama de faptul că mediul este omogen şi isotrop, deci ε şi μ sunt scalari independenţi de punct şi admiţând că suntem într'un regim permanent, adică că aceste constante nu depind nici de timp, rezultă că atât $\boldsymbol{E}$ cât şi $\boldsymbol{H}$ satisfac unei aceleiaşi ecuaţii:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = 0 \qquad \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} = 0 \tag{18}$$

unde s'a notat

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}. \tag{19}$$

Se ştie că ecuaţiile (18) sunt ecuaţiile unidimensionale ale undelor, şi că soluţiile lor sunt de forma

$$E_y = f\left(t \pm \frac{1}{v} z\right) \quad ; \quad H_x = F\left(t \pm \frac{1}{v} z\right) \tag{20}$$

funcţiile f şi F fiind arbitrare. Mărimea

$$\varphi = t \pm \frac{1}{v} z \tag{21}$$

se numeşte faza undei. Evident că pentru toate punctele şi momentele în care faza este constantă, câmpul are aceeaşi valoare. Dar dacă φ este constant, atunci prin diferenţiere rezultă

$$\frac{dz}{dt} = \pm v \tag{22}$$

deci faza se propagă cu o viteză egală cu v, definită de ecuaţia (19). Această viteză se numeşte viteza de propagare a fazei, sau viteza de fază. Observăm că sunt posibile două viteze, egale şi de sens contrar: una reprezintă o undă care se propagă în sensul crescător al axei z — unda directă, iar cealaltă o undă ce se propagă în sens contrar, şi care se numeşte unda indirectă.

Sensul fizic al noţiunii de viteză de fază este următorul: dacă în momentul t_0, în punctul z_0, câmpul are o anumită valoare, atunci deplasându-ne de-a-lungul axei z cu viteza v, observăm mereu aceeaşi valoare a câmpului.

Reţinem deci acest fapt important: la undele plane vectorii $\boldsymbol{B}$ şi $\boldsymbol{D}$ sunt ambii perpendiculari pe direcţia de propagare.

Aceasta este valabil independent de proprietăţile mediului, care poate fi anisotrop şi neomogen, Notând cu $\boldsymbol{k}$ un vector paralel cu axa z, exprimăm această proprietate scriind:

$$\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{B} = 0 \qquad \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{D} = 0. \tag{23}$$

Dacă mediul este isotrop, atunci H este paralel cu B şi E cu D, astfel încât putem scrie şi

$$\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{H} = 0 \qquad \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{E} = 0 \tag{24}$$

ceea ce se întâmplă în cazul arătat în figura 1. Ecuaţiile (1) şi (2) arată că variaţia lui $\boldsymbol{B}$ este perpendiculară pe $\boldsymbol{E}$ şi variaţia lui $\boldsymbol{D}$ este perpendiculară pe $\boldsymbol{H}$. Dacă câmpul este polarizat liniar, atunci variaţia se produce numai în sensul vectorului şi rezultă

$$\boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{E} = 0 \qquad \boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{H} = 0. \tag{25}$$

Dacă mediul este isotrop, atunci ambele relaţii (18) devin

$$\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{H} = 0. \tag{26}$$

Deci în mediile isotrope, pentru undele plane polarizate liniar, vectorul câmpului electric este perpendicular pe vectorul câmpului magnetic, şi ambii sunt perpendiculari pe direcţia de propagare.

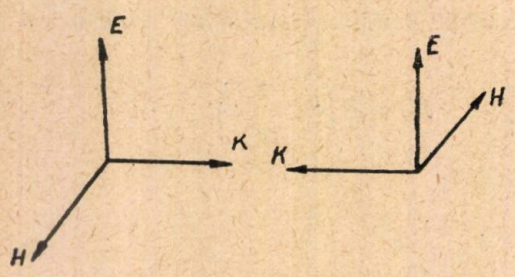


Fig. 1

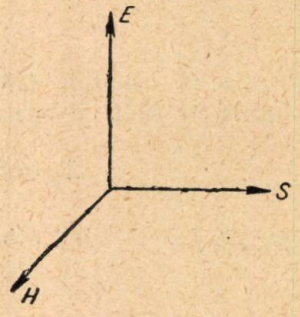


Fig. 2

Ţinând seama de ecuaţiile (24) şi (25) rezultă că în cazul mediilor isotrope, vectorul fluxului de energie, $\boldsymbol{S}$, este paralel cu direcţia de propagare a undei şi de amplitudine egală cu produsul EH. Observăm că sistemul de vectori $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$, $\boldsymbol{S}$, formează un sistem drept: rotind un burghiu astfel încât să aducă pe $\boldsymbol{E}$ peste $\boldsymbol{H}$, el ar înainta în direcţia lui $\boldsymbol{S}$, direcţie în care se propagă şi unda şi energia. In figura 2 sunt arătaţi vectorii $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$ şi $\boldsymbol{S}$ la o undă plană, polarizată liniar, ce se propagă într'un mediu isotrop.

4. UNDE PLANE, POLARIZATE LINIAR ŞI VARIIND ARMONIC ÎN TIMP

Dacă direcţia de propagare este axa z, atunci o astfel de undă se reprezintă prin vectorul electric E_y

$$E_y = E \cos \omega \left(t - \frac{1}{v} z \right) \tag{27}$$

formă sugerată de expresia generală (20); E este amplitudinea undei, iar ω pulsația. Această undă reprezintă un fenomen armonic în spațiu și timp: deoarece o schimbare a fazei cu 2π nu o modifică, rezultă că într'un anume punct unda are aceeași valoare după un timp T numit perioadă, care satisface la:

$$\omega T = 2\pi. \tag{28}$$

La fel, într'un anumit moment unda are aceeași valoare în două puncte distanțate prin distanța λ, numită lungime de undă, care satisface la

$$\frac{\omega}{v}\lambda = 2\pi. \tag{29}$$

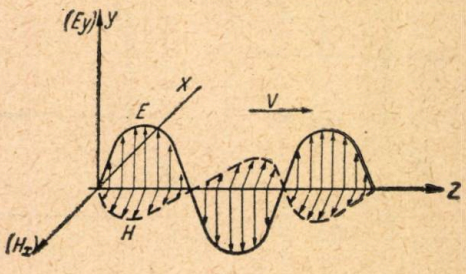


Fig. 3

Menționăm că se obișnuește a se nota

$$k = \frac{\omega}{v}. \tag{30}$$

Luăm câmpul magnetic corespunzător ecuației (27):

$$H_x = H\cos(\omega t - kz). \tag{31}$$

Figura 3 arată o undă plană polarizată liniar și variind armonic în timp. Introducând pe (27) și (31) în ecuațiile (1) ... (4) se obține un rezultat important:

$$\eta = \frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}. \tag{32}$$

Raportul η dintre amplitudinea câmpului electric și amplitudinea câmpului magnetic, la o undă plană polarizată liniar este o constantă, care nu depinde decât de proprietățile mediului, respectiv de ε și de μ. Acest raport care are proprietățile unei impedanțe, se numește impedanța intrinsecă a mediului respectiv. [1]. Relația (32) permite să scriem densitatea și energia câmpului plan sub forma

$$W = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2 = \varepsilon E^2 = \mu H^2.$$

5. VITEZA DE TRANSPORT A ENERGIEI ÎN MEDII ISOTROPE NEDISPERSIVE

Să considerăm, așa cum se vede în figura 4, un sistem de coordonate x, y, z și să admitem că planul $z = 0$ este suprafața de separație dintre două medii cu constante electrice diferite: ε_1 și μ_1 în semispațiul din stânga, ε_2 și μ_2 în mediul din dreapta; în întreg spațiul, conductivitatea σ este nulă.

O undă ce vine după direcția z, la suprafața de separație se desparte în unda reflectată, ce se întoarce în primul mediu, și unda refractată, ce pătrunde în cel de la doilea mediu. Notând cu $'$ unda refractată și cu $''$ unda reflectată, vom scrie

$$\begin{aligned}
&\text{unda incidentă} \quad E_y = E\cos\omega\left(t - \frac{z}{v}\right); \quad H_x = H\cos\omega\left(t - \frac{z}{v}\right)\\
&\text{unda refractată} \quad E'_y = E'\cos\omega\left(t - \frac{z}{v'}\right); \quad H'_x = H'\cos\omega\left(t - \frac{z}{v'}\right)\\
&\text{unda reflectată} \quad E''_y = E''\cos\omega\left(t + \frac{z}{v}\right); \quad H''_x = -H''\cos\omega\left(t + \frac{z}{v}\right)
\end{aligned} \tag{33}$$

unde v este viteza de propagare în mediul din stânga, şi v' viteza de propagare în mediul din dreapta. La unda reflectată faza variază invers cu z, dat fiind sensul de propagare. De asemenea, dat fiind că vectorul $\boldsymbol{E}''$ s'a luat pozitiv, şi că sistemul $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$, $\boldsymbol{S}$, formează totdeauna un sistem drept, deoarece energia se propagă aici înspre z descrescător, rezultă că este necesar a lua amplitudinea lui H_x'' negativă.

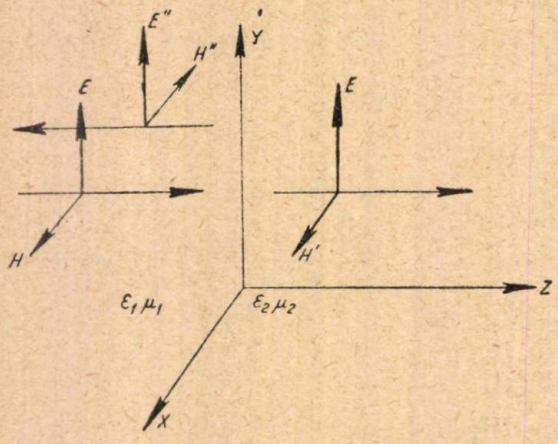


Fig. 4

La suprafaţa de separaţie dintre cele două medii trebue însă să subsiste egalitatea dintre componentele tangenţiale la suprafaţă ale câmpului, adică câmpul tangenţial la suprafaţă în partea stângă, trebue să fie egal cu câmpul tangenţial la suprafaţă în partea dreaptă; aceasta şi relativ la câmpul electric şi la cel magnetic. Scriem deci

$$E + E'' = E' \quad H - H'' = H'.$$

Ţinând seama de raportul dintre E şi H (impedanţa intrinsecă a mediului) relaţia relativă la câmpul magnetic se scrie

$$\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}(E - E'') = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}E'$$

sau ţinând seama că

$$\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} = \varepsilon v$$

putem scrie

$$\varepsilon_1 v(E^2 - E''^2) = \varepsilon_2 v' E'^2 \tag{34}$$

relaţie valabilă chiar în cazul mediilor dispersive, când ε este funcţie de pulsaţie.

Dacă mediul este nedispersiv, deci dacă constantele dielectrice nu depind de frecvenţă, (34) arată că nici vitezele de fază nu depind de frecvenţă. Relaţia (34) se mai poate scrie şi

$$S - S'' = S' \tag{35}$$

unde s'a notat cu $\boldsymbol{S}$ vectorul de putere corespunzând undei directe etc. Relaţia (35) este în fond legea de conservare a puterii la suprafaţa de separaţie. Inmulţind ambii membri ai lui (34) şi (35) cu timpul, obţinem legea de conservare a energiei. Putem interpreta pe (34) şi pe (35) în sensul că în unitatea de timp, pe unitatea de arie normală pe direcţia de propagare, trece o energie

$$\varepsilon E^2 v = Wv \tag{36}$$

E fiind amplitudinea undei respective, iar v fiind acum viteza de transport a energiei, care apare astfel a fi egală cu viteza de fază.

Reţinem deci acest fapt important, că la mediile nedispersive, isotrope, viteza de transport a energiei este egală cu viteza de fază.

6. PROPAGAREA ENERGIEI ÎN MEDII OMOGENE, NEDISPERSIVE, ANISOTROPE

Acesta este cazul propagării energiei electromagnetice în cristale. In mediile isotrope E este paralel cu D (fig. 5 *a*). Mediile anisotrope se caracterizează prin

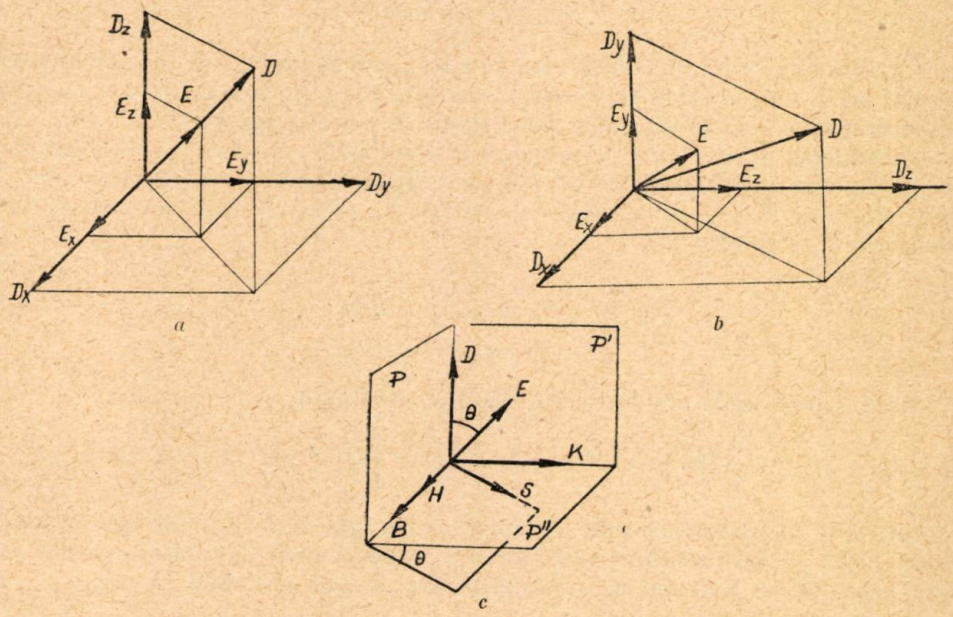


Fig. 5

aceea că, la ele, constanta dielectrică nu este o constantă scalară, ci este un tensor. In cristale există trei direcții în care E este paralel cu D, direcții numite direcții principale. In aceste direcții scriem deci

$$D_i = \varepsilon_i E_i (\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2; \quad \varepsilon_2 \neq \varepsilon_3; \quad \varepsilon_3 \neq \varepsilon_1).$$

Dar dacă E nu are una din aceste direcții, atunci D nu mai are direcția lui E (fig. 5 *b*).

In figura 5 *c* este reprezentată propagarea unei unde plane, polarizată liniar într'un mediu anisotrop.

Din cele arătate la punctul 3, se știe că D și B sunt întotdeauna perpendiculari pe direcția de propagare k. In cazul polarizației liniare, E este normal pe B iar H este normal pe D; înmulțind scalar ecuația (2) cu B, și ținând seamă că rotorul unui vector este un vector normal pe el, rezultă că independent de mediu, în cazul polarizației liniare, D este normal pe B. Singura posibilitate de a ține seamă de aceste poziții reciproce, este de a considera trei plane. Primul este planul P care este normal pe direcția de propagare k și care conține pe B și pe D. Ținem seama că direcțiile lui B și lui H coincid. Pe B ducem alt plan normal, P', care conține pe D, E și k. Perpendicular pe D ducem un al treilea plan P'', care conține pe B, H și k. Intersecția lui P cu P' este D; intersecția lui P' cu P'' este k; intersecția lui P'' cu P este B și H. E se află în planul P', dar direcția sa diferă de a lui D. Cum vectorul puterii S este normal pe E și pe H, rezultă că el va avea o direcție diferită de aceea în care se propagă unda, și rezultă imediat

că nici viteza de transport a energiei nu mai poate fi egală cu viteza fazei, deoarece, în timp ce de-a-lungul lui k, frontul de undă parcurge în timpul dt distanța ds, energia parcurge o distanță diferită ds', de-a-lungul direcției sale de propagare.

7. VITEZA DE GRUP

Tot așa după cum nu este posibil de a izola o rază luminoasă tot așa nu este posibil de a izola o undă pur monocromatică, adică nu putem izola o singură undă de pulsație ω, ci cel puțin două unde de pulsații apropiate, ω' și ω''. Să considerăm că aceste unde se propagă într'un mediu dispersiv, adică într'un mediu la care viteza depinde de pulsație; prima undă se va propaga atunci cu o viteză de fază v', iar a doua cu o viteză v'', viteze la care vor corespunde mărimile k', respectiv k''.

Scriem deci

$$E' = E\cos(\omega' t - k' z)$$

$$E'' = E\cos(\omega'' t - k'' z).$$

Aceste două unde vor interfera, dând o rezultantă

$$E_t = 2E\cos\frac{1}{2}\left[(\omega'-\omega'')t - z(k'-k'')\right]\cos\frac{1}{2}\left[(\omega'+\omega'')t - z(k'+k'')\right].$$

Considerând că pulsațiile sunt apropiate, diferența lor va fi un număr mic, astfel încât putem considera rezultanta ca fiind o undă de pulsație egală cu suma celor două pulsații, și de amplitudine A lent variabilă în timp:

$$A = 2E\cos\frac{1}{2}\left[(\omega'-\omega'')t - z(k'-k'')\right].$$

Această amplitudine se propagă și ea cu o viteză ușor de determinat. Impunând condiția ca faza ei să fie constantă, rezultă că amplitudinea se propagă cu viteza U.

$$U = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega' - \omega''}{k' - k''}.$$

Atunci când cele două frecvențe tind una spre cealaltă, viteza U devine viteza de grup având valoarea

$$U = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d\omega}{d\left(\frac{\omega}{v}\right)}. \qquad (37)$$

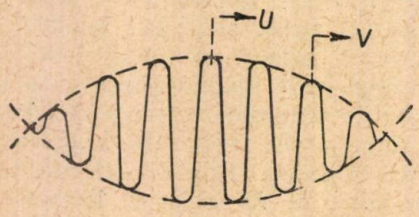


Fig. 6

Vedem deci că amplitudinea mare a câmpului se propagă cu o viteză diferită de viteza de fază. Este normal să ne imaginăm că deoarece energia este localizată în câmp în regiunile în care câmpul este intens, cel puțin pentru mediile puțin dispersive, viteza de transport a energiei este egală cu viteza de grup. Această problemă o vom studia în punctele ce urmează. In figura 6 se vede aspectul unui grup de unde.

8. DENSITATEA MEDIE DE ENERGIE ÎNTR'UN MEDIU DISPERSIV

Fie un condensator plan suficient de mare; să considerăm din el un element paralelipipedic, de bază unitară. Scriind legea (3) pentru acest element (fig. 7) considerând o arie delimitată de bază, feţele laterale şi suprafaţa haşurată, rezultă că pe unitatea de arie a capacităţii se află o densitate de sarcină egală cu D; dacă câmpul în interiorul condensatorului este E, o variaţie a sarcinii de pe plăci se face cu un travaliu, iar trecerea capacităţii dela starea 1 la starea 2 se face cu un travaliu

$$T = \int_0^1 \boldsymbol{E}\, d\boldsymbol{D} = W_1 - W_0.$$

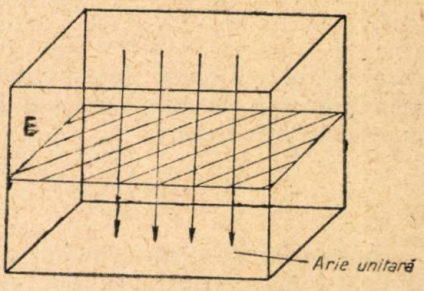


Fig. 7

Aceasta presupunând că evoluţia condensatorului se face adiabatic. Astfel de exemplu dacă admitem o variaţie armonică în timp a lui E şi D, scriem

$$E = E_0 \sin \omega t \qquad D = \varepsilon(\omega)\, E_0 \sin \omega t.$$

Atunci efectuând integrala între momentul $t_0 = \dfrac{2n\pi}{\omega}$ şi $t_1 = \dfrac{2n\pi}{\omega} + \dfrac{\pi}{2\omega}$ se obţine

$$W_1 - W_0 = \frac{1}{2}\, \varepsilon(\omega)\, E_0^2.$$

Această valoare nu reprezintă însă valoarea absolută a energiei capacităţii, căci în momentele în care câmpul este nul, energia capacităţii este diferită de energia pe care ar fi avut-o dielectricul după ce mult timp n'ar fi fost supus niciunui câmp. Acest lucru pe care îl vom demonstra imediat, are o explicaţie simplă: dielectricii sunt formaţi din particule, care sub acţiunea câmpului exterior intră în oscilaţie. In momentul în care câmpul este nul, energia câmpului este nulă, dar energia totală a dielectricului nu este zero, fiind formată din energia cinetică a particulelor.

Iată demonstraţia acestui fapt. Energia *medie* a dielectricului, pe unitatea de volum este (suprabararea înseamnă valoare medie)

$$\overline{W} = W_0 + \frac{1}{2}\, \varepsilon(\omega)\, \overline{E^2}. \tag{38}$$

Să calculăm energia medie în cazul în care câmpul nu este perfect monocromatic, ci este format din suprapunerea a două frecvenţe apropiate, $\omega' = \omega + \gamma$ şi $\omega'' = \omega - \gamma$:

$$E = \frac{1}{2} E_0 [\cos \omega' t - \cos \omega'' t] = - E_0 \sin \gamma t. \sin \omega t$$

$$D = \frac{1}{2} E_0 [\varepsilon' \cos \omega' t - \varepsilon'' \cos \omega'' t]. \tag{39}$$

Se obţine:

$$\frac{dD}{dt} = -\frac{1}{2} E_0 [\varepsilon' \omega' \sin \omega' t - \varepsilon'' \omega'' \sin \omega'' t] =$$

$$= -E_0 \left[\varepsilon \omega \sin \gamma t \cos \omega t - \nu \frac{\partial (\varepsilon \omega)}{\partial \omega} \cos \gamma t \sin \omega t \right].$$

rezultat care se obţine foarte uşor desvoltând în serie pe ε şi reţinând numai primul termen. De asemenea, din înmulţirea cu pulsaţia, neglijăm infiniţii mici de ordinul doi, scriind:

$$\varepsilon' \omega' = \varepsilon \omega + \nu \frac{\partial (\varepsilon \omega)}{\partial \omega} \qquad \varepsilon'' \omega'' = \varepsilon \omega - \nu \frac{\partial (\varepsilon \omega)}{\partial \omega}. \tag{40}$$

Aceste formule sunt valabile atâta vreme cât ε variază lent cu ω, în caz contrar fiind necesar a considera mai mulţi termeni din desvoltare.

Să integrăm produsul $E\,dD$ între momentul t_0 când câmpul e nul şi momentul t_1 când câmpul e maxim ($t_1 = 2\pi/\nu$, $t_0 = 0$)

$$W = \int_{t_0}^{t_1} \boldsymbol{E}\, d\boldsymbol{D} = \varepsilon E_0^2 \int_{t_0}^{t_1} \sin^2 \nu t \cos \omega t \sin \omega t\, dt + \\ + E_0^2 \nu \frac{\partial (\varepsilon \omega)}{\partial \omega} \int_{t_0}^{t_1} \sin^2 \omega t \cos \nu t \sin \nu t\, dt. \tag{41}$$

Cum cele două pulsaţii diferă puţin între ele — ν este o cantitate mică — $\sin \nu t$ şi $\cos \nu t$ variază lent cu timpul, spre deosebire de termenii $\sin \omega t$ şi $\cos \omega t$ care variază rapid, astfel încât în medie prima integrală este nulă. In cea de a doua integrală înlocuind pe $\sin^2 \omega t$ prin valoarea sa medie 1/2, şi efectuând integrala între limitele stabilite, rezultă

$$w = \frac{1}{4} E_0^2 \left(\varepsilon + \omega \frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega} \right). \tag{42}$$

Comparând acest rezultat cu (38) rezultă că energia dielectricului nu este nulă în momentele în care câmpul este nul, ci în aceste momente ea este

$$\frac{E_0^2}{4} \omega \frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega}, \tag{43}$$

Acelaşi rezultat se obţine pentru orice lege — suficient de lentă — de variaţie a lui ε cu ω. Relaţia (43) se obţine din relaţia (38) ţinând seama că valoarea medie a lui E_0^2 este $E_0^2/2$.

Dacă dorim a scrie energia electrostatică sub aceeaşi formă în cazul mediilor dispersive, ca şi în cazul celor nedispersive, introducem o constantă dielectrică modificată, ε', scriind

$$W = \frac{1}{2} \varepsilon' E_0^2 \tag{44}$$

cu

$$\varepsilon' = \varepsilon + \frac{\omega}{2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega}. \tag{45}$$

9. VITEZA DE TRANSPORT A ENERGIEI ÎN MEDIILE DISPERSIVE

Fluxul de energie se scrie

$$I = U_e W = \varepsilon' U_e \frac{1}{2} E_0^2 \tag{46}$$

unde U_e este viteza de transport a energiei. Pentru a determina valoarea acestei viteze, vom proceda ca la punctul 5, considerând reflexia şi refracţia unei unde la suprafaţa de separaţie dintre două medii, caz în care s'a obţinut — independent de fenomenul de dispersie — relaţia (34)

$$\varepsilon_1 v (E^2 - E''^2) = \varepsilon_2 v' E'^2.$$

Conservarea fluxului de energie dă

$$\varepsilon_1' U_e (E^2 - E''^2) = \varepsilon_2' U_e' E'^2 \tag{47}$$

Formula (47) este valabilă oricare ar fi mediul 1, deci inclusiv în cazul unui mediu nedispersiv. In acest caz s'a arătat că $U_e = v$, iar $\varepsilon_1' = \varepsilon_1$, de unde rezultă şi egalitatea membrilor drepţi din (34) şi (47), şi lăsând la o parte indicele 2

$$\varepsilon v = \varepsilon' U_e. \tag{48}$$

Ţinând seama de valoarea lui ε' rezultă

$$\frac{1}{U_e} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon v} = \frac{1}{v}\left[1 + \frac{\omega}{2\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega}\right] = \frac{1}{v}\left[1 + \omega \frac{\partial \log \sqrt{\varepsilon}}{\partial \omega}\right]. \tag{49}$$

Pe de altă parte, pentru viteza de grup putem scrie

$$\frac{1}{U} = \frac{\partial\left(\frac{\omega}{v}\right)}{\partial \omega} = \frac{1}{v}\left[1 - \frac{\omega}{v}\frac{\partial v}{\partial \omega}\right] = \frac{1}{v}\left[1 - \omega \frac{\partial \log v}{\partial \omega}\right]. \tag{50}$$

Deoarece viteza de fază v este $v = 1/\sqrt{\mu\varepsilon}$, relaţia (49) este identică cu relaţia (50), deci viteza de transport a energiei este egală cu viteza de grup. Aceasta în cazul mediilor slab dispersive, la care indicele de refracţie variază lent cu pulsaţia. Dacă dispersia este puternică, nu ne mai putem opri la primul termen din desvoltarea în serie a lui ε în funcţie de ω, ceea ce modifică expresia lui ε' şi face deci ca expresia lui U_e să difere de a lui U, adică viteza de transport a energiei nu mai este egală cu viteza de grup, în cazul mediilor puternic dispersive.

10. VITEZA SEMNALULUI S

Pentru a introduce această noţiune nu mai putem lucra cu unde de tipul considerat până acum, şi care aşa cum se vede, umplu tot spaţiul şi durează în timp dela $-\infty$ la $+\infty$. Pentru studierea vitezei de semnal, trebue să considerăm un impuls, de exemplu o undă sinusoidală care începe în momentul $t = 0$ şi se termină în momentul T după ce a efectuat N cicli. Notând cu ω_0 pulsaţia semnalului din interiorul impulsului, şi cu $f(t)$ semnalul în întregime, putem scrie

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \sin \omega_0 t & 0 < t < T \\ 0 & t > T \end{cases} \tag{51}$$

sau utilizând teoria integralei Fourier

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}R_e\int_{-\infty}^{+\infty}(e^{i\omega(t-T)}-e^{i\omega t})\frac{d\omega}{\omega-\omega_0}. \qquad (52)$$

Acest rezultat se poate interpreta astfel: semnalul nostru care durează intervalul T este echivalent cu o infinitate de semnale, de pulsații ω cuprinse între $-\infty$ și $+\infty$ și având amplitudinea

$$A(\omega)=\frac{2\omega_0}{\pi}\frac{\sin\frac{\omega T}{2}}{\omega^2-\omega_0^2}. \qquad (53)$$

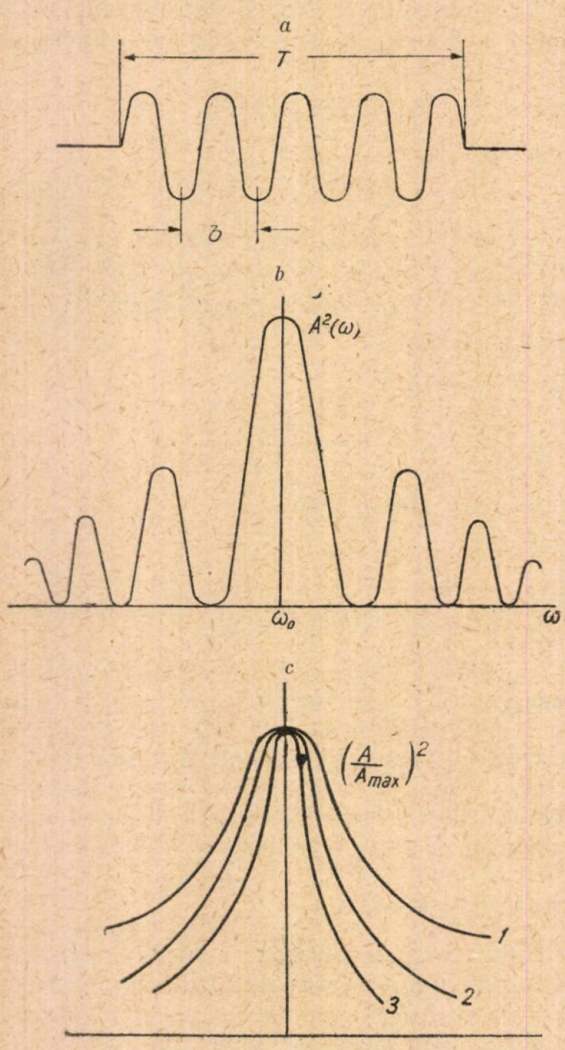


Fig. 8

Aceste componente se anulează reciproc în afara intervalului (o, T), iar în acest interval se însumează dând un semnal sinusoidal de amplitudine unitară, și de pulsație ω_0.

In figurile 8 *a*, 8 *b* și 8 *c* se vede un semnal sinusoidal, ce începe în momentul zero și se termină în momentul T; în figura 8 *a* este reprezentat semnalul, iar în figura 8 *b* este reprezentat pătratul amplitudinilor diferitelor componente din desvoltarea Fourier; în figura 8 *c* este reprezentată infășurătoarea curbei din figura 8 *b* pentru diferite valori ale lui N.

După ce s'a propagat un percurs z, semnalul devine

$$f(z,t)=\frac{1}{2\pi}R_e\int_{-\infty}^{+\infty}\left(e^{i\omega\left(t-T-\frac{z}{v}\right)}-e^{i\omega\left(t-\frac{z}{v}\right)}\right)\frac{d\omega}{\omega-\omega_0}. \qquad (54)$$

Admitem că viteza v este reală, adică propagarea se face într'un mediu dispersiv dar nedisipativ.

Formula (53) arată că amplitudini mari au numai componentele din jurul lui ω_0, atingându-se un maxim N/ω_0, pentru $\omega=\omega_0$. Pentru a determina viteza cu care se propagă acest maxim, considerăm — la fel cum s'a făcut pentru determinarea vitezei de grup la punctul 7 că viteza de fază v este funcție de pulsație, și obținem pentru viteza de grup tot expresia (37).

Numind viteza de semnal viteza cu care se propagă fruntea semnalului, rezultă din cele de mai sus că în mediile slab dispersive, viteza de semnal este egală cu viteza de grup corespunzând lui ω_0

$$S = U(\omega_0). \tag{55}$$

11. PRECURSORII

Eliminând pulsațiile din jurul lui ω_0, rămâne o expresie pe care o scriem

$$\frac{1}{2\pi} Re \int A(\omega)\, e^{i\varphi}\, d\omega \tag{56}$$

unde $A(\omega)$ este dat de (53), iar φ, în jurul unei pulsații ω, este dat de

$$\varphi = \omega_1\left(t - \frac{z}{v(\omega_1)}\right) + (\omega - \omega_1)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\omega}\right)_1 + \frac{(\omega - \omega_1)^2}{2}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial\omega^2}\right)_1 + \dots \tag{57}$$

Dacă φ variază rapid cu ω, atunci integrala (56) are o valoare λ neglijabilă; se va obține un rezultat important în jurul frecvențelor unde faza nu variază cu pulsația, adică

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\omega}\right)_{\omega=\omega_1} = 0. \tag{58}$$

Interpretăm aceste rezultate în modul următor: diferitele componente din (56) se propagă cu o amplitudine foarte mică, dată de (53), și cu o viteză egală cu viteza de grup corespunzând pulsației respective. Aceste unde de amplitudine foarte mică se adună dând componente importante, pentru pulsațiile din jurul acelora care satisfac la (58), caz în care suntem conduși la rezultatul paradoxal că amplitudinea devine infinită. Dar de fapt în acest caz aproximațiile făcute nu mai sunt corecte, și refăcând calculele mai exact, se găsește că amplitudinea devine considerabilă însă finită, formând așa numiții precursori acumulați ai semnalului. Momentul în care se produce acumularea precursorilor se numește timp cuasilatent.

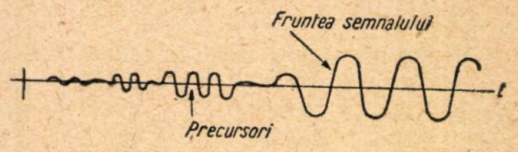


Fig. 9

In figura 9 se vede propagarea într'un mediu dispersiv a semnalului din figura 8.

In rezumat, la mediile slab dispersive, viteza de grup, viteza de transport a energiei și viteza semnalului coincid. Fiecare componentă în care se descompune semnalul se propagă cu o viteză egală cu viteza de grup corespunzătoare. La momentul t_L numit moment cuasilatent, precursorii se acumulează, dând un maxim considerabil.

12. MEDII PUTERNIC DISPERSIVE

Aceste medii pot fi studiate pe un model relativ simplu. Anume, se consideră că mediul este format din particule electrizate — electroni — care sub acțiunea câmpului electric exterior se deplasează, întâlnind din partea mediului atât

o rezistență elastică, proporțională cu deviația lor r din poziția de echilibru, cât și o rezistență de frecare, proporțională cu viteza lor, r.

Ecuația mișcării se va scrie.

$$\ddot{r} + \rho\dot{r} - \omega_0 r = \frac{e}{m} E. \tag{59}$$

Admițând că E variază armonic, $E = E_0 e^{i\omega t}$ obținem soluția de regim

$$r = E_0 \frac{e}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - i\rho\omega - \omega^2} e^{i\omega t}. \tag{60}$$

Ținând seama că o sarcină electrică în mișcare este echivalentă cu un curent de convecție, în mediul respectiv în care există N electroni pe unitatea de volum, va exista o densitate de curent formată din densitatea curentului de convecție j_c, la care se adună densitatea curentului de deplasare j_d :

$$j = j_c + j_d = eN\dot{r} + i\omega\varepsilon_0 E. \tag{61}$$

Echivalând acest curent j cu un curent de deplasare, deducem pentru constanta dielectrică relativă a mediului respectiv

$$\varepsilon_r = 1 + \frac{a^2}{\omega^2 - i\rho\omega - \omega^2} \tag{62}$$

unde a este o constantă ce se calculează cu ușurință. Formula (62) permite să calculăm cu ușurință viteza de fază a undei ce se propagă în mediul respectiv; se obișnuește însă a se exprima indicele de refracție a mediului

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon\mu} = n_r + in_i \tag{63}$$

Faptul că viteza de fază este complexă, ca și indicele de refracție, arată că undele electromagnetice vor suferi o absorpție în mediul respectiv. Efectuarea integralei (54) devine dificilă în cazul în care v este complex.

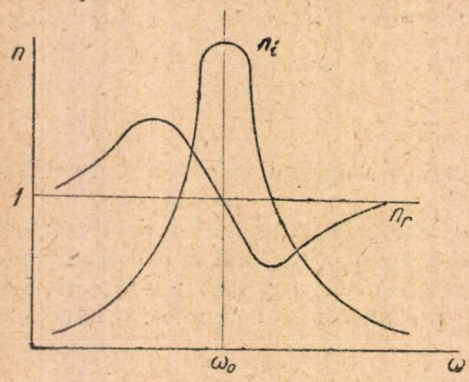


Fig. 10

Să considerăm însă figura 10, în care s'a trasat funcția $n(\omega)$ adică variația cu pulsația ω a indicelui de refracție n al unei substanțe dispersive.

Se observă că în jurul pulsației proprii de rezonanță a electronilor, se produce o absorpție puternică. De asemenea, departe de ω_0, n crește odată cu ω, însă în jurul acestei pulsații n scade atunci când ω crește; suntem în regiunea de dispersie anomală, deoarece în intervalul în care n are panta negativă, viteza de grup poate deveni mai mare decât c, viteza luminii în vid. Acest rezultat arată că în această regiune, viteza de transport a energiei nu poate fi egală cu viteza de grup, deoarece ar însemna ca energia să se transporte cu o viteză mai mare decât aceea a luminii, ceea

ce contravine teoriei relativității. Efectuarea calculelor devine mai dificilă datorită caracterului complex al vitezei de fază. Vom da numai rezultatele.

In figura 11 este reprezentată variația cu pulsația diferitelor viteze asociate unei unde electromagnetice, care se propagă într'un mediu dispersiv.

Variația vitezei de fază, sau mai exact c/v se vede din figura 11; din această figură se poate deduce grafic și viteza de grup.

Se obține astfel rezultatul curios, că în zona de absorpție anomală raportul c/U poate fi mai mic decât 1, și poate fi chiar zero, sau o mărime negativă, adică viteza de transport a energiei poate fi mai mare decât viteza luminii în vid, sau poate fi chiar infinită, sau negativă. Este clar că în aceste condiții, viteza de transport a energiei este diferită de viteza de grup.

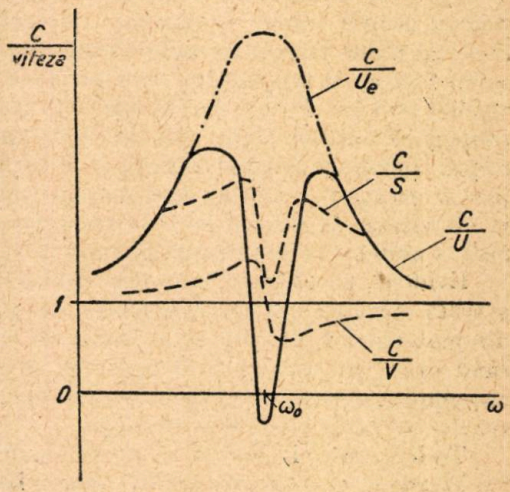


Fig. 11

Viteza de grup se deduce grafic din curba lui n_r, observând că

$$\frac{c}{U} = \frac{d(n_r\omega)}{d\omega} = n_r + \omega\frac{dn_r}{d\omega}. \quad (64)$$

Pentru a calcula viteza de transport a energiei, trebue să calculăm pe ε' din (48), pe care îl scriem:

$$cn_r = \varepsilon' U_e. \quad (65)$$

Să calculăm pe ε' din densitatea de energie a mediului respectiv. La densitatea de energie a câmpului care se propagă în vidul dintre electroni, va trebui să adăugăm energia cinetică și cea potențială a electronilor

$$W = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2}\mu_0 H^2 + N\left(\frac{1}{2}m\bar{\dot{r}}^2 + \frac{1}{2}\omega_0^2\bar{r}^2\right) = \varepsilon'\bar{E}^2 \quad (66)$$

In ceea ce privește viteza semnalului, ea nu mai apare definită net în zona de dispersie anomală, deoarece semnalul suferă aici o absorpție puternică și nu mai vine cu un front net. După cum se utilizează o definiție sau alta pentru viteza de semnal, respectiv după cum pentru detectarea frontului de undă se utilizează un receptor mai sensibil sau unul mai puțin sensibil, se găsește orice valoare între valoarea S dată de figura 11 și valoarea U_e dată de aceeași curbă. Aceasta revine în fond la diferite moduri de a evalua integrala (54).

Diferitele viteze calculate sunt reprezentate în figura 11. Din ea se deduc câteva concluzii.

13. REZULTATELE TEORETICE OBȚINUTE

In afara zonelor de absorpție, viteza de grup, viteza de transport a energiei și viteza de semnal coincid.

Viteza frontului semnalului nu poate depăși viteza luminii în vid.

Primii precursori ai semnalului, acei care corespund frecvențelor foarte joase sau foarte înalte, vin cu amplitudini foarte mici, astfel încât ei nu perturbă

mediul. Aceştia se propagă cu viteze apropiate de aceea a luminii în vid, şi aceasta indiferent de mediu.

Viteza de transport a energiei este întotdeauna mai mică decât c, şi este minimă în banda de absorpţie.

14. ASUPRA PROPAGĂRII ENERGIEI ELECTRICE ÎN CURENT CONTINUU

In acest caz, propagarea se face obligatoriu prin conductori. Admiţând linia omogenă şi uniformă — ceea ce constitue o aproximaţie suficient de bună pentru scopul nostru — ecuaţiile telegrafiştilor care descriu starea electrică a liniei se reduc la ecuaţia unidimensională a undelor — deci propagarea pe linie se va face ca şi propagarea undelor plane în mediile omogene şi isotrope — caz studiat mai sus. Putem deci spune că în general, propagarea pe linii este analogă propagării undelor plane. Cele studiate anterior pentru propagarea energei etc., se pot transpune imediat la linii, deci, după cum arată figura 11, viteza de transport a energiei în curent continuu (pulsaţia zero) este egală cu viteza de grup şi cu viteza de semnal pe linia respectivă, care toate sunt egale cu viteza de fază a undelor ce se propagă pe linia în cauză.

Evident, propagarea în curent continuu este un caz limită, şi dacă încercăm a trata direct acest caz particular, se poate să intrăm în impas. Dar se ştie din matematică, că, pentru a trata un caz limită dificil, se tratează în primul rând cazul general, şi prin operaţia de trecere la limită se obţine rezultatul corespunzând situaţiei respective. La fel trebue procedat şi în problema de faţă, rezultatul fiind cel arătat mai sus.

Trebue amintit faptul că acest rezultat s'a obţinut plecând dela ecuaţiile lui Maxwell, ecuaţii care astăzi stau la baza întregii teorii a electricităţii. Ca o integrală a acestor relaţii este teorema de conservare a energiei electromagnetice, care teoremă, din punct de vedere matematic, este impecabilă; putem deci considera că integrala produsului $\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}$, luată pe orice suprafaţă închisă, reprezintă fluxul de energie ce trece în unitatea de timp prin suprafaţa respectivă. Cum ecuaţiile lui Maxwell sunt valabile în orice caz — electrostatica şi magnetostatica fiind cuprinse în ele — vectorul Umov-Poyting subsistă şi în cazul curentului continuu, şi putem considera că şi în acest caz, integrala pe orice suprafaţă închisă a lui $\boldsymbol{S}$ ne dă puterea ce trece prin suprafaţa respectivă. Dar cum $\boldsymbol{S}$ nu arată întotdeauna puterea care trece pe unitatea de suprafaţă, acest lucru evident poate să nu fie valabil în curent continuu, nefiind întotdeauna adevărat — aşa cum se demonstrează şi matematic.

Menţionăm în aceeaşi ordine de idei că se poate deduce sistemul de ecuaţii (1) ... (4), din considerente energetice, admiţând însă vectorul $\boldsymbol{S}$.

Ca o concluzie generală a celor arătate până acum, putem spune:

In curent continuu, viteza de transport a energiei este egală cu viteza de semnal, cu viteza de grup şi cu viteza de fază.

Intr'un mediu puternic dispersiv în afara regiunii de dispersie anomală şi la un mediu slab dispersiv în orice regiune viteza de transport a energiei este egală cu viteza de grup şi cu viteza de semnal, toate fiind diferite însă de viteza de fază.

Intr'un mediu puternic dispersiv, în regiunea de dispersie anomală, toate cele patru viteze sunt diferite între ele. Viteza de transport a energiei este întotdeauna mai mică decât viteza luminii în vid. Viteza de grup poate deveni infinită, şi chiar negativă. Viteza semnalului are valori ce depind de definiţia adoptată respectiv, de sensibilitatea receptorului cu care o măsurăm.

Institutul Politehnic, Bucureşti.

СКОРОСТЬ ПЕРЕНОСА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ЭНЕРГИИ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В настоящей статье определяется и изучается скорость переноса электромагнитной энергии — в рамках более общего исследования, — в котором параллельно исследуются все четыре присоединенные к электромагнитной волне скорости, а именно: фазовая, групповая, распространения сигнала и переноса энергии. Исследование начинается простейшим случаем распространения плоских электромагнитных волн в однородной, изотропной и нерассеивающей среде, в котором все упомянутые четыре скорости совпадают, причем направление распространения является и направлением вектора Умова-Поинтинга, которым измеряется поток энергии. Переходят затем к случаю однородных, нерассеивающих, анизотропных сред, для которых показывается, что поток энергии не оказывается уже параллельным направлению движения, следовательно и скорость переноса энергии уже не равна фазовой скорости. Переходя к однородным и рассеивающим (изотропным) средам, вводят понятие групповой скорости, и показывается, что в условиях слабо рассеивающей среды скорость переноса энергии равна групповой скорости. Оказывается еще, что в сильно рассеивающих средах это равенство не имеет места.

Исследование сильно рассеивающих сред осуществляется на классической модели электронной теории — упругих резонаторов — и показывается, что эта модель, которая представляет очень удовлетворительно наблюдаемые явления, приводит к интересным результатам: в области аномального рассеивания все введенные скорости различны между собой. Скорость переноса энергии всегда меньше скорости света в пустоте. Групповая скорость может быть бесконечной и даже отрицательной. Нужно отметить, что вне области аномального рассеивания, все скорости, кроме фазовой, совпадают.

В последней части статьи автор высказывает свою точку зрения относительно переноса электромагнитной энергии в постоянном токе и показывает, что в рамках теории поля, исходя из уравнений Максвелла, приходят к выводу, что в постоянном токе энергия переносится вектором Умова-Поинтинга со скоростью, равной фазовой скорости на соответствующей прямой так, как следует из исследования, проведенного в настоящей статье.

LA VITESSE DE TRANSPORT DE L'ÉNERGIE ÉLECTROMAGNÉTIQUE

(RÉSUMÉ)

Dans cet article on définit et étudie la vitesse de transport de l'énergie électromagnétique; ceci dans le cadre d'une étude plus générale, dans laquelle on étudie parallèlement les quatres vitesses associées à la propagation d'une onde électromagnétique, à savoir: la vitesse de phase, de groupe, de signal et de transport de l'énergie.

L'étude commence par le cas le plus simple, celui de la propagation des ondes électromagnétiques planes dans un milieu homogène isotrope et non dispersif, cas où les quatres vitesses coïncident, la direction de propagation étant également la direction du vecteur Umov-Poynting, qui mesure le flux de l'énergie. On passe ensuite au cas des milieux homogènes non dispersifs, anisotropes, démontrant que pour ces derniers, le flux de l'énergie n'est plus parallèle à la direction de propagation, par conséquent, la vitesse de transport de l'énergie non plus n'est plus égale à la vitesse de phase. Passant aux milieux homogènes et dispersifs (isotropes), on introduit la notion de vitesse de groupe et l'on montre que, dans un milieu faiblement dispersif, la vitesse de transport de l'énergie est égale à la vitesse de groupe. Mais on peut voir que dans les milieux fortement dispersifs, cette égalité ne subsiste plus.

L'étude des milieux fortement dispersifs se fait d'après un modèle classique de la théorie des électrons — les résonateurs élastiques — en montrant que ce modèle, qui représente de façon satisfaisante les phénomènes observés, conduit à des résultats intéressants: dans la zone de dispersion anomale les quatre vitesses introduites diffèrent entre elles. La vitesse de transport de l'énergie est toujours moindre par rapport à la vitesse de la lumière, dans le vide. Mais la vitesse de groupe peut être également infinie et même négative.

Il faut mentionner que, au dehors de la zone de dispersion anomale, excepté la vitesse de phase, les autres vitesses coïncident.

Dans la dernière partie de cet article, l'Auteur émet son avis au sujet de la propagation de l'énergie électromagnétique en courant continu; il montre que, dans le cadre de la théorie du champ, en partant des équations de Maxwell on aboutit à la conclusion que l'énergie se propage sous forme de courant continu, par le vecteur Umov-Poynting et avec une vitesse égale à la vitesse de phase de la ligne respective, ainsi qu'il résulte de l'étude effectuée dans cet article.

BIBLIOGRAFIE

1. C. Budeanu, Electricitatea, 1951, Nr. 6, p. 3.
2. V. N. Kessenih, *Rasprostranenie Radiovoln*. Gostehizdat, Moscova, 1952.
3. M. P. Doluhanov, *Rasprostranenie Radiovoln*. Sviazizdat, Moscova, 1951.
4. I. E. Tamm, *Osnovii Teorii Electricestva*. Gostehizdat, Moscova—Leningrad, 1949.
5. L. Landau i E. Lifsit, *Teoriia Polia*. Gostehizdat, Moscova—Leningrad, 1948.
6. D. Ivanenco i A. Socolov, *Klassicescaia Teoriia Polia*. Gostehizdat, Moscova—Leningrad, 1951.
7. — *Kvantovaia Teoriia Polia*. Gostehizdat, Moscova—Leningrad, 1952.
8. M. L. Brillouin, *Propagarea undelor electromagnetice în mediile materiale*. C.R. C.I.E., Paris, 1932, p. 739.
9. Edm. Nicolau, Bul. Acad. R.P.R., Secţiunea de Ştiinţe Matematice şi Fizice, t. IV, Nr. 4, 1952, p. 739.
10. Edm. Nicolau, Comunicările Academiei R.P.R., t. III, Nr. 11—12, Noembrie-Decembrie 1953, p. 365.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul IV, Nr. 3—4, 1953

AMPLIFICAREA PENTODELOR LUCRÂND ÎN REGIMUL CURENŢILOR INIŢIALI *)

DE

MIA DRĂGHICESCU şi PAUL DRĂGHICESCU

1. INTRODUCERE

Caracteristica ln $I_a = f(U_a)$ a unei diode are forma din figura 1.

După regimul în care funcţionează dioda, caracteristica aceasta poate fi împărţită în trei zone:

Zona curenţilor iniţiali (zona I) pentru $U_a < 0$ — dacă se neglijează diferenţa de potenţial de contact $U_c = \varphi_c - \varphi_a$, φ_c şi φ_a fiind lucrul de ieşire al catodului, respectiv anodului; dacă se ia în considerare şi diferenţa de potenţial de contact (care, de obicei încarcă catodul pozitiv faţă de anod), zona curenţilor iniţiali se întinde până la valoarea $U_a = \varphi_c - \varphi_a$.

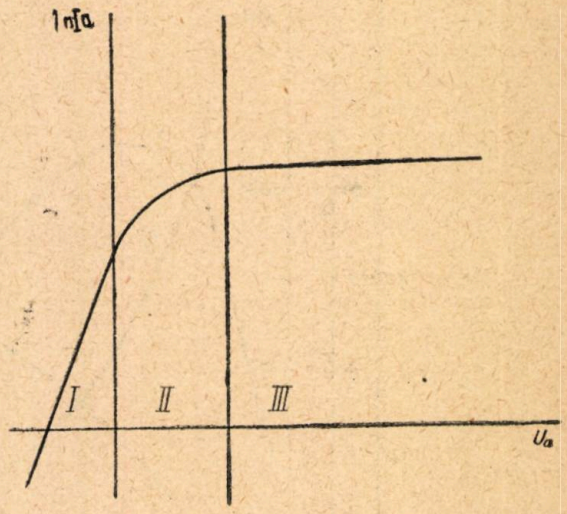


Fig. 1

In această regiune, curentul anodic este dat de ecuaţia

$$I_a = I_s e^{eu_a/kT}$$

în care I_s este curentul de emisie al catodului, curentul de saturaţie, care depinde de forma, dimensiunile şi temperatura catodului, $k = 1{,}38.10^{-16}$ erg/grad este constanta lui Boltzmann, iar T este temperatura absolută a catodului.

Caracteristica

$$\ln I_a = \ln I_s - \frac{eU_a}{kT} = f(U_a)$$

este aşa dar liniară, în această zonă.

*) Comunicare prezentată Institutului la 10 Mai 1953.

Zona de influenţă a sarcinii spaţiale (zona II), în care curentul este dat, în primă aproximaţie, de legea 3/2

$$I_a = KU_a^{3/2}$$

coeficientul K depinzând de forma electrozilor, dimensiunile lor şi distanţa dintre ei.

Zona de saturaţie (zona III), în care curentul rămâne aproape constant cu creşterea tensiunii

$$I_a = I_s = \text{const}$$

Intr'un tub electronic cu mai mulţi electrozi, zona I va fi limitată de valoarea $U_{ef} = 0$, U_{ef} fiind potenţialul efectiv al primei grile.

In general tuburile electronice lucrează în zona II, a curenţilor limitaţi de sarcina spaţială. Zona I, a curenţilor iniţiali, se neglijează, considerând că legea 3/2 este valabilă şi pentru începutul caracteristicei. In unele cazuri, însă, este avantajos a se lucra în zona I, a curenţilor iniţiali. Astfel, de exemplu, factorul de amplificare, μ, al pentodelor în zona curenţilor iniţiali este de câteva

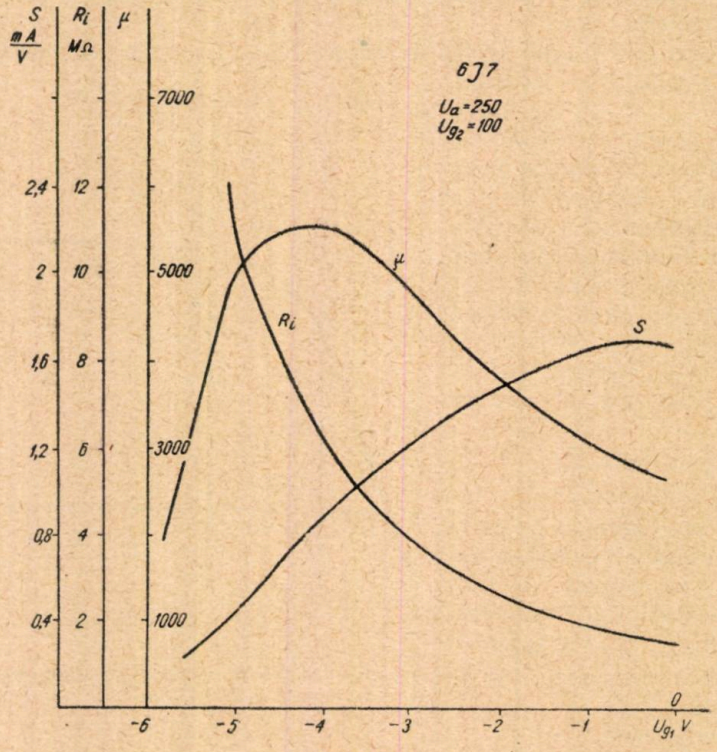


Fig. 2

ori mai mare decât valoarea lui la curenţi normali (din zona II). Este raţional, deci a utiliza această proprietate a pentodelor, când problema permite, pentru a obţine etaje cu amplificări ridicate. Incă o împrejurare este favorabilă obţinerii unor amplificări ridicate în acest regim: pentru obţinerea curenţilor mici,

sunt necesare tensiuni mici, așa încât putem utiliza rezistențe mari de sarcină. Într'adevăr,

$$E_a = U_a + ZI_a .$$

Deoarece U_a și I_a sunt mici, iar E_a are valori uzuale, Z va lua valori mai mari decât cele obișnuite și amplificarea obținută va fi mai mare.

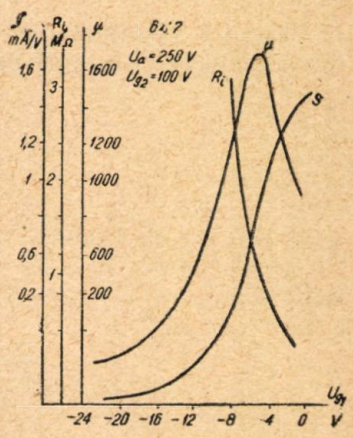


Fig. 3

In figurile 2, 3 și 4 sunt date, ca exemplu, curbele de variație ale parametrilor μ, R_i și S în zona curenților inițiali, pentru trei pentode de tipuri diferite [1] și [2].

S'a căutat să se folosească valorile mari ale lui μ din regiunea curenților inițiali și s'au construit montaje cu amplificări de ordinul miilor pe etaj. Caracteristicele montajelor realizate sunt: impedanțe mari în circuitul plăcii ($Z = 10 \ldots 15$ $M\Omega$), tensiuni mici la ecran ($U_{g2} = 10 \ldots 20$ V) și curenți de placă mici ($I_a \approx 20$ μA).

Nu s'a încercat însă să se explice din ce cauză se obțin valori mari pentru μ în regiunea curenților inițiali, pe de o parte, iar pe de altă parte, cum se pot utiliza aceste valori pentru ca amplificarea etajului să se obțină maximă. Căutând să răspundem la aceste întrebări, am ridicat caracteristicele pentodei *EF*6 în regiunea curenților inițiali. Din datele furnizate de aceste

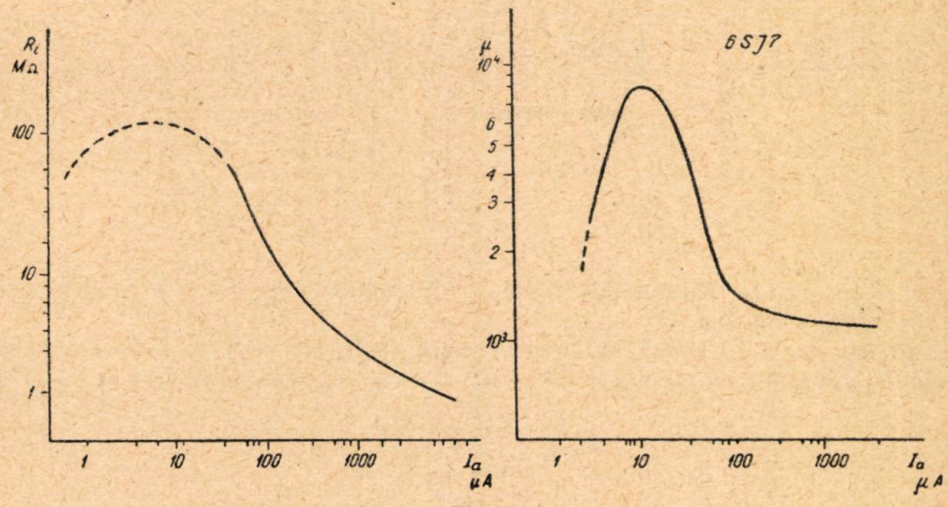


Fig. 4

caracteristice, asemănătoare caracteristicelor de mai sus ale tuburilor 6*K*7, 6*J*7 și 6*SJ*7, am tras concluzia, în primul rând, că valorile mari ale lui μ din această regiune se datoresc felului aparte în care se repartizează curentul electronic ce vine dela catod, între grilă ecran și anod. Așa se explică faptul

că la triodă nu se observă un fenomen analog; în schimb la tetrodă este de aşteptat ca μ să varieze în acelaşi fel ca la pentode. In lucrare sunt date condiţiile în care se obţine o valoare maximă pentru amplificarea unui etaj cu pentodă lucrând în regim de curenţi iniţiali.

2. CARACTERISTICELE TUBULUI *EF6*

Folosind montajul din figura 5, am măsurat curenţii I_a, I_{g1}, I_{g2} pentru următoarele domenii de variaţii ale tensiunilor

$$U_a = 0 \ldots 70 \text{ V},$$
$$U_{g1} = -0{,}5 \ldots -1{,}75 \text{ V},$$
$$U_{g2} = 0{,}5 \ldots 10 \text{ V}.$$

Tensiunea de filament am menţinut-o tot timpul constantă, $U_f = 6{,}2$ V.

Caracteristicele $I_a - U_a$. In figura 6 sunt reprezentate, ca exemplu, caracteristicele $I_a - U_a$ pentru $U_{g2} = 6$V şi diverse valori ale lui U_{g1}, iar în figura 7

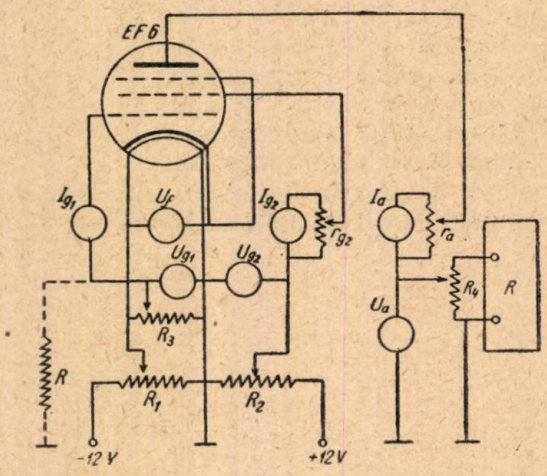


Fig. 5

sunt reprezentate caracteristicele $I_a - U_a$ pentru $U_{g1} = -0{,}6$ V şi pentru valori diferite ale lui U_{g2}.

Pentru $U_a > 10-20$ V, caracteristicele $I_a - U_a$ sunt liniare. Pentru această regiune liniară a caracteristicelor, am calculat rezistenţa internă a tubului

$$R_i = \left(\frac{\Delta U_a}{\Delta I_a}\right)_{U_{g1} = \text{const}}$$

şi am reprezentat diversele valori obţinute pentru R_i, în funcţie de I_a, pe graficul din figura 8.

După cum se vede din figura 8 toate punctele se găsesc grupate în jurul unei aceleeaşi curbe. Aceasta ne dă dreptul să considerăm că, pentru regiunea liniară a caracteristicelor anodice, rezistenţa internă R_i este funcţie numai de curentul anodic I_a, curba din figura 8 fiind caracteristica $R_i = f(I_a)$.

Caracteristicele $I_a - U_{g1}$. In figura 9 sunt reprezentate, caracteristicele $I_a - U_{g1}$ în plan semilogaritmic, pentru câteva valori ale lui U_{g2} şi U_a. Carac-

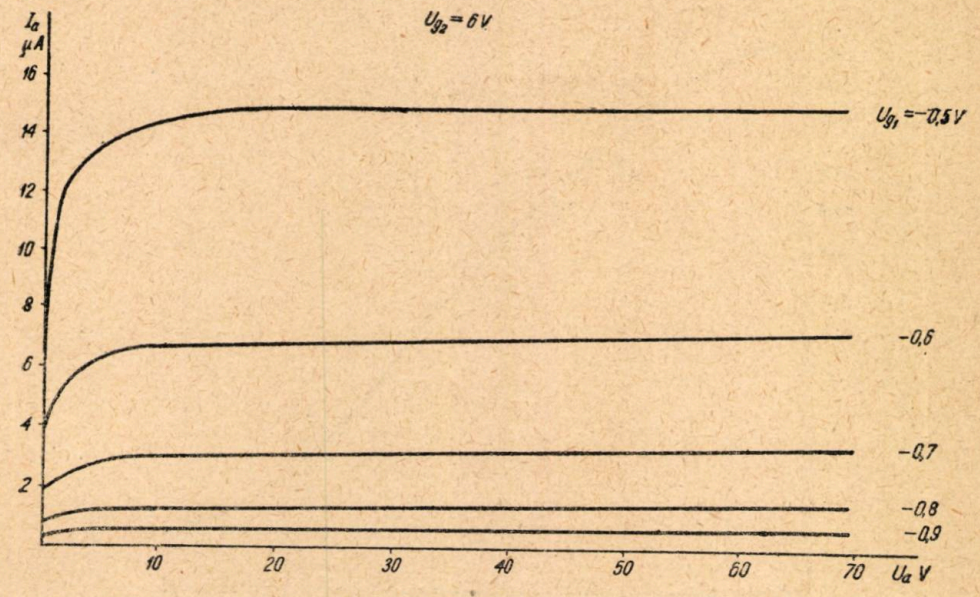


Fig. 6

teristicele log. $I_a = f(U_{g1})$ sunt liniare (până la curenți de ordinul 20μ A) şi sunt paralele între ele, dacă sunt ridicate pentru o tensiune anodică din regiunea

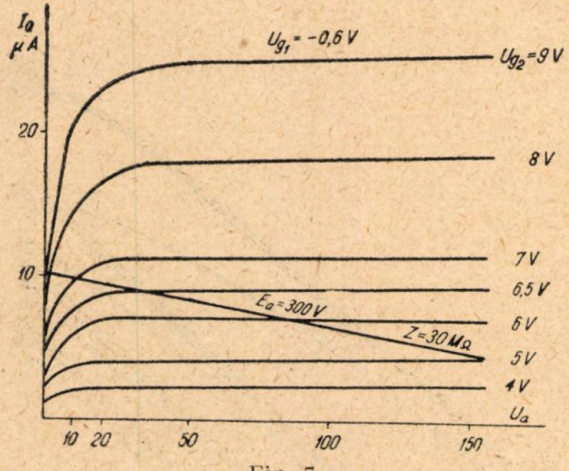


Fig. 7

liniară a caracteristicelor $I_a - U_a$ (adică pentru U_a 10 . . . 20 V). Aceasta este o consecință a faptului că potențialul efectiv al primei grile, U_{ef}, este negativ astfel încât curentul anodic va fi dat de o relație de forma

$$I_a = Ae^{BU_{ef}}$$

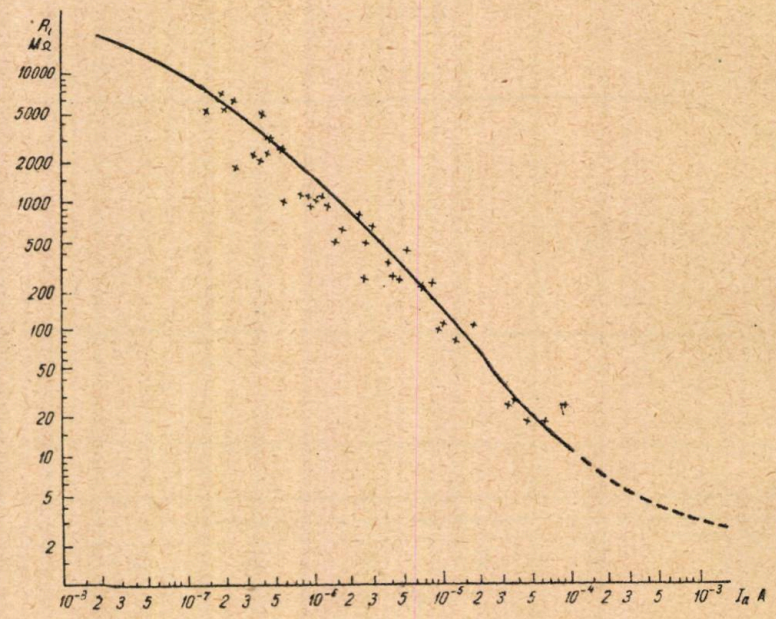

R_i MΩ
10000
5000
2000
1000
500
200
100
50
20
10
5
2
10^{-8} 2 3 5 10^{-7} 2 3 5 10^{-6} 2 3 5 10^{-5} 2 3 5 10^{-4} 2 3 5 10^{-3} I_a A

Fig. 8

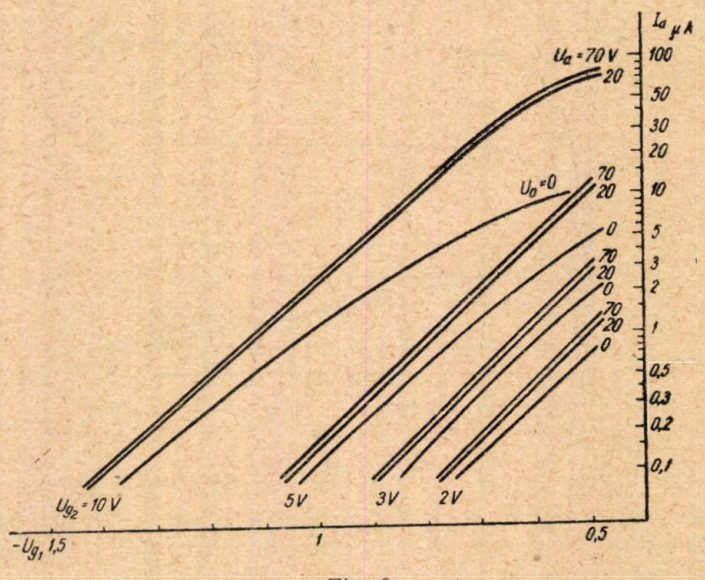

I_a μA
U_a = 70 V
20
U_0 = 0
70
20
0
70
20
0
70
20
0
100
50
30
20
10
5
3
2
1
0,5
0,3
0,2
0,1
U_{g_2} = 10 V
5 V
3 V
2 V
$-U_{g_1}$ 1,5
1
0,5

Fig. 9

în care $A = f(U_a, U_{g2})$, iar B este o constantă care depinde de forma electrozilor și de temperatura catodului. Pentru o construcție plană paralelă (sau construcție cilindrică cu catod gros) coeficientul B este dat de

$$B = \frac{e}{kT} = \frac{11600}{T}[V^{-1}]$$

în care T este temperatura absolută a catodului, $e = 4{,}8025 \cdot 10^{-10}$ CGS e.s. este sarcina electronului, iar $k = 1{,}3805 \cdot 10^{-16}$ erg/grad este constanta lui Boltzmann. Potențialul efectiv al primei grile este [3]

$$U_{ef} = \frac{1}{1 + D_1} U_{g1} + \frac{D_1}{1 + D_1} U_{g2} + \frac{1}{\mu_c (1 + D_1)} U_a,$$

în care D_1 este factorul de pătrundere al primei grile, iar μ_c este factorul de amplificare pentru curent catodic constant

$$\mu_c = \left(\frac{\partial U_a}{\partial U_{g1}}\right)_{I_c = \text{const}}$$

I_c fiind curentul care pleacă dela catod

$$I_c = I_a + I_{g1} + I_{g2}.$$

Așa încât panta caracteristicelor log $I_a = f(U_{g1})$ ar trebui să fie

$$\frac{B}{1 + D_1} = \frac{11600}{1 + D_1} \frac{1}{T}.$$

Luând pentru D_1 valoarea aproximativă 0,2, iar pentru T valori între 700 și 1200° K (catod cu oxizi), obținem pentru pantă valori cuprinse în intervalul

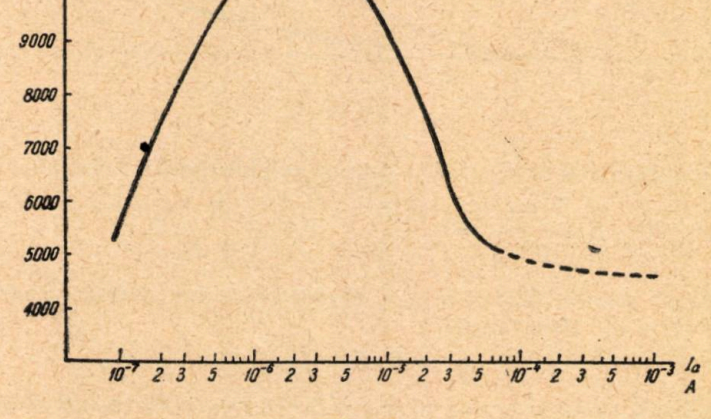


Fig. 10

8 ... 13,8 (V^{-1}). Caracteristicele obținute experimental de noi au însă panta medie aproximativ 7,9 V^{-1}. Neconcordanța se explică prin aceea că am

luat în considerare numai curentul anodic. Dacă trasăm caracteristicele log $I_c = f(U_{g1})$ unde $I_c = I_a + I_{g1} + I_{g2}$ acestea vor fi tot drepte paralele cu panta aproximativ 8,7 V^{-1}.

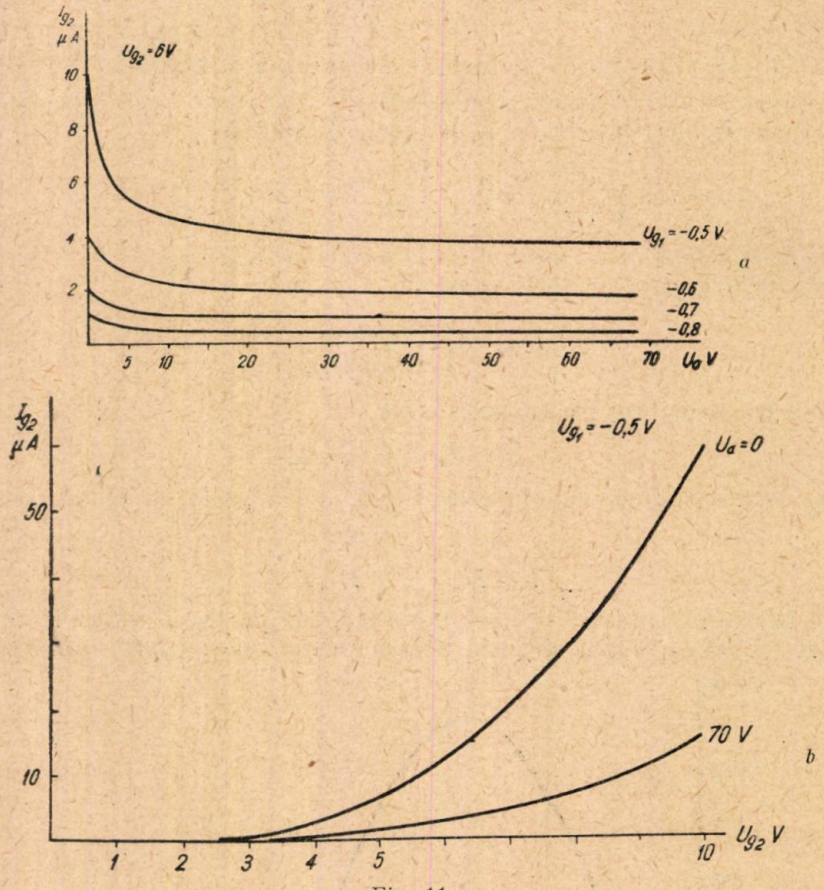


Fig. 11

Având caracteristicele $I_a - U_{g1}$ putem calcula panta tubului

$$S = \frac{\partial I_a}{\partial U_{g1}} = \frac{AB}{1 + D_1} e^{BU_{cf}} = \frac{B}{1 + D_1} I_a .$$

Cu ajutorul pantei $B(1 + D_1)$ a caracteristicelor având valoarea medie de mai sus se poate trasa curba

$$\mu = R_i S = f(I_a)$$

folosind pentru aceasta şi curba $R_i = f(I_a)$ din figura 8. In figura 10 este trasată această curbă $\mu = f(I_a)$. Factorul de amplificare are un maxim pentru $I_a = 3\ \mu A$, atingând aci valori de ordinul 10.000.

Caracteristicele curenţilor de grilă. Pentru $U_{g1} = -0{,}5 \ldots -1$ V şi $U_{g2} = 3 \ldots 10$ V am măsurat curentul I_{g2} pentru diverse valori ale lui U_a cuprinse între zero şi 70 V. Ca exemplu, în figura 11 *a*, *b* sunt reprezentate

caracteristicele $I_{g2} - U_a$ pentru $U_{g2} = 6$V și $U_{g1} = -0{,}5 \ldots -0{,}9$ V și caracteristicele $I_{g2} - U_{g2}$ pentru $U_{g1} = -0{,}5$ V și două valori ale lui U_a, anume 0 și 70 V.

Am măsurat apoi curentul grilei de comandă, I_{g1}, pentru U_{g2} constant și diverse valori ale lui U_a și am constatat că, cel puțin pentru $U_{g1} > 0{,}5$ V, I_{g1} rămâne aproape constant când U_a variază. Am menținut apoi pe U_a constant și am măsurat curentul I_{g1} pentru diferite valori ale lui U_{g1} (între $-0{,}5$ și $-1{,}2$ V) și U_{g2} între (0 și 10 V). Rezultatele sunt înscrise în graficul din figura 12.

Caracteristicele pentru rezistențe de negativare constante. Punând în locul sursei de negativare o rezistență R_g, grila se negativează datorită curenților I_{g1}. Dând lui R_g valori cuprinse între 0,5 și 25 $M\Omega$, am măsurat curenții I_a și I_{g2} pentru $U_{g2} = 10$ V, iar U_a variabil dela 0 la 70 V.

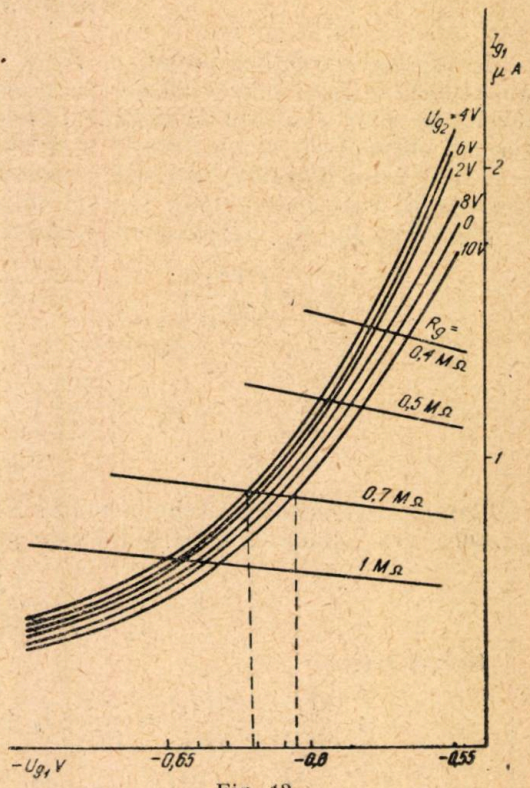


Fig. 12

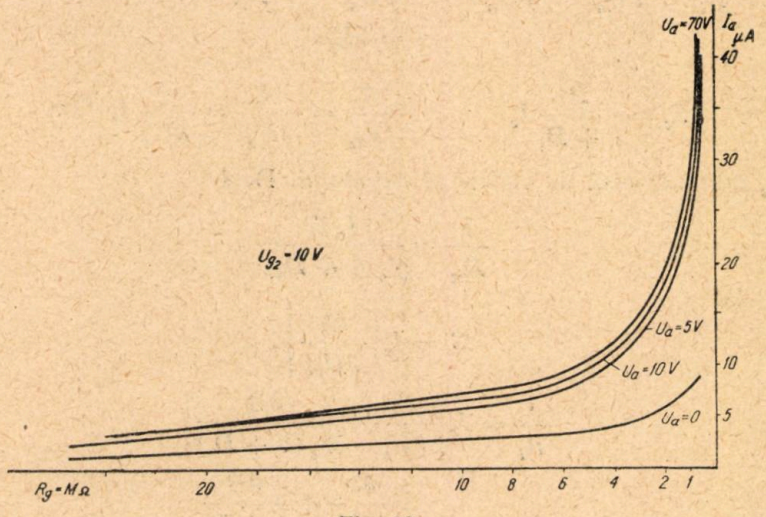


Fig. 13

In figura 13 sunt reprezentate caracteristicele $I_a - R_g$ pentru $U_{g2} = 10$ V și valori ale lui U_a cuprinse între 0 și 70 V.

3. OBSERVAŢII

In regimul curenţilor iniţiali μ, R_i şi S sunt funcţii numai de curenţi şi nu depind de felul cum realizăm acest curent. Din caracteristicele ridicate rezultă că μ are o valoare maximă, ce întrece de vreo câteva ori valoarea lui la curenţii obişnuiţi de lucru. Aceasta se datoreşte, probabil, felului aparte în care se face, în acest domeniu, repartiţia curentului ce pleacă dela catod. Iată câteva consideraţii care îndreptăţesc această afirmaţie.

Notăm cu S_c, R_{ic}, μ_c parametrii pentodei în raport cu curentul catodic, adică

$$S_c = \left(\frac{\partial I_i}{\partial U_{g1}}\right)_{\substack{U_a=\text{const}\\ U_{g2}=\text{const}}}, \qquad R_{ic} = \left(\frac{\partial U_a}{\partial I_c}\right)_{\substack{U_{g1}=\text{const}\\ U_{g2}=\text{const}}}$$

$$\mu_c = \left(\frac{\partial U_a}{\partial U_{g1}}\right)_{\substack{I_c=\text{const}\\ U_{g2}=\text{const}}}$$

Parametrii obişnuiţi ai tubului rămân S, R_1, μ. Notăm cu δ raportul dintre curentul care ajunge la anod şi cel care pleacă dela catod.

$$\delta = \frac{I_a}{I_c} = \frac{I_a}{I_a + I_{g1} + I_{g2}}.$$

Putem scrie

$$S = \frac{\partial I_a}{\partial U_{g1}} = \frac{\partial(\delta I_c)}{\partial U_{g1}} = \frac{\partial \delta}{\partial U_{g1}} I_c + \delta \frac{\partial I_c}{\partial U_{g1}} = \frac{\partial \delta}{\partial U_{g1}} I_c + \delta S_c$$

$$\frac{1}{R_i} = \frac{\partial I_a}{\partial U_a} = \frac{\partial \delta I_c}{\partial U_a} = I_c \frac{\partial \delta}{\partial U_a} + \delta \frac{1}{R_{ic}}$$

$$\mu = S R_i .$$

Insă

$$S_c = \frac{B}{1 + D_1} I_c \qquad \frac{1}{R_{ic}} = \frac{\partial I_c}{\partial U_a} = \frac{\partial}{\partial U_a} I_s e^{BU_{es}}$$

unde I_s este curentul de emisie al catodului. Deci

$$\frac{1}{R_{ic}} = \frac{I_c B}{\mu_c (1 + D_1)}.$$

Aşa dar

$$S = I_c \left[\frac{\partial \delta}{\partial U_{g1}}\right],$$

$$\frac{1}{R_i} = I_c \left[\frac{\partial \delta}{\partial U_a} + \frac{\delta B}{\mu_c (1 + D_1)}\right]$$

$$\mu = R_i S = \frac{\dfrac{\partial \delta}{\partial U_{g1}} + \dfrac{\delta B}{1 + D_1}}{\dfrac{\partial \delta}{\partial U_a} + \dfrac{\delta B}{\mu_c (1 + D_1)}}. \qquad (1)$$

Pentru regiunea liniară a caracteristicilor $I_a - U_a$, anume, pentru $U_a = 70$ V și pentru $U_{g1} = -0{,}5$ V, am calculat pe δ, $\partial\delta/\partial U_a$ și $\partial\delta/\partial U_{g1}$ pentru diverse valori ale tensiunii de ecran, deci pentru diferiți curenți anodici. Rezultatele sunt înscrise în graficul din figura 14. Aceste curbe confirmă, calitativ, forma curbei $\mu = f(I_a)$. Dacă am cunoaște pe

$$\mu_c = \frac{1 + D_3 + D_3'}{D_1 D_2 D_3}$$

unde D_n este pătrunderea directă, iar D_n', pătrunderea inversă a grilei a n — a (începând dela catod), am putea calcula factorul de amplificare, μ, adică am putea face și o comparație cantitativă cu datele obținute direct.

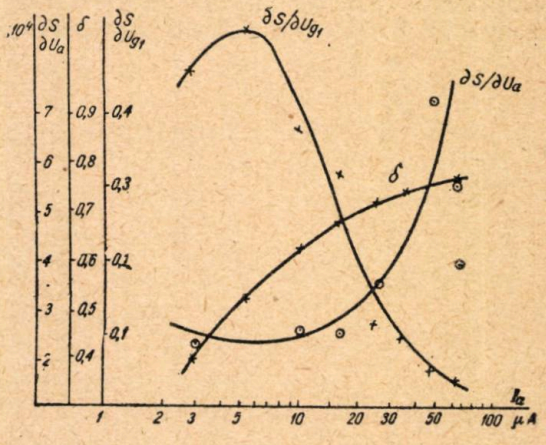


Fig. 14

Din formula (1) se poate deduce ușor că micșorând temperatura catodului (ceea ce duce la creșterea coeficientului $B \approx 11600/T$) crește factorul de amplificare. Intr'adevăr, pentru valorile obișnuite ale mărimilor ce intră în expresia lui μ (μ_c este de ordinul miilor), avem

$$\frac{\partial\mu}{\partial B} = \frac{\mu_c \dfrac{\partial\delta}{\partial U_a} - \delta \dfrac{\partial\delta}{\partial U_{g1}}}{\left[\dfrac{\partial\delta}{\partial U_a} + \dfrac{\delta B}{\mu_c (1 + D_1)}\right]^2 \mu_c (1 + D_1)} > 0.$$

Concluzia aceasta, oarecum neașteptată, este confirmată experimental, cum se vede din figura 21, despre care va fi vorba ceva mai târziu.

4. AMPLIFICAREA UNUI ETAJ CU PENTODE LUCRÂND ÎN REGIMUL CURENȚILOR INIȚIALI

Problema care se pune este de a utiliza valorile ridicate ale lui μ din regiunea curenților inițiali pentru a obține amplificări cât mai mari pe etaj.

Dacă Z este rezistența de sarcină a etajului, amplificarea este dată, după cum se știe, de relația

$$A = \frac{\mu z}{R_i + z} = \frac{\mu}{1 + R_i/Z}.$$

La curenți normali de funcționare (de ordinul miliamperilor), rezistența de sarcină nu poate lua valori prea mari pentrucă suntem limitați de tensiunea de alimentare anodică. De aceea, Z este de obicei de câteva zeci de ori mai mic decât R_i, iar A va fi de câteva zeci de ori mai mic decât μ. In regimul curenților inițiali, amplificarea este mai mare decât în regim de sarcină spațială nu numai datorită faptului că μ are valori mari, ci și datorită faptului că se pot lua pentru Z valori mari, mai apropiate de R_i.

Cum am arătat mai înainte, în acest regim μ şi R_i pot fi prezentate ca fiind funcţii numai de I_a. Rezultă că putem trasa, pentru diferite sarcini Z, curbele $A = f(I_a)$. Pentru pentoda $EF6$, aceste curbe se văd în figura 15. Cu cât Z este mai mare, cu atât amplificarea este mai mare. Când curentul creşte, amplificarea pentru un Z dat creşte datorită faptului că R_i/Z scade, iar μ creşte. După ce μ

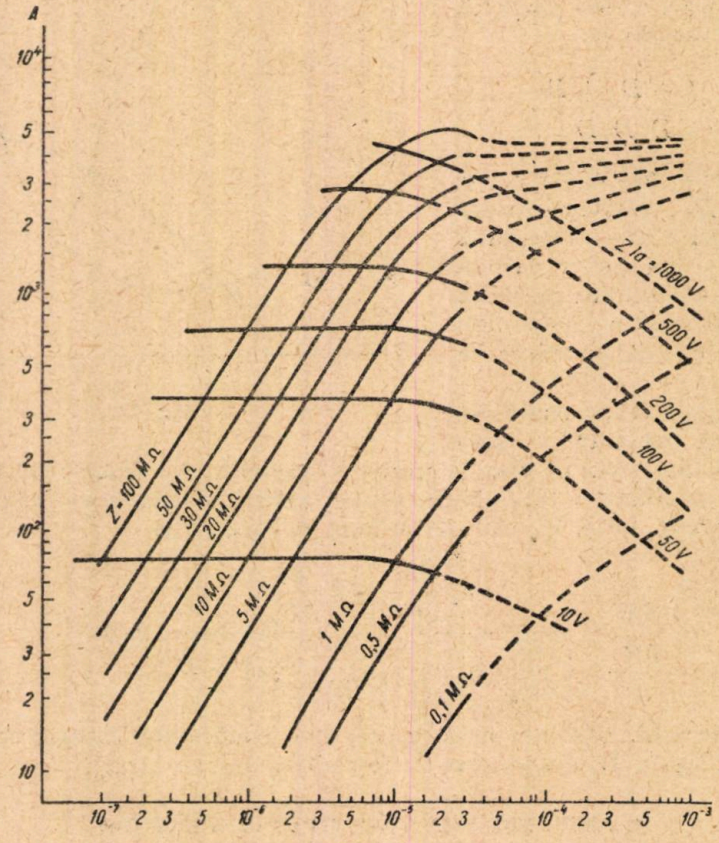


Fig. 15

atinge un maxim şi începe să scadă, A continuă să crească din cauză că R_i scade, şi atinge apoi un palier.

In figura 16 am trasat curbele $ZI_a = f(I_a)$ pentru A constant şi cele pentru Z constant. Punctul în care se intersectează, de exemplu, curba de $Z = 10\,M\Omega$ cu curba de $A = 1\,000$ dă curentul I_a şi căderea de potenţial pe sarcină, ZI_a, pentru care un etaj cu sarcina $10\,M\Omega$ va da o amplificare de 1 000. Mărimea ZI_a este aproximativ egală cu tensiunea de alimentare anodică, E_a, pentrucă tensiunea anodică U_a, necesară obţinerii curenţilor iniţiali este mică. După cum arată curbele din figura 16, pentru un Z dat, amplificarea este cu atât mai mare, cu cât curentul I_a este mai mare, deci cu cât tensiunea anodică

$$U_a = E_a - Z\,I_a$$

este mai mică. Nu putem coborî însă sub o anumită valoare a lui U_a, deoarece caracteristicele $I_a - U_a$ se curbează, iar rezistenţa internă R_i şi factorul de

amplificare μ scad mult. Acest lucru se poate vedea, spre exemplu, în figura 7. In planul caracteristicelor $I_a - U_a$ pentru $U_{g1} = -0{,}6$ V am trasat caracteristica dinamică $E_a = ZI_a + U_a$ pentru $E_a = 300$ V și pentru $Z = 30$ MΩ. Se vede că, mărind curentul I_a, ne ridicăm pe această dreaptă și rămânem în regiunea liniară a caracteristicelor numai dacă, aproximativ, $U_a > 30$ V,

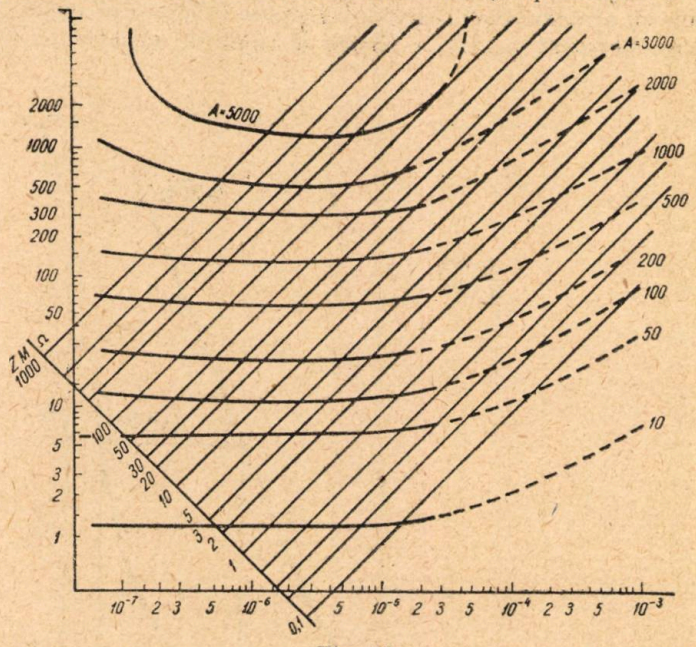


Fig. 16

corespunzând unei valori maxime a lui U_{g2} de 6,5 V. Dacă mărim mai mult curentul anodic (crescând, de exemplu, tensiunea grilei ecran) intrăm în regiunea curbă a caracteristicelor, unde rezistența internă și factorul de amplificare vor avea valori mai scăzute. Așa dar, pentru a obține amplificarea maximă pe etaj, curentul anodic trebue să aibă această valoare optimă, corespunzătoare începutului palierului caracteristicelor $I_a - U_a$ ($U_a \approx 30$ V).

Pentru a proiecta un etaj amplificator de amplificare maximă, se pot considera două cazuri, se dă E_a sau se dă Z.

Dacă se dă E_a, din condiția $U_a \approx 30$ V, rezultă că $ZI_a = E_a - U_a = E_a - 30$. Din figura 16 se vede că, fiind dat ZI_a, amplificarea maximă cu Z minim se obține pentru $I_a \approx 20\ \mu A$, pentrucă până la această valoare a lui I_a curbele de A constant sunt paralele cu axa absciselor. Rezultă deci că cea mai convenabilă valoare a lui Z este

$$Z = \frac{E_a - 30}{20}\ (M\Omega).$$

Dacă se dă Z, amplificarea este cu atât mai mare, cu cât E_a (deci și ZI_a) este mai mare. Din figura 16 se vede însă că pentru $I_a > 20\mu A$ creșterea amplificării este mai înceată, curbele de A constant tinzând să devină paralele cu curbele de Z constant. Astfel încât valoarea cea mai convenabilă pentru E_a este dată de aceeași relație de mai sus

$$E_a = 20Z + 30.$$

5. OBSERVAŢII ASUPRA POSIBILITĂŢII DE REALIZARE PRACTICĂ A UNUI ETAJ AMPLIFICATOR CU PENTODA LUCRÂND ÎN REGIM DE CURENŢI INIŢIALI

Tensiunea de negativare care pentru regimul acesta nu trebue să fie prea mare, se poate obţine cu ajutorul unei rezistenţe R_g puse în circuitul grilei. Rezistenţa R_g de scurgere, necesară pentru a obţine o anumită negativare U_{g1} a grilei

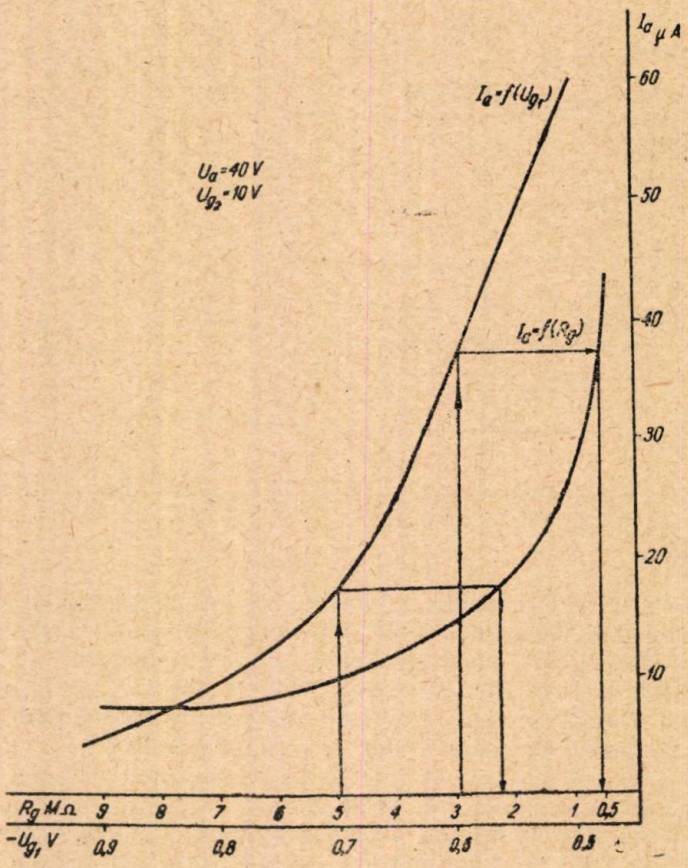


Fig. 17

se determină comparând caracteristicele $I_a - U_{g1}$ şi $I_a - R_g$, ridicate pentru aceleaşi valori ale tensiunilor de ecran şi de placă, după cum, rezultă din figura 18 pentru tubul *EF*6. Dacă ne propunem, spre exemplu, să realizăm o negativare de −0,6 V, căreia din caracteristica $I_a - U_{g1}$ (pentru $U_a = 70$ V, $U_{g2} = 10$ V) îi corespunde un curent de 36μ *A*, din caracteristica $I_a - R_g$ rezultă că avem nevoe de o rezistentă de scurgere de aproximativ 0,7 *M*Ω.

Trebue văzut în ce măsură negativarea U_{g1}, obţinută în acest fel, rămâne constantă când variază U_a şi U_{g2}.

După cum am arătat înainte, I_{g1} rămâne aproape constant când variază, U_a, așa încât putem considera că și U_{g1} nu variază cu U_a. Pentru a vedea cum variază U_{g1} cu variația lui U_{g2}, am trasat în figura 12 dreptele

$$U_{g1} = I_{g1} \cdot R_g$$

pentru câteva valori ale lui R_g. Se vede din această figură că dacă $R_g = 0{,}7\ M\Omega$ iar U_{g2} ia valori cuprinse între 0 și 10 V, U_{g1} variază între 0,606 și 0,622 V, deci cu 2,6%. Această variație a lui U_{g1} ar provoca o variație a curentului anodic cu 1,6%. Dintr'o analiză mai amănunțită rezultă apoi că, în toate cazurile practice, variația lui I_a care s'ar datora variației lui U_{g1}, provocată de variația lui U_{g2}, poate fi neglijată, din cauză că este mult mai mică decât variația lui I_a provocată de însăși variația lui U_{g2}. Rămâne deci să realizăm o tensiune U_{g2} suficient de stabilă pentru a nu da fluctuații directe mari ale curentului anodic.

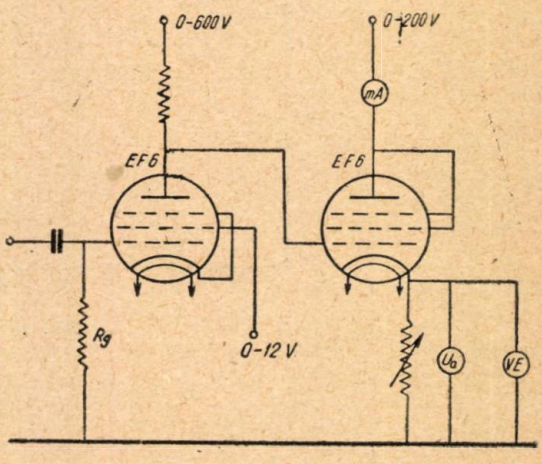


Fig. 18

Tensiunea grilei ecran. Dacă E_a și Z sunt date, variații mici ale lui U_{g2} (pentru care putem considera că U_{g1} rămâne neschimbat) duc la variații însemnate ale lui I_a și U_a, deci și ale amplificării A. Pentru a determina curba $A = f(U_{g2})$ pentru E_a, Z și U_{g1} date, intersectăm curbele $I = f(U_{g2})$ pentru U_{g1} dat și diverse valori ale lui U_a cu curbele $E_a = U_a + ZI_a$ pentru E, Z și U_{g1} date. In figura 19 am trasat, cu linie plină, una din aceste curbe pentru $U_{g1} = -0{,}6$ V $E_a = 300$ V și $Z = 30$ MΩ, comparând-o cu cea experimentală.

6. VERIFICĂRI EXPERIMENTALE

Am realizat un montaj de amplificare cu tubul EF6 cu posibilitatea de a varia tensiunile de alimentare (ale filamentului, anodului și grilei ecran) și rezistența de sarcină, Z. In circuitul grilei de control s'a lucrat cu o rezistență $R_g = 0{,}7$ MΩ care asigură o negativare de aproximativ — 0,6 V. Acest prim etaj era cuplat direct cu un etaj cu sarcina pe catod (figura 18), care ne permite să găsim tensiunea la ieșirea primului etaj fără ca rezistența instrumentului să șunteze sarcina acestuia. Atât sarcina din catod, cât și tensiunea de alimentare anodică a etajului al doilea erau reglabile, pentru a putea aduce tot timpul etajul într'un același punct de funcționare. Am aplicat pe grila primului etaj un semnal cunoscut și măsurând separat componenta continuă și alternativă a căderii de tensiune la bornele rezistenței din catodul etajului al doilea, după ce am luat în considerare corecția datorită amplificării acestui etaj, am găsit tensiunea continuă, U_a și cea alternativă la ieșirea primului etaj. In felul acesta am determinat amplificarea primului etaj pentru diferite rezistențe de sarcină și diferite tensiuni de alimentare.

In figura 19 am trasat prin linia punctată curba $A = f(U_{g2})$ obţinută prin măsurători directe, iar prin linie plină curba calculată, dedusă din caracteristicele respective aşa cum am arătat mai sus.

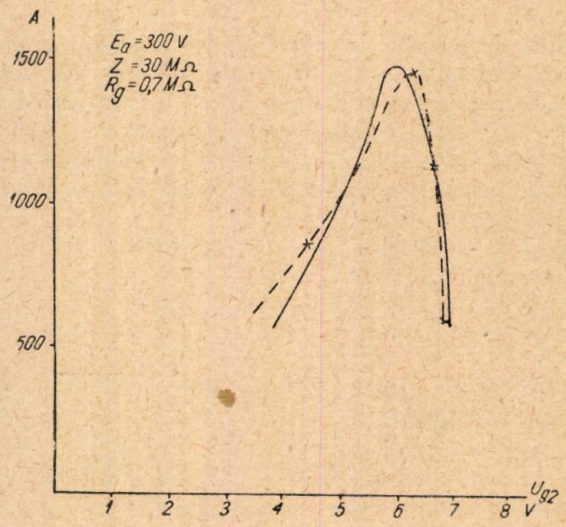


Fig. 19

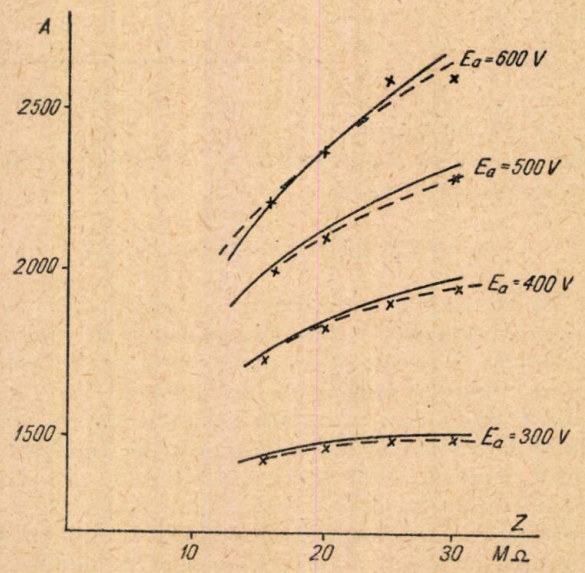


Fig. 20

In figura 20 sunt trasate curbele $A = f(R_g)$, pentru câteva tensiuni ale sursei anodice de alimentare (punctat — curbele experimentale, linie plină — curbele calculate).

In sfârşit, în figura 21 sunt reprezentate curbele $A = f(U_{g2})$ pentru $E_a = 300$ V, $Z = 30$ MΩ şi diverse valori ale tensiunii de filament, U_f. Când tensiunea de filament scade, amplificarea maximă ce se poate obţine dela etaj

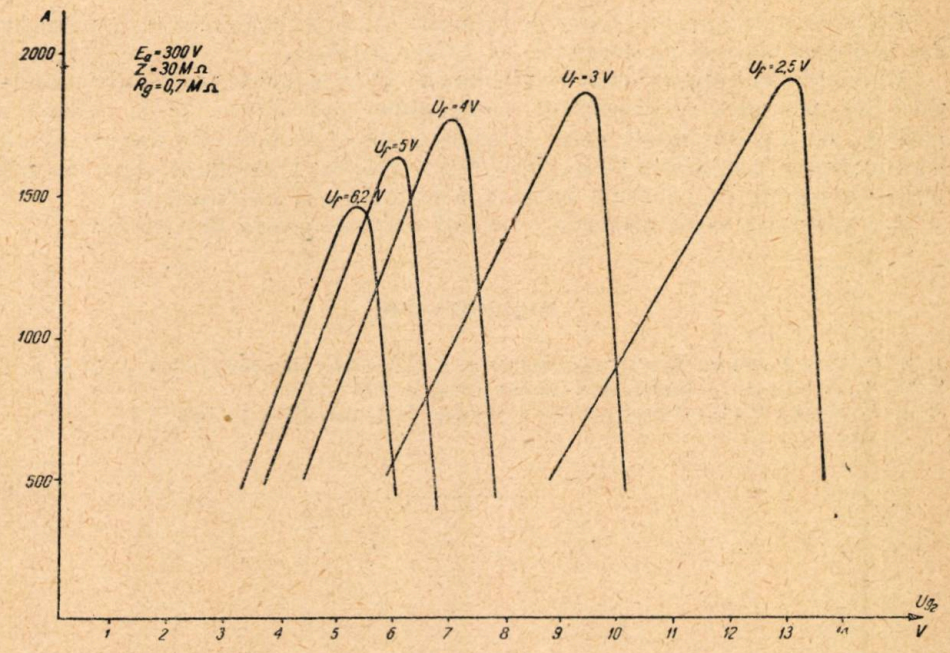


Fig. 21

creşte, curba $A = f(U_{g2})$ deplasându-se în acelaşi timp către valorile mai mari ale lui U_{g2}, astfel încât curentul anodic corespunzător maximului rămâne aproximativ acelaşi $I_a \approx 8\ \mu A$.

УСИЛЕНИЕ ПЕНТОДОВ, РАБОТАЮЩИХ В РЕЖИМЕ НАЧАЛЬНЫХ ТОКОВ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Установлено, что коэффициент усиления пентодов в режиме начальных токов в несколько раз превышает его нормальное значение. Это явление объясняется в связи с особым — в этой области у пентодов — характером распределения электронного катодного тока между экранирующей сеткой и анодом. Обсуждаются условия для получения каскадов, работающих с пентодами в режиме начальных токов, с максимальным усилением.

Экспериментальные результаты подтверждают выводы авторов.

AMPLIFICATION DES PENTODES TRAVAILLANT EN RÉGIME DE COURANTS INITIAUX

(RÉSUMÉ)

On a constaté que, en régime de courants initiaux, le facteur d'amplification des pentodes dépasse plusieurs fois sa valeur normale.

On établit un rapport entre ce phénomène et la manière particulière dont — pour les pentodes — le courant électronique qui arrive de la cathode se partage, dans cette région, entre la grille écran et l'anode. On discute ensuite les conditions nécessaires pour obtenir des étages, travaillant avec des pentodes en régime de courants initiaux à maximum d'amplification.

Les résultats expérimentaux vérifient les conclusions des Auteurs.

BIBLIOGRAFIE

1. S. P. Fiodorov, *Kratkii spravocinic po radiolampam* Moscova, 1949, p. 54 şi p. 57.
2. W. K. Volkers, Electronics, Martie 1951, p. 126—129.
3. J. A. Katzman, *Osnovî rasciota radiolamp* Moscova, 1952, p. 139.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul IV, Nr. 3—4, 1953

CÂTEVA PARTICULARITĂŢI ALE AMPLIFICATORILOR ELECTRONICI DE CURENT CONTINUU*)

DE

M. DUMA

In literatura sovietică au apărut numeroase lucrări în care se tratează problema amplificatorilor de curent continuu, dintre care câteva sunt indicate în bibliografia anexată. Scopul articolului de faţă este de a ajuta fizicienilor şi tehnicienilor, care au de îndeplinit lucrări în domeniul electronicei, la rezolvarea problemelor legate de construcţia amplificatorilor de curent continuu, cât şi de a le uşura accesul la literatura de specialitate.

Nenumărate procese industriale se controlează şi se reglează automat cu ajutorul aparatelor electronice.

Măsurarea mărimilor neelectrice se face cu ajutorul unor traductori primari. Aceştia realizează variaţia unei mărimi electrice (curent, tensiune, impedanţă etc.) în strictă dependenţă cu mărimea neelectrică măsurată. Mărimea electrică este apoi amplificată (traductorii primari sunt de putere foarte mică), după care ea acţionează fie asupra aparatului de măsurare, sortare sau semnalizare (în cazul controlului automat), fie asupra instalaţiei de reglaj (în cazul reglajului automat), fie asupra instalaţiei transmiţătoare de telemăsură.

Majoritatea traductorilor primari dau la ieşire o tensiune sau curent continuu (cristalul piezoelectric, celula fotoelectrică, electrozii pentru măsurarea concentraţiei ionilor de hidrogen (pH), termocuplul, etc.). Aşa dar, problema amplificării tensiunii şi a curentului continuu are o însemnătate deosebită [1]).

Dar dacă amplificatorii de curent alternativ nu prezintă dificultăţi deosebite, cu atât mai mult cu cât larga lor răspândire în instalaţiile radiotehnice face ca problema construirii lor să nu prezinte greutăţi pentru specialiştii noştri în domeniul curenţilor slabi, realizarea amplificatorilor de curent continuu prezintă numeroase dificultăţi caracteristice, a căror rezolvare cere o adâncă cunoaştere a problemei şi o anumită experienţă în domeniul respectiv.

In primul rând, amplificatorii de curent continuu sunt nestabili: fără luarea de măsuri speciale, amplificatorul nu poate deosebi efectul semnalului primit la intrare, de modificarea de regim cauzată de variaţia tensiunilor de alimentare,

*) Comunicare prezentată Institutului la 5 Aprilie 1953.

[1]) Remarcăm că termenul « amplificarea curentului continuu », încetăţenit în tehnică, nu corespunde sensului fizic al fenomenului. Curentul continuu nu se amplifică, se amplifică variaţiile lente ale curentului continuu.

de variaţia rezistenţei filamentului, de variaţia emisiei catodului, de variaţia parametrilor tuburilor, de procesele fluctuante.

Intr'adevăr modificarea regimului amplificatorului de curent alternativ duce numai la variaţia componentei continue, care în orice caz va fi până la urmă eliminată, fără să influenţeze în mod esenţial asupra coeficientului de amplificare (atâta vreme cât modificarea de regim rămâne între anumite limite). Modificarea regimului amplificatorului de curent continuu duce însă la o variaţie a potenţialelor electrozilor, care, odată apărută, nu poate fi « eliminată » (decuplată), ca în cazul precedent, aşa cum poate fi separată componenta alternativă de cea continuă.

Deci prima şi cea mai mare dificultate constă în a face componenta continuă, care există în lipsa semnalului la intrare, invariantă, sau în a-i compensa variaţia; cum se spune, în a asigura stabilitatea de zero a amplificatorului.

In al doilea rând, atunci când este nevoie de o amplificare mai însemnată şi trebue să se recurgă la amplificarea în mai multe etaje, variaţiile datorite semnalului, în potenţialul anodului unui tub trebue transmise la grila tubului următor. Insă potenţialul continuu al anodului este în general mult mai ridicat decât cel al grilei. In amplificatorii de curent alternativ variaţiile potenţialului anodului se transmit cu ajutorul unui transformator, sau prin condensator. Evident că ambele metode sunt inaplicabile în cazul amplificării variaţiilor lente ale curentului continuu. A doua greutate constă deci în a asigura această trecere cu cât mai puţine tuburi sau surse de curent, şi cât mai mic consum, menţinând totodată maximul de amplificare.

In al treilea rând — acest lucru e valabil la cei mai mulţi din amplificatorii de tensiuni şi curenţi slabi, atât continui cât şi alternativi — în cazul în care se pune condiţia ca traductorul primar să fie cât mai puţin încărcat, pentru a nu-i denatura indicaţiile, rezistenţa de intrare a primului etaj trebue să fie foarte mare ($10^{10} - 10^{15}\ \Omega$). Deci a treia dificultate este obţinerea acestei rezistenţe mari de intrare; de aceea în primul etaj pot funcţiona numai anumite tuburi puse într'un astfel de regim, în care curentul grilei de comandă să fie minim.

Dacă la toate acestea adăugăm faptul că urechea noastră reacţionează la logaritmul amplitudinii, în timp ce aparatele care se conectează la ieşirea amplificatorilor industriali reacţionează în general la prima sau (mai rar) a doua putere a amplitudinii, e limpede cu cât sunt mai mari cerinţele pe care trebue să le satisfacă amplificatorii industriali, faţă de cele ce se pun în faţa amplificatorilor radiofonici din punctul de vedere al preciziei şi stabilităţii amplificării.

Problema transformării curentului continuu în curent alternativ şi a amplificării curentului alternativ este o problemă aparte şi nu o vom trata în acest articol. Amintim doar că acest procedeu e destul de răspândit şi se realizează cu mijloace diferite (întrerupători electromagnetici, amplificatori magnetici, condensatori dinamici, modulare de amplitudine, frecvenţă sau fază ş. a.). Totuşi numai o analiză tehnico-economică multilaterală poate hotărî în fiecare caz în parte dacă e mai stabil şi precis, şi totodată mai trainic şi ieftin amplificatorul de curent continuu sau cel de curent alternativ cu transformare preliminară. Afară de aceasta cele mai multe din mijloacele de transformare a curentului continuu în curent alternativ sunt neutilizabile atunci când se pune condiţia unei rezistenţe foarte mari de intrare.

Trebue arătat că domeniul de aplicare al amplificatorilor de curent continuu e mai larg decât automatica electronică industrială şi controlul electric. In laboratoarele de fizică, chimie, biologie, voltmetrele şi galvanometrele electronice sunt ajutoare de neînlocuit.

★

Cauzele mai însemnate care produc sgomotele proprii ale amplificatorilor de curent alternativ sunt: agitaţia termică a electronilor în elementele circuitelor, efectul de alice (curentul electric în conductori, cât şi în interiorul tuburilor, nu e un fluid continuu, ci se compune dintr'o infinitate de sarcini în mişcare, ale căror număr şi viteză sunt numai în medie constante în timp), nestabilitatea emisiei catodului (despre care va fi vorba mai jos) şi « efectul microfonic » (parte din electrozi sau toţi, vibrează cu o frecvenţă proprie, sau impusă de vibraţii exterioare). In amplificatorii de curent continuu însă cele mai dăunătoare devieri parazite au alt caracter.

O mare influenţă asupra regimului tubului o au variaţiile tensiunilor de alimentare. Variaţia curentului filamentului atrage după sine o variaţie procentuală adesea cam de zece ori mai mare a emisiei catodei. Variaţia potenţialului de polarizare a grilei este echivalent cu un semnal de mărime egală. Variaţia tensiunii anodice duce de asemenea la modificări însemnate ale regimului.

Deci o condiţie preliminară a stabilităţii amplificatorului de curent continuu este stabilizarea tensiunii surselor de alimentare. In acest scop se utilizează fie stabilizatori de tensiune (ferorezonanţi, ionici, electronici, iar pentru încălzire stabilizatori de curent-bareteri), fie baterii de elemente uscate sau acumulatori. Desigur, în aparatele utilizate în tehnică este de dorit să nu se folosească bateriile. Totuşi atunci când este necesară o constanţă foarte mare a tensiunii în mici intervale de timp, utilizarea bateriilor se poate dovedi mai convenabilă decât construirea unui stabilizator electronic scump şi dificil.

Utilizarea stabilizatorilor nu rezolvă însă complet problema. Intr'adevăr, presupunând chiar o stabilizare ideală (ceea ce nu există practic), totuşi temperatura tubului are influenţă asupra curentului de emisie, asupra dimensiunilor şi situării relative a electrozilor, deci asupra parametrilor tubului. Procesul de încălzire al tubului durează de fapt câteva zeci de minute, timp în care deşi tubul funcţionează el continuă să-şi mai schimbe treptat regimul. Cu timpul electrozii se deplasează, filamentul îşi schimbă rezistenţa. Acestea sunt variaţii lente.

Pe de altă parte influenţează asupra regimului amplificatorilor de curent continuu aşa numitele variaţii statistice. Când catodul « licăreşte » (acest fenomen este mai sensibil în tuburile al căror catod e compus) — proprietăţile emisive ale diferitelor puncte ale catodului variază cu frecvenţe dela fracţiuni de herţi până la zeci şi sute de herţi (evident, în cazul amplificatorilor de curent continuu perturbează componentele lente). Afară de aceasta are loc volatilizarea metalului catodului: diferiţi atomi, ioni sau particule întregi de metal părăsesc suprafaţa catodei, denaturând puternic media statistică a fluxului de sarcini din tub; totodată ele lasă în loc suprafeţe mai puţin active, iar în alte locuri atomi mai activi ies la suprafaţă din interiorul catodei. Acest proces e cu atât mai important cu cât temperatura catodului e mai mare şi cu cât e mai mare gradientul temperaturii în lungul ei.

Pentru a mişcora acţiunea acestor fenomene (dintre care am amintit numai câteva mai caracteristice) se iau două feluri de măsuri:

In primul rând se caută a se micşora cauzele nestabilităţii; pentru aceasta tuburile sunt alimentate cu tensiuni coborîte faţă de cele nominale, astfel se micşorează uzura lor, cât şi parte din fenomenele statistice (deşi scopul principal al « regimului redus » este micşorarea curentului grilei).

In al doilea rând se caută înlăturarea efectelor nestabilităţii. In acest scop se alcătuiesc scheme care compensează diferitele schimbări de regim, fie prin reglaj parametric[1]), fie cu ajutorul reacţiei negative, fie prin scheme în punte, simetrice sau asimetrice. Evident că în schemele în punte obişnuite, în care în diferite braţe se găsesc diferite tuburi, sau tuburi şi rezistenţe, de pildă ca în figura 1, compensarea are un caracter aproximativ: niciodată două tuburi nu-şi vor varia parametrii cu aceeaşi viteză.

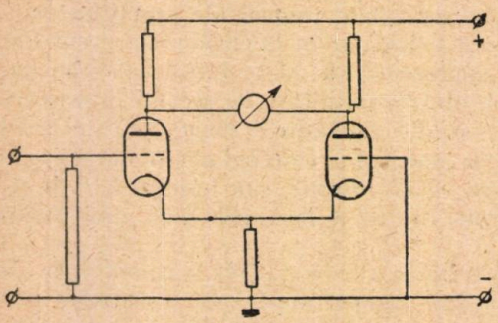


Fig. 1

Totuşi asemenea scheme sunt eficace în direcţia micşorării influenţei variaţiei tensiunilor de alimentare şi, în mare măsură, şi a fenomenelor lente care se petrec în tuburi. Fără îndoială, însă, că fenomenele statistice nu se compensează, ci se adună. Pentru a compensa şi fenomenele statistice trebue ca în două ramuri ale punţii să se găsească porţiuni ale aceluiaşi tub, alimentate de acelaşi catod, iar regiunea sarcinii spaţiale de electroni să fie destul de depărtată de catod (pentru ca fluctuaţiile locale ale emisiei catodului să nu modifice componenţa sarcinii spaţiale). In acest scop se construiesc tuburi speciale, duble, cu catod comun, ceilalţi electrozi fiind situaţi de o parte şi de alta a acestui catod; în lipsa lor se utilizează tetrode sau pentode, rolul celui de al doilea anod îl joacă prima grilă (în pentode — a doua), iar semnalul se aplică la grila vecină cu anodul. Variaţiile emisiei catodului se vor reflecta atât asupra curentului din braţul catod-anod, cât şi asupra curentului din braţul catod-grilă al punţii, modificând curentul în rezistenţa care le uneşte în mult mai mică măsură. In schimb semnalul aplicat la grila vecină cu anodul modifică repartizarea curentului de emisie între anod şi grila pozitivă; cele două componente variază în direcţii opuse.

Pentru ca în schema arătată în figura 2 puntea să fie în echilibru, trebue satisfăcută condiţia:

$$I_a (R_1 + R_5) = I_{g_2} (R_2 + R_4). \quad (1)$$

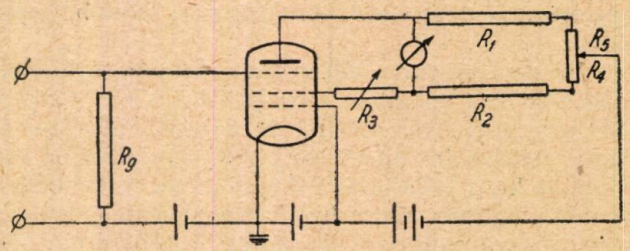


Fig. 2

[1]) Reglaj parametric — reglaj automat care reacţionează nu la modificarea stării obiectului reglat, ci la modificarea factorului destabilizator. Folosirea principiului reglajului parametric trebue privită cu multă prudenţă; asigurarea constanţei curentului anodic prin modificarea tensiunilor electrozilor în anumită dependenţă de modificarea tensiunilor de alimentare e de slabă eficacitate din cauza nestabilităţii parametrilor care au fost iniţial puşi la baza acestei dependenţe, aşa cum se va arăta mai jos.

Pentru ca diagonala să nu resimtă variațiile curentului I_e, de emisie al catodului, trebue ca

$$\frac{\partial I_a}{\partial I_e}(R_1 + R_5) = \frac{\partial I_{g_2}}{\partial I_e}(R_2 + R_4). \tag{2}$$

Dat fiind că derivatele $\frac{\partial I_a}{\partial I_e}$ și $\frac{\partial I_{g_2}}{\partial I_e}$ diferă dela un tub la altul, iar la același tub depind de regim și uzură, relația între ele poate fi influențată modificând polarizarea grilei g_2: când potențialul ei este mai ridicat, derivata $\frac{\partial I_{g_2}}{\partial I_e}$ are o valoare mai mare, când potențialul e mai coborît — mai mică. Reglarea se poate face cu ajutorul rezistenței R_3, după care se satisface condiția (1) modificând R_4 și R_5. Neajunsul schemei constă în dificultatea amplificării ulterioare. In literatură se analizează scheme analoage care să compenseze și variațiile celorlalte tensiuni de alimentare, cât și scheme care să permită și cuplarea etajelor amplificatoare următoare. Dat fiind însă că ele sunt bazate pe considerarea dependenței fiecărui curent de fiecare din tensiunile aplicate, dependențe numeroase, nestabile și foarte diferite la diferite tuburi, credem că mai departe de practica de laborator ele nu pot fi folosite, odată ce schimbarea tubului duce de fapt la necesitatea schimbării întregii scheme, precedată de o minuțioasă cercetare a proprietăților exemplarului de tub dat.

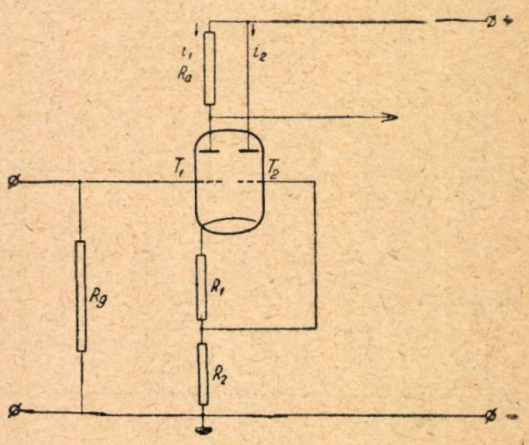


Fig. 3

Stabilizarea curentului anodic se poate obține prin schema din figura 3. Putem considera că fluctuațiile curentului i_1 sunt echivalente cu o f.e.m. parazită care acționează în rezistența R_1. Dacă e_p a crescut, căderea de tensiune pe R_1 crește, negativarea tubului T_2 crește, i_2 scade și compensează prin căderea de tensiune pe $R_1 + R_2$, apariția lui e_p. Fie S_1 și S_2 — pantele caracteristicelor grilă-anod ale celor două tuburi

$$\Delta i_1 = [(\Delta i_1 - \Delta i_2)\ (R_1 + R_2) + e_p]\ S_1 \tag{3}$$

$$\Delta i_2 = [(\Delta i_1 - \Delta i_2)\ R_1 + e_p]\ S_2. \tag{4}$$

Punem condiția

$$\Delta i_1 = 0 \tag{5}$$

In (3), căpătăm

$$e_p = \Delta i_2\ (R_1 + R_2),$$

care, înlocuită în (4) dă condiția

$$R_2 = \frac{1}{S_2}. \tag{6}$$

In felul acesta fluctuaţiile curentului i_1 se micşorează de zeci de ori. Trebue însă avut în vedere că S_2 depinde de regim şi de uzură.

O metodă eficace de stabilizare a amplificării este folosirea reacţiei negative. Reacţia negativă se aplică pe scară largă în radiotehnică, de aceea asupra ei nu ne vom opri.

Trebue spus că schemele utilizate pentru măsurători directe pot fi concepute mai simplu, verificându-se şi reglându-se periodic poziţia de zero. Schemele utilizate în automatică şi în telemăsuri însă, trebue să fie mult mai stabile în timp, şi ele sunt în general mai complexe. In schemele amplificatorilor de curent continuu numărul de elemente (tuburi, rezistenţe, baterii, conexiuni) creşte în funcţie de amplificarea şi stabilitatea absolută necesară, în măsură mai mare decât în schemele amplificatorilor de curent alternativ, din cauza dificultăţilor produse de amplificarea în etaje a curentului continuu.

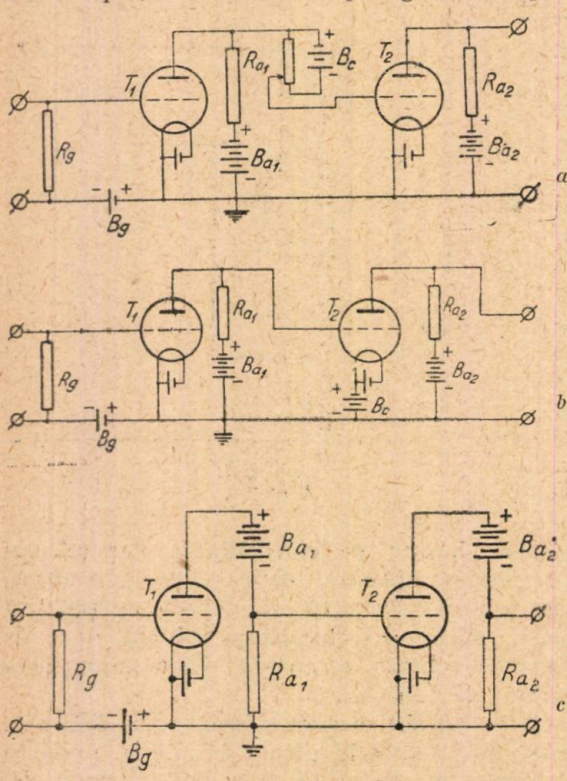


Fig. 4

Utilizarea amplificatorilor în mai multe etaje este cerută de faptul că tubul dela intrare, care lucrează în regim «redus» pentru a micşora curentul grilei, dă o amplificare neînsemnată şi serveşte numai ca intermediar între traductorul primar, care cere o rezistenţă considerabilă, şi amplificatorul propriu zis. Deşi în practica de laborator uneori această amplificare neînsemnată poate să fie suficientă în cazul utilizării la ieşire a unui aparat foarte sensibil şi delicat (galvanometrul cu oglindă de pildă), în industrie de obicei e mai convenabilă amplificarea în mai multe etaje şi utilizarea unui aparat mai puţin delicat; în cazul reglajului automat amplificarea în mai multe etaje e neapărat necesară.

In construcţia amplificatorilor cu mai multe etaje, pentru a asigura justa repartizare a potenţialelor diferitelor tuburi, se pot alege următoarele variante principale:

— Utilizarea mai multor surse de tensiune, situate în diferite puncte ale schemei, ca în figura 4, *a*. Acest mijloc nu prezintă dificultăţi în calcul şi reglaj, nu provoacă practic pierderi de amplificare între etaje şi nu necesită consum suplimentar de curent. Totuşi sunt necesare numeroase baterii (lucru cu atât mai neplăcut în instalaţiile industriale); bateria de compensare B_c (împreună cu potenţiometrul care se pune de obicei în paralel pentru reglarea schemei) reprezintă o capacitate faţă de pământ, capacitate care micşorează simţitor stabilitatea amplificării. In schema din figura 4, *b* prin bateria de compensare

curge curent, în schema din figura 4,c rezistența anodică trebue să fie mică, ceea ce face ca amplificarea să fie redusă, etc.

— Utilizarea unei surse cu divizor de tensiune (fig. 5). Această sursă trebue să fie însă de înaltă tensiune. Catodul ultimului tub are un potențial foarte ridicat față de pământ, iar legătura existentă între etaje (tensiunea

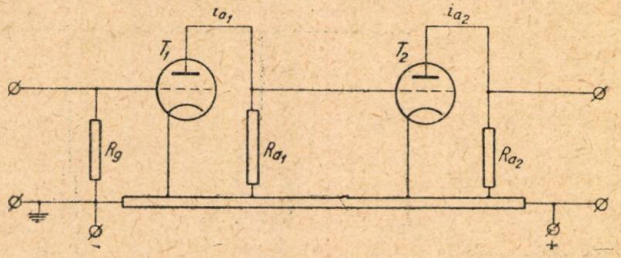


Fig. 5

anodică și polarizarea grilei fiecărui etaj este în funcție de curentul anodic propriu, și de al etajelor următoare, deoarece acești curenți trec prin divizorul de tensiune) creează pericolul nestabilității funcționării amplificatorului.

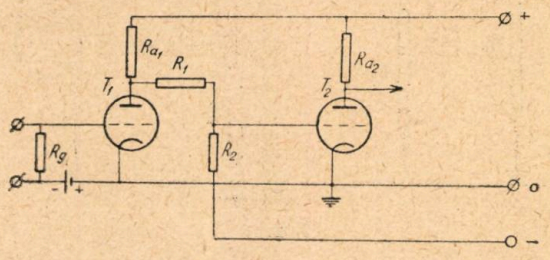


Fig. 6

— Utilizarea unei surse de curent unice pentru toate etajele, cu tensiunea de același ordin de mărime cu tensiunea anodică a fiecărui etaj. Legătura între etaje se face sau cu ajutorul unor divizori de tensiune (fig. 6), care sunt foarte

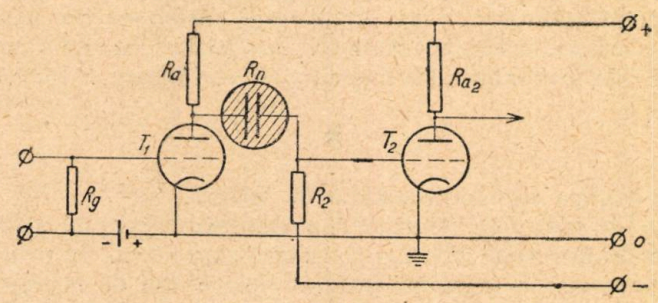


Fig. 7

simpli, dar micșorează amplificarea etajului $\left(\text{în proporția } \frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)$, iar pentru a mări pe R_2 necesită existența unui însemnat potențial negativ, sau ajutorul unor tuburi cu neon (fig. 7), care au o foarte mică rezistență dinamică,

dar creează un consum însemnat de curent, care şuntează tubul precedent, micşorându-se amplificarea; sau cu ajutorul unor etaje intermediare cu rezistenţă catodică; aceste etaje sunt foarte stabile, au ieşire la potenţial scăzut, dar, după cum se ştie, nu amplifică şi sunt mai complicate decât cele două mijloace anterioare atât constructiv, cât şi din punct de vedere al reglajului, sau

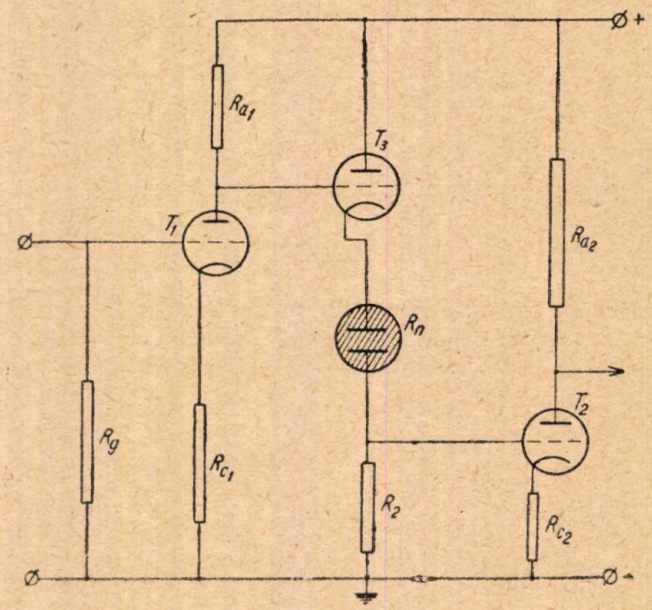


Fig. 8

combinând soluţiile de mai sus, de pildă legând catoda tubului cu rezistenţă în catod cu un tub cu neon în serie cu rezistenţa catodică (fig. 8); astfel se obţine o coborîre suplimenatră a potenţialului grilei, iar sarcina etajului precedent este practic nulă.

Trebue amintit că schemele simetrice în punte găsesc o largă aplicare şi în realizarea amplificatorilor cu mai multe etaje, analog etajelor finale în contratimp din amplificatorii de curent alternativ; de o parte şi de alta a axei de simetrie se pot utiliza cele mai multe din metodele de stabilizare şi conectare expuse.

★

Trecem la analiza regimului etajelor de intrare.

Mai răspândite sunt două feluri de conectări ale circuitului a cărui tensiune se măsoară: conectare conductivă şi conectare capacitivă. In primul caz grila şi catodul se conectează (prin intermediul elementului de negativare a grilei) fie în punctele între care se află diferenţa de potenţial măsurată, fie la capetele unei rezistenţe — etalon prin care curge curentul măsurat. In al doilea caz se alcătuiesc circuite din rezistenţe şi condensatori; valoarea măsurată se determină în decursul fenomenului tranzitoriu de încărcare sau descărcare a capacităţii. Această metodă, fiind legată de comutări, poate găsi aplicare mai restrânsă în tehnică, unde e nevoe în general de o măsurare neîntreruptă şi nemijlocită

pe care o asigură numai conectarea conductivă. De aceea asupra conectării capacitive nu vom reveni.

Curentul de grilă curge în cazul măsurării tensiunii prin rezistența internă echivalentă a schemei, în care se găsește tensiunea măsurată; în cazul măsurării mărimilor neelectrice, curentul de grilă curge prin rezistența internă a traductorului primar. Curentul de grilă este limitat la valoarea maximă admisă de traductor din punct de vedere al modificărilor electro-chimice, de pildă, ce se pot produce, și în orice caz, de căderea de tensiune pe rezistența internă a traductorului, care trebue să fie de cca 10 ... 100 ori mai mică decât tensiunea măsurată (în funcție de precizia cerută).

In cazul măsurării curentului, nivelul tensiunii sgomotelor produse de agitația termică în rezistența etalon, împreună cu cel al sgomotelor produse de fluctuațiile curentului grilei pe rezistența etalon, trebue să fie aproximativ de 100 de ori mai mic decât căderea de tensiune produsă de curentul măsurat pe rezistența etalon. Trebue să observăm însă că în tehnică, unde reglările și verificările trebue să poată fi reduse la minimum, această condiție nu e suficientă, deoarece pe lângă fluctuațiile statistice ale curentului grilei, de care ține seama un asemenea calcul, există și schimbări lente, care pot denatura fundamental măsurătoarea. De aceea trebue să se tindă ca nu numai nivelul fluctuațiilor, ci chiar valoarea absolută a curentului grilei să fie cât mai mică, de dorit cu un ordin-două mai mică decât valoarea curentului măsurat.

Rezistența etalon e de dorit să fie cât mai mare, deoarece căderea de tensiune produsă de curentul măsurat e proporțională cu valoarea rezistenței. Cu cât e mai mare rezistența, cu atât mai mică este amplificarea necesară, deci cu atât mai stabil poate fi construit amplificatorul. Trei considerente limitează mărimea rezistenței etalon:

— posibilitatea tehnologică de a realiza o rezistență stabilă foarte mare;

— rezistența de intrare a lămpii, care poate șunta o rezistență excesiv de mare;

— constanta de timp a circuitului de intrare $\tau = R\ C$, unde C se compune din capacitatea spațiului grilă-catod a primului tub, capacitatea circuitului și capacitatea sursei curentului măsurat. Considerând că procesul tranzitoriu durează 5τ, socotind capacitatea egală cu 15 pF, dacă rezistența-etalon va fi 10^{10} ohmi, procesul tranzitoriu se va termina după 0,75 sec. iar dacă rezistența-etalon va fi $10^{12}\ \Omega$ se va termina după 75 sec.

Din cele de mai sus rezultă că rezistența echivalentă a spațiului grilă-catod trebue să fie maximă, iar curentul grilei minim.

Regimul de alimentare a tubului, care asigură o valoare minimă a curentului grilei, se numește regim electrometric; tuburile special construite pentru a avea un curent de grilă minim se numesc tuburi electrometrice.

Pentru a putea analiza mijloacele de a micșora curentul grilei, trebue să analizăm valoarea și natura lui.

In rezolvarea problemelor radiotehnice obișnuite se consideră că curentul grilei dispare odată cu aplicarea unei anumite tensiuni negative la grilă; curba caracteristică a curentului grilei este redată de obicei ca în figura 9. Acest lucru este valabil când neglijăm curenții mai mici de 10^{-7} ... 10^{-8} A. Evident că cercetarea trebue să meargă mai în adânc atunci când avem de măsurat curenți de 10^{-9} ... 10^{-15} A.

Măsurători mai precise dau următoarea caracteristică a curentului grilei (fig. 10). De aici se vede că, pe măsură ce mărim potenţialul negativ al grilei, curentul scade, la un moment dat (în punctul A) este inexistent, pentru ca apoi să curgă în direcţie opusă, să atingă un maxim (în punctul 8), iar apoi să scadă întâi mai rapid, apoi din ce în ce mai lin. Caracterul acesta specific al dependenţei curentului grilei de tensiunea grilă-catod se explică prin componenţa

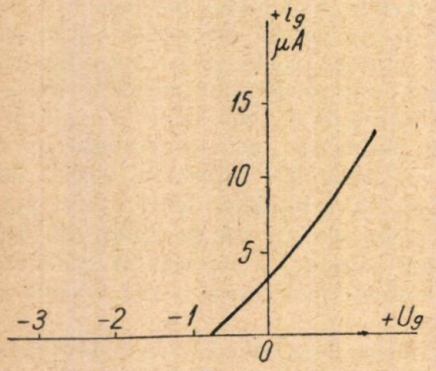


Fig. 9

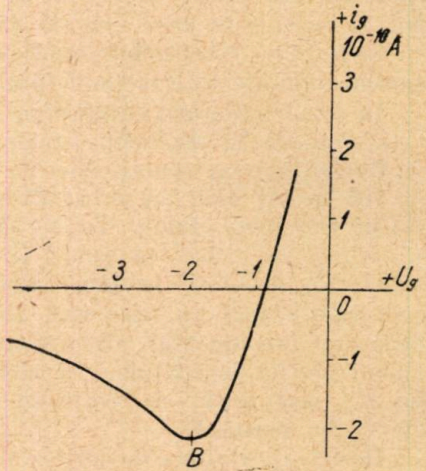


Fig. 10

multiplă a curentului grilei; potenţialul grilei acţionează diferit asupra diferitelor componente.

Componentele principale ale curentului grilei sunt următoarele:

1. Curentul electronic, caracteristica căruia este cea indicată în figura 9. Convenţional în electrometrie direcţia curentului electronic e considerată ca direcţie pozitivă a curentului grilei. Potenţialul negativ al grilei, necesar pentru a opri curentul electronic, este determinat de energia iniţială cu care electronii părăsesc suprafaţa incadescentă a catodului, cât şi de diferenţele de potenţial de contact. Energia cinetică a electronilor e cu atât mai mică, cu cât temperatura catodului e mai joasă. Pentru înlăturarea curentului electronic potenţialul grilei trebue să fie negativ şi să aibă o valoare de ordinul 1 . . . 3 V; filamentul se alimentează cu tensiune scăzută (30 . . . 60% din cea nominală). In cazul tuburilor cu încălzire indirectă, filamentul este bine să aibă un potenţial pozitiv faţă de catod, deoarece temperatura lui e mai ridicată şi unii electroni ar putea în caz contrar să ajungă la grilă.

2. Curentul ionic, produs de ionizarea moleculelor de gaz rămase în interiorul tubului. Sensul curentului este negativ, iar mărimea este proporţională cu curentul anodic (fig. 11). Componenta ionică creşte de câteva ori în primele ore după începerea alimentării; probabil că acest lucru se datoreşte degajării gazelor incluse în metal şi izolatori în urma încălzirii.

Dependenţa de curentul anodic (în cazul tuburilor cu mai multe grile trebue considerată suma curenţilor anodului şi grilelor cu potenţial pozitiv sau nul) rezultă din faptul că numărul de ionizări este proporţional cu numărul de electroni care parcurg intervalul catod-anod. Pe de altă parte curentul ionic e cu atât mai mic cu cât vidul e mai perfect; relaţia dintre componenta ionică a

curentului grilei și curentul anodic caracterizează calitatea vidului și variază în jurul lui 10^{-6}.

Potențialul de ionizare a aerului limitează tensiunea anodică permisă la 6 ... 8 V; mai sus de 8 V componenta ionică a curentului grilei crește considerabil.

3. Curentul ionic, produs de emisia ionilor de către catod. Impotriva acestei componente se utilizează o grilă suplimentară, situată între grila de conducere și catod; această grilă, denumită grilă catodică, încărcată pozitiv, respinge spre catod ionii pozitivi, după cum grila negativă respinge spre catod electronii. Emisia ionică scade cu scăderea temperaturii catodului.

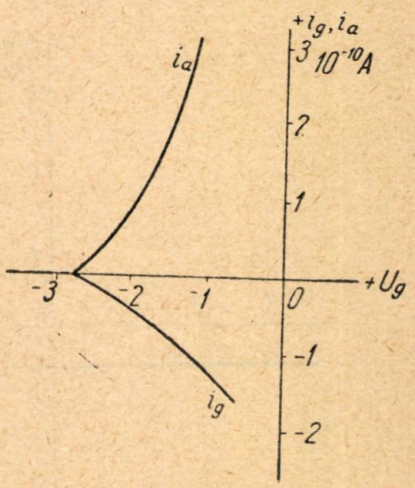


Fig. 11

4. Emisia termoelectronică de pe grilă, în urma încălzirii ei de către catod.

5. Emisia fotoelectronică a grilei în urma iluminării ei de către catodul incandescent. Lupta cu aceste componente cere coborîrea temperaturii catodului, iar ultima pune condiția «incandescenței întunecate», adică cele mai scurte lungimi de undă luminoasă emise de catod să fie dincolo de granița roșie a efectului fotoelectric al grilei.

6. Emisia fotoelectrică a grilei în urma iluminării ei din afară. De aceea tubul trebue să se găsească într'un ecran în interiorul căruia să nu pătrundă lumina.

7. Emisia fotoelectrică a grilei, produsă de razele X emise de anod. Coborîrea tensiunii la 6 ... 8 V micșorează această componentă, fără să o înlăture.

Componentele 3 ... 7 depind în prea mică măsură de potențialul grilei; suma lor poate fi reprezentată printr'o dreaptă paralelă cu axa absciselor după cum arată figura 12.

Componentele foto și termoelectronice cresc pe măsură ce tubul funcționează și suprafața grilei se acoperă cu un strat activ subțire, fie și monomolecular, depus în urma volatilizării catodului; în tuburile noi aceste componente sunt foarte mici.

8. Curentul de fugă prin izolație, în volum și pe suprafață. Această componentă e proporțională cu diferența de potențial între grila de comandă și electrozii pozitivi apropiați. Ea crește deci cu creșterea potențialului negativ al grilei, ca în figura 13.

Această componentă joacă un rol însemnat. Ea exclude dela utilizarea în regim electrometric lămpile cu soclu de bachelită (în care această componentă are o valoare de 10^{-8} ... 10^{-9} A); pentru a le putea totuși folosi e necesară înlăturarea soclului. Foarte potrivite pentru utilizarea în regim electrometric se dovedesc a fi lămpile fără soclu tip «ghindă» sau «miniatură». In lămpile speciale electrometrice grila de comandă e situată pe brațe de sticlă alungite uneori; ieșirea bornei se face prin chihlimbar sau cuarț topit.

Pentru micșorarea curentului de fugă de suprafață, tubul trebue să fie curățat atent cu alcool; spațiul de sub ecran comunică cu exteriorul printr'o casetă

ce cuprinde o substanţă higroscopică; în cazurile speciale tubul şi rezistenţa de grilă se pun în vid. Se poate aplica în jurul bornei grilei (la oarecare distanţă) un inel conductiv, căruia i se dă o polarizare egală sau aproape egală cu cea a grilei printr'un element cu rezistenţă mică de punere la pământ. Acelaşi procedeu se utilizează şi pentru micşorarea curentului de fugă pe suprafaţa bornelor de conectare ale aparatului cu schema exterioară.

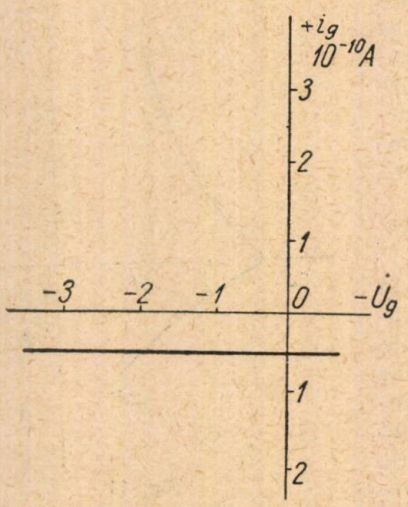


Fig. 12

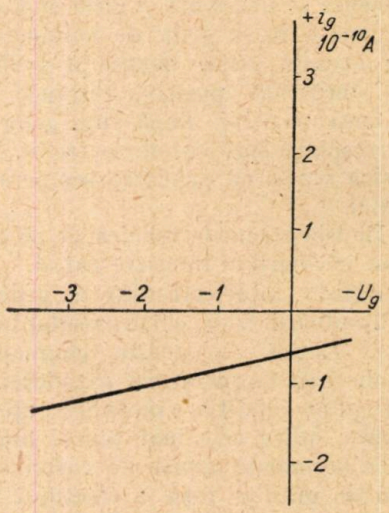


Fig. 13

Evident că montajul trebue să nu şunteze intervalul grilă-catod; cablul blindat obişnuit e inutilizabil; în caz de extremă necesitate trebue folosit cablu cu izolaţie de polistirol. Firele de legătură trebue să meargă cât mai mult prin aer şi să fie fixate cu şaibe de polistirol în cât mai puţine locuri.

Pentru micşorarea capacităţilor parazite, cât şi a inducerii de curenţi paraziţi, ecranul ce acoperă tubul şi rezistenţele-etalon trebue să fie dintr'un metal magnetic permeabil, cu rezistivitate mică.

Caracteristica curentului grilei, înfăţişată în figura 10, rezultă adunând componentele arătate în figurile 9, 11, 12 şi 13.

Curentul de grilă de ordinul $10^{-10} \ldots 10^{-15}$ A nu poate fi măsurat cu galvanometre. Măsurarea lui se face indirect. Tensiunea la grilă se aplică printr'o rezistenţă foarte mare. Se măsoară curentul anodic, apoi se scurtcircuitează rezistenţa, ceea ce duce la schimbarea curentului anodic, deoarece potenţialul grilei s'a schimbat cu o valoare egală cu căderea de tensiune provocată de curentul grilei pe rezistenţa în serie. Variaţia curentului anodic se poate măsura cu ajutorul unui compensator, calculând ulterior schimbarea potenţialului grilei $\Delta u_g = \frac{\Delta i_a}{S}$. In alt mod, măsurarea se face astfel: curentul anodic este readus la valoarea anterioară modificând potenţialul grilei (cu rezistenţa scurtcircuitată) iar cu un aparat sensibil se măsoară schimbarea tensiunii aplicate la grilă.

In felul acesta se pot măsura numai curenţi de grilă relativ mari (de ordinul $10^{-9} \ldots 10^{-12}$ A), altfel rezistenţa în serie trebue să fie prea mare. Pentru a măsura curenţi mai mici se folosesc scheme bazate pe fenomenul tranzitoriu

de încărcare sau descărcare a unei capacități; descrierea lor depășește cadrul lucrării de față; ele sunt destul de complet analizate în literatură.

Punctul A (figura 10) se găsește întrerupând circuitul grilei; potențialul « grilei libere » (« potențialul de plutire ») se stabilește singur în urma echilibrului dinamic dintre componentele pozitive și negative ale curentului grilei; el variază în general între 0,7—2 V.

Intreruperea circuitului grilei trebue făcută nu cu ajutorul unui întrerupător, cum ar fi comod, deoarece rezistența lui de $10^{-7} \ldots 10^{-9}$ Ω ar deforma foarte mult măsurarea, ci ridicând căpăcelul de pe borna grilei sau întrerupând legătura căpăcelului cu sursa de tensiune, fără a-l atinge. In timpul experienței tubul trebue să fie bine ecranat; conexiunea de grilă trebue să nu atingă ecranul nici prin intermediul izolației.

Polarizarea inițială negativă a grilei trebue să fie cu 0,5 . . . 1,5 V mai mare decât potențialul « de plutire », astfel se asigură și un curent de grilă mai mic, dar mai ales o anumită constanță a curentului de grilă.

Aflarea caracteristicilor tubului în regim electrometric trebue făcută după ce tubul a funcționat cel puțin 10 . . . 20 de ore, deoarece un tub nou își schimbă mult caracteristicile în primele ore de funcționare.

Trebue de asemenea ținut seamă de faptul că mai multe tuburi care în regim normal au caracteristici și parametri apropiați, în regim electrometric se pot deosebi foarte mult. Acest lucru necesită cercetarea mai multor exemplare de tuburi de același tip, înainte de a trage concluzii asupra posibilității folosirii tipului respectiv de tuburi în regim electrometric.

Acest fapt face necesară prevederea unor posibilități largi de reglaj și ajustare a schemei pentru cazul schimbării tuburilor.

Folosirea tubului în regim electrometric, după cum s'a amintit mai sus, reduce considerabil amplificarea etajului de intrare.

Intr'adevăr, condiția necesară pentru ca prin tub să curgă curentul anodic este

$$u_a + \mu u_g + u_c + u_e > 0 \qquad (7)$$

unde u_a e tensiunea anodică, u_g — tensiunea grilei, u_c — suma tensiunilor de contact, u_e — tensiunea corespunzătoare energiei cinetice cu care electronii părăsesc catoda, μ — coeficientul static de amplificare.

Inseamnă că

$$\mu < -\frac{u_a + u_c + u_e}{u_g}.$$

Inlocuind

$$u_a \approx 6 - 8 \text{ V}$$
$$u_c \approx 2 \text{ V}$$
$$u_e \approx 2 \text{ V}$$
$$u_g \approx -3 \text{ V}$$

căpătăm

$$\mu < 4.$$

De cele mai multe ori μ este de ordinul 1 . . . 3. Panta este și ea de 10 . . . 100 ori mai mică decât în regim normal. Mărirea ei se obține în lămpile multigrile, în care potențialul grilei catodice e pozitiv. Totuși, amplificarea etajului de intrare e neînsemnată.

In regim electrometric se recomandă în special utilizarea tuburilor de unde scurte şi ultrascurte, deoarece izolaţia lor e de mai bună calitate şi capacităţile sunt reduse la minimum. Triodele, tetrodele şi pentodele se pot conecta după schemele obişnuite; menţionăm că în cazul triodelor o oarecare răspândire

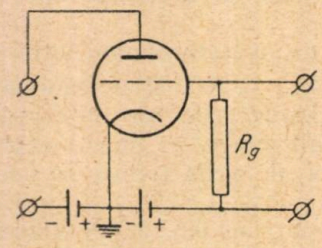


Fig. 14

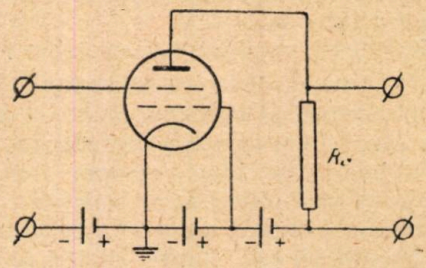


Fig. 15

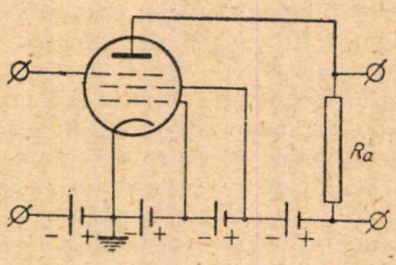


Fig. 16

a căpătat schema din figura 14 (schimbarea potenţialului negativ al anodului duce la schimbarea curentului grilei pozitive), iar în cazul tetrodelor şi pentodelor au prioritate schemele din figurile 15 şi 16.

După cum se vede, în cazul pentodelor semnalul se aplică la grila a treia (acesta este motivul pentru care sunt inutilizabile lămpile cu soclu, chiar dacă au borna primei grile pe sticle). Grila vecină joacă rolul de grilă catodică, căreia i se aplică un potenţial egal sau puţin mai mic decât potenţialul anodului. In pentode prima grilă se leagă la catod, ceea ce uniformizează sarcina spaţială, sau se aplică un potenţial pozitiv scăzut (0,5 . . . 1,5 V), care măreşte suplimentar curentul anodic şi panta caracteristicei.

НЕСКОЛЬКО ОСОБЕННОСТЕЙ ЭЛЕКТРОННЫХ УСИЛИТЕЛЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Приводятся некоторые основные вопросы, встающие при осуществлении усилителей постоянного тока и показываются методы, используемые для их решения.

Указываются специфические трудности, возникающие при осуществлении этих усилителей, а именно: неустойчивость режима работы электронных ламп, вопрос непосредственной связи между каскадами с учетом

различных уровней постоянных напряжений и вопрос большого входного импеданса.

Исследуются причины, вызывающие неустойчивость режима работы электронных ламп, в частности медленные и быстрые изменения катодного тока, и рекомендуются схемы, позволяющие компенсацию этих изменений.

Даются различные схемы непосредственной связи между каскадами и анализируются преимущества и недостатки каждой из них.

Анализируются различные составляющие сеточного тока электронных ламп, рекомендуются методы для их понижения и измерения очень слабых сеточных токов. Указываются типы обыкновенных (приемных) электронных ламп, которые могут быть использованы в электрометрическом режиме, и показатели, которые они могут обеспечить.

QUELQUES PARTICULARITÉS DES AMPLIFICATEURS DE COURANT CONTINU

(RÉSUMÉ)

Dans cet article on passe en revue quelques uns des problèmes les plus importants qui se posent lorsqu'on réalise des amplificateurs de courant continu et l'on montre les méthodes employées pour la solution de ces problèmes.

Ainsi, l'on indique d'abord les difficultés qui apparaissent à l'exécution de ces amplificateurs, à savoir: instabilité du régime de fonctionnement des tubes, problème du couplage direct entre les étages, étant donné les différences de niveau des tensions continues, problème de la grande impédance d'entrée.

On analyse les causes qui produisent l'instabilité du régime de fonctionnement des tubes, insistant sur les variations lentes et rapides de l'émission de la cathode et l'on recommande des schémas permettant de compenser ces variations.

On indique ensuite, les différents schémas de couplage direct entre étages, analysant les avantages et les désavantages de chacun de ces schémas.

Et enfin, on analyse les différents composants du courant de grille des tubes, on recommande des méthodes pour leur réduction et l'on indique également des méthodes de mesure pour les très faibles courants de grille. On montre, en même temps, les types habituels de tubes (de réception) qui peuvent être utilisés en régime électrométrique et les performances qu'ils peuvent assurer.

BIBLIOGRAFIE

1. B. A. Lopatin, *Lampovie galvanometrî postoiannovo toka*. Gosenergoizdat, Moscova-Leningrad, 1952.
2. A. M. Bonci-Bruievici, *Primenenie elektronnih lamp v experimentalnoi fizike*. GITTL Moscova-Leningrad, 1951, Cap. III, IV, VII.
3. A. A. Sanin, *Radiotehniceskie metodi issledovania izlucenii*. GITTL, Moscova-Leningrad, 1951, Cap, II, IV, V.
4. I. Schintlmeister, *Elektronnaia lampa kak pribor dlia fiziceskih izmerenii*. Traducere revăzută şi adăugită de E. I. Pumper. GITTL, Moscova-Leningrad, 1949.
5. A. A. Socolov, Elektricestvo. 1949, Nr. 10.
6. G. I. Berleev, Uspehi fiziceskih nauk, 1953, Nr. 1.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul IV, Nr. 3—4, 1953

STABILITATEA FRECVENŢEI OSCILATORILOR ELECTRONICI *)

DE

T. TĂNĂSESCU

MEMBRU CORESPONDENT AL ACADEMIEI R.P.R.

1. IMPORTANŢA STABILITĂŢII FRECVENŢEI

Se ştie că în radiotehnică, în special în transmisiuni, unda purtătoare trebue să aibă o frecvenţă constantă, toleranţa respectivă fiind de obicei mai mică de $\frac{1}{10000}$.

De cele mai multe ori în unde scurte se cere o stabilitate corespunzând la o toleranţă mai mică decât $\frac{1}{100000}$ cu alte cuvinte variaţia relativă a frecvenţei sau pulsaţiei $\frac{\Delta\omega}{\omega}$ trebue să fie mai mică de 10^{-5}.

Se ştie că instabilitatea oscilatorilor cu circuite *LC* este datorită variaţiilor de temperatură, de umiditate, deformărilor şi vibraţiilor mecanice şi variaţiei tensiunilor de alimentare şi modificării parametrilor tubului oscilator prin îmbătrânire sau înlocuirea lui.

Pentru combaterea instabilităţii frecvenţei, literatura recomandă întrebuinţarea cristalelor de cuarţ în locul circuitelor *LC*.

Dar această soluţie este de reţinut numai în anumite cazuri. Intr'adevăr, de obicei cuarţul stabilizează o singură frecvenţă, iar problema variaţiei, în oarecare măsură, a frecvenţei unui oscilator cu cuarţ nu este încă soluţionată mulţumitor pentru diverse aplicaţii.

De aceea în cazul unui oscilator, destinat să lucreze cu frecvenţa reglabilă într'o anumită bandă este nevoie să se găsească altă soluţie decât cuarţul.

Acesta este cazul frecvent al oscilatorilor, de pildă din staţiile noastre de emisiune, unde pentru îndepărtarea interferenţelor sau pentru alte motive este necesară variaţia frecvenţei înăuntrul unei anumite benzi; sunt de amintit şi alte aplicaţii ca heterodinele în receptori, oscilatorii din undametre, etc.

Se ştie pe de altă parte, că oscilatorii cu cuarţ lucrează curent între 10 kHz şi 20 MHz; necesităţile de frecvenţe înafară de această bandă trebue satisfăcute cu oscilatori *LC* care, se ştie, că merg chiar şi la 1000 MHz. Utilizarea eventuală a unui oscilator cu cuarţ şi multiplicarea frecvenţei este o soluţie care complică circuitele.

*) Comunicare prezentată Institutului la 26 Iunie 1953.

De aceea analizarea mai profundă a instabilității oscilatorilor LC este utilă, ea putându-ne da indicații pentru proiectarea unor oscilatori de mare stabilitate.

Astfel oscilatorul LC nu trebue privit ca un element demodat față de oscilatorul cu cuarț. Vom vedea că oscilatorul LC poate ajunge să satisfacă toate necesitățile din practică; el poate să înlocuiască oscilatorul cu cuarț acolo unde nu se poate construi un asemenea circuit, fie din motive tehnice, fie din lipsa cuarțului.

2. CAUZELE PRINCIPALE ALE INSTABILITĂȚII FRECVENȚEI

Frecvența unui oscilator este determinată în teoriile simple de formula

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \tag{1}$$

Trebue deci să căutăm cauza de deviație a frecvenței în modificarea selfinductanței L și a capacității C. Aceste elemente pot varia în primul rând din cauza temperaturii și umidității. Pe de altă parte o construcție mecanic slabă poate da loc la variația lui L și C, în special când C este reglabil (jocurile în lagărele rotorului).

Nu ne vom ocupa de aceste cauze care pot fi remediate prin mijloace constructive.

Pentru întreținerea oscilațiilor circuitul acordat este însă cuplat cu un circuit electronic. Elementele exterioare de cuplaj pot fi considerate echivalente cu alte elemente de circuit introduse în serie cu LC; aceste noi elemente echivalente pe de o parte trebue să anuleze amortismentul (o rezistență negativă) și pe de altă parte modifică pe L și C. Aceste modificări ale lui L și C sunt însă mici încât practic frecvența este dată tot de formula (1); formula trebue totuși corectată spre a ține seama de influența cuplajului asupra deviației frecvenței.

Vom analiza în primul rând devierea de frecvență datorită elementelor reactive introduse în circuitul LC prin cuplajul la tubul electronic. Se va vedea cum condiția de întreținere a oscilațiilor, introduce o defazare, deci funcționarea la altă frecvență decât cea definită de relația (1).

Vom analiza apoi devierea de frecvență datorită elementelor rezistive datorită tubului, provenite din cuplaj; acest ultim studiu ne va forța să părăsim ipoteza simplistă a unor circuite liniare și va trebui să luăm în considerare neliniaritatea elementelor ce intervin.

3. INFLUENȚA ELEMENTELOR REACTIVE DE CUPLAJ

Se vor considera în special oscilatorii cu reacție la care se știe că se aplică relația de bază.

$$a\beta = 1$$

unde a este amplificarea etajului iar β factorul de reacție:

$$\frac{1}{a} = D + \frac{1}{SZ} \quad \text{iar} \quad \beta = \frac{\Delta u_g}{\Delta u_a}.$$

Condiția de oscilare se mai poate scrie:

$$(\beta - D)\, SZ = 1. \tag{2}$$

In această relație se vor introduce reprezentări complexe pentru mărimile ce intervin, ținând seama că oscilațiile se reduc practic la fundamentală. In acest caz S și D se pot considera reali, la frecvențe nu prea mari, la care ar interveni timpul de transit. β își are faza lui. Rezultă atunci că frecvența de oscilare va fi aceea care va face să fie conjugate mărimile $\beta - D$ și Z, adică face ca argumentele lor să fie egale și de semn contrar. Dacă β este real atunci trebue ca și Z să fie real.

Să considerăm un exemplu de oscilator cu circuit acordat pe placă și reacție magnetică, ca în figura 1, unde avem

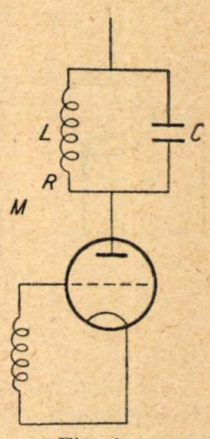


Fig. 1

$$Z = \frac{(R + j\,L\omega)\,\frac{1}{jC\omega}}{Z_s} = \frac{\frac{L}{C} - j\,\frac{r}{C\omega}}{Z_s}$$

$$\text{unde } Z_s = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$$

$$\beta = \frac{j\,M\omega\,I_c}{(R + j\,L\omega)\,I_c} = \frac{1}{\frac{L}{M} - j\,\frac{R}{M\omega}}.$$

Din relația (2) se deduce

$$Z_s = S\left(\frac{j\,M\omega}{R + j\,L\omega} - D\right)\frac{R + j\,L\omega}{jC\omega} = \left[(M - LD)\,\omega + j\,DR\right]\frac{S}{C\omega}.$$

Intrucât $(M - DL)\,\omega \gg RD$ rezultă că Z_s va trebui să fie un vector foarte puțin inductiv

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{DR}{(M - LD)\,\omega}.$$

Se știe că la un circuit acordat serie se poate scrie în jurul rezonanței

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\,L\,\Delta\omega}{R} = 2Q\,\frac{\Delta\omega}{\omega} \tag{3}$$

Deci se deduce deviația de frecvență

$$\Delta\omega = \frac{DR}{2\,(M - LD)\,Q}.$$

Dacă se ține seama și de condiția egalității părților reale

$$R = \frac{S}{C}\,(M - LD)$$

se găsește:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{R}{2R_i}$$

unde R_i este rezistența internă a tubului.

In concluzie cuplajul de reacţie şi elementele circuitului introduc o condiţie care face ca circuitul acordat să nu lucreze cu faza zero ci cu un mic decalaj obţinut prin devierea frecvenţei dela rezonanţă.

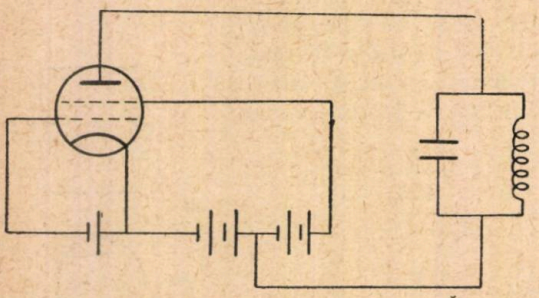


Fig. 2

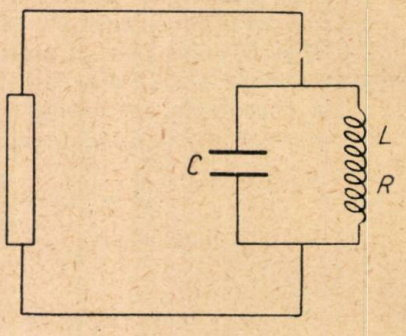


Fig. 3

Metoda aceasta de a calcula deviaţia se aplică şi la oscilatorii fără reacţie, la oscilatorii dinatron (fig. 2); ei au schema echivalentă arătată în figura 3. Aici trebue să aibă loc relaţia

$$Z - \rho = 0$$

sau

$$\frac{(R + j\,L\omega)\,\dfrac{1}{jC\omega}}{Z_s} = \rho$$

$$L\omega - Rj = \rho\, C\omega Z_s$$

Aceasta înseamnă că Z_s trebue să lucreze la o astfel de frecvenţă încât să fie foarte puţin capacitiv, adică

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{r}{L\omega} = \frac{1}{Q}$$

iar în baza relaţiei (3)

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{2Q} = \frac{1}{2Q^2}.$$

Metoda indicată aici pentru calculul deviaţiei de frecvenţă, datorită elementelor reactive de cuplaj este generală şi se extinde chiar dacă ţinem seama şi de curenţii de grilă [1][1]).

Astfel în cazul unei reacţii, care se produce prin intermediul variaţiei curentului anodic i_a, se vor putea scrie pentru variaţiile tensiunii de placă şi grilă

$$\begin{aligned} u_a &= Z_a\, i_a - Z_m\, i_g \\ u_g &= Z_m\, i_a - Z_g\, i_g \end{aligned} \qquad (4)$$

[1]) p. 203.

Se vede că aici s'a ținut seama și de un eventual curent de grilă i_g, cum se vede în figura 4.

Factorul de reacție dela placă la grilă, în absența curenților de grilă, este

$$\beta = \frac{Z_m}{Z_a}$$

iar impedanța echivalentă pentru curentul de grilă este

$$\xi_g = Z_g - \frac{Z_m^2}{Z_a} = Z_g - \beta Z_m = Z_g - \beta^2 Z_a.$$

Cu aceste notații relațiile (4) se scriu

$$\begin{aligned} u_a &= (i_a - \beta i_g)\, Z_a \\ u_g &= \beta u_a - i_g\, \xi_g. \end{aligned} \qquad (5)$$

De aici rezultă că panta tubului trebue luată în raport cu $i_a - \beta i_g$:

$$S' = \frac{i_a - \beta i_g}{u_g}.$$

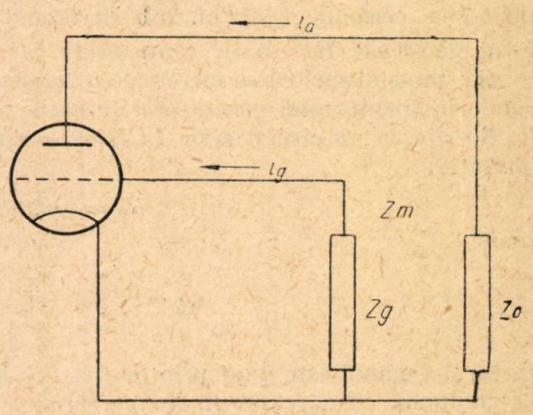


Fig. 4

De aici mai rezultă că factorul de reacție real β' este de fapt mai mic decât β

$$\beta' = \frac{u_g}{u_a} = \beta - \frac{i_g}{i_a - \beta i_g} \frac{\xi_g}{Z_a}.$$

In cazul curenților de grilă relația (2) se transformă deci în (2')

$$(\beta' - D)\, S' Z = 1 \qquad (2')$$

și ea impune o astfel de frecvență încât faza lui Z să satisfacă condiția de cuplaj.

Mai este de observat că (2) se poate transforma într'o relație de anulare a impedanței serie a circuitului principal de acord, dacă ținem seama de componentele suplimentare introduse prin cuplaj.

Impedanța Z este constituită de obicei dintr'un circuit derivație, adică $\frac{Z_1 Z_2}{Z_s}$ unde

$$Z_s = Z_1 + Z_2.$$

Relația (2) se poate atunci scrie sub forma

$$Z_s - (\beta - D)\, S Z_1 Z_2 = 0$$

sau

$$R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = (a + jb) \qquad (6)$$

notând

$$(\beta - D)\, S Z_1 Z_2 = a + jb.$$

Se observă că efectul lui a este de a reduce amortismentul circuitului iar b modifică frecvența de lucru. Atât a cât în special b sunt funcții de frecvență.

Relația (6) bineînțeles că se aplică și în cazul oscilatorilor dinatron; în exemplul anterior ea este de forma:

$$Z_s - \frac{1}{\rho C\omega}(L\omega - R_i) = 0.$$

4. FRECVENȚA OSCILAȚIILOR LIBERE ȘI A CELOR ÎNTREȚINUTE

Oscilatorii *LC* care vor fi studiați își bazează funcționarea pe fenomenul de oscilare a unui circuit acordat. Pentru ca oscilațiile să nu se amortizeze se introduce periodic printr'un tub electronic o energie suplimentară în circuit, încât pierderile RI^2 să fie compensate.

Se spune atunci că se introduce o rezistență negativă în circuit, care de fapt este echivalentă unui generator alternator suplimentar, care acoperă pierderile.

Se știe că un cirucit serie *LCR* determină oscilații libere amortizate de o pulsație:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

unde

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{și} \quad \alpha = \frac{R}{2L}$$

întrucât regimul este fixat prin relația $i = I_0 e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi)$. Se observă că ω se confundă cu ω_0 când R devine zero.

In practică, dacă avem un simplu circuit cu o rezistență pozitivă R, ω are o valoare puțin mai mică decât ω_0.

In oscilatorii noștri cuplajul tubului electronic este echivalent cu introducerea în serie cu circuitul a unei rezistențe negative $-r$; întru cât constatăm că oscilațiile produse au o amplitudine constantă, deducem că $\alpha = 0$ și deci rezistența totală $R - r$ devine zero; trebue atunci ca ω să fie chiar ω_0. Aceasta înseamnă că frecvența este determinată numai de L și C și deci orice instabilitate se datorește numai modificării acestor elemente. Bineînțeles că în cazul cuplajului cu organul electronic, intervine prin cuplaj un element reactiv care modifică pe L și C echivalent, determinând un $\Delta\omega$ așa cum s'a văzut mai sus. Mai rezultă de aici că modulul rezistenței $-r$ trebue să fie exact egal cu modulul rezistenței R. Această ipoteză, a introducerii unei rezistențe constante — în intervalul unei perioade — și egală în modul cu R, corespunde la utilizarea unui sistem liniar de ecuații diferențiale, deci corespunde la un circuit *LCR* cu elemente constante. In realitate tuburile electronice introduc parametri care variază în timpul unei perioade și va trebui să ținem seamă de aceasta, adică să trecem la ipoteza unui regim neliniar. Vom vedea că în acest caz trebue să respingem relația simplă $\omega = \omega_0$, aplicabilă sistemelor oscilatoare liniare, și deci să explicăm deviația frecvenței și prin alte cauze decât numai modificarea autoinductanței L sau a capacității C.

5. REZISTENȚA NEGATIVĂ ȘI AMPLITUDINEA OSCILAȚIILOR

Se analizează mai jos rezistența negativă introdusă în circuitele *LC*, de către organele electronice cu care ele se cuplează.

In primul rând se consideră cazul unui organ electronic dinatron (tub cu ecran) cuplat cu un circuit derivație *LC* cum se vede în figura 5; în figura 6 se arată schema echivalentă în curent alternativ, iar în figura 7 caracteristica dinatron a curentului anodic în funcție de tensiunea anodică, în jurul punctului mediu de funcționare M. Inclinarea caracteristicei în M determină rezistența internă negativă $-\rho\, a$ tubului ($\rho = \operatorname{tg} a$), în acel punct; ea este obișnuit de ordinul a câtorva zeci de mii de ohmi. Legarea ei în paralel cu circuitul

LC, introduce practic o mică rezistență serie echivalentă, egală cu $-\frac{L}{C\rho}$. Ipoteza unor circuite liniare, care se aplică pentru variații mici în jurul punctului *M*, ne conduce la condiția

$$R = \frac{(L\omega)^2}{\rho} \tag{7}$$

pentru producerea unor oscilații. Prin urmare, în cazul oscilațiilor de mică ampli-

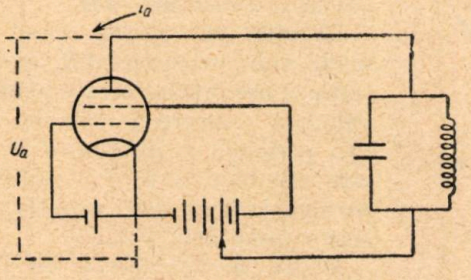


Fig. 5

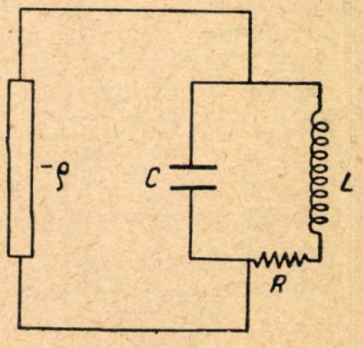


Fig. 6

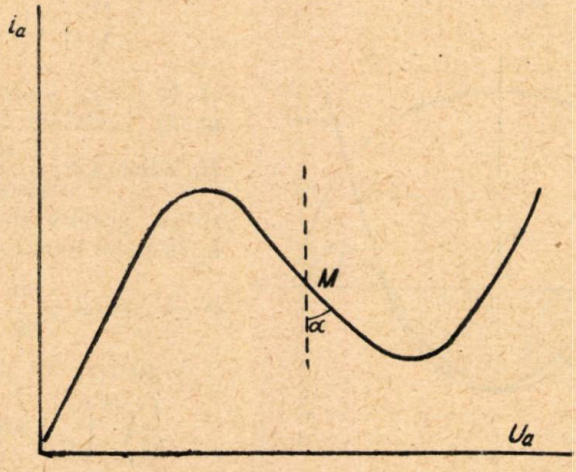


Fig. 7

tudine, rezistența negativă $-r = -\frac{(L\omega)^2}{\rho}$ se poate presupune constantă în timpul perioadei.

Dacă însă se micșorează de pildă *R*, rezistența negativă $-r$ rămâne preponderentă iar oscilațiile încep să crească treptat exponențial, căci $R - r$ este negativ.

Practic se constată că această creștere se oprește totuși la o limită. Pentru explicarea fizică se observă că odată cu mărirea amplitudinii punctul de func-

ţionare se deplasează în caracteristica din figura 7 pe porţiuni unde ρ este mai mare, unde el creşte spre infinit; în acele puncte $r = \frac{(L\omega)^2}{\rho}$ scade şi deci condiţia (7) nu mai este satisfăcută tot timpul perioadei.

Ţinând seamă de variaţia lui ρ în timpul oscilaţiei (fig. 8) se deduce variaţia lui $-r = -\frac{(L\omega)^2}{\rho}$ şi deci a lui $R - r$ (ordonatele din suprafaţa haşurată). In regim liniar R era egal cu r şi aveau valoarea constantă AB.

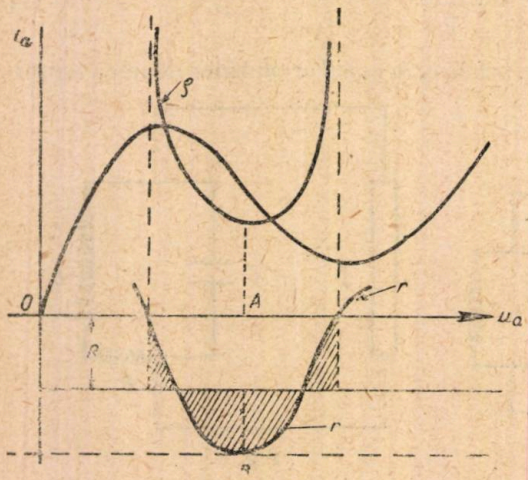


Fig. 8

Rezultă că atunci când R scade sub valoarea AB, amplitudinea oscilaţiilor creşte până ce valoarea oarecum medie într'o perioadă a diferenţei $R - r$ este din nou zero. La mijlocul perioadei, $R-r$ este negativ iar spre capete este pozitiv.

Media se calculează de fapt pe baza unui bilanţ de energii. Trebue ca valoarea medie

$$\int_0^{2\pi} i^2 (R - r)\, dt$$

să fie zero, unde i este componenta variabilă a curentului în R, adică $i \simeq \frac{1}{L}\frac{du}{dt}$, u fiind variaţia, practic sinusoidală, a lui u_a în jurul punctului A;

$$u = U \sin \omega t \text{ şi } \frac{du}{dt} = U\omega \cos \omega t.$$

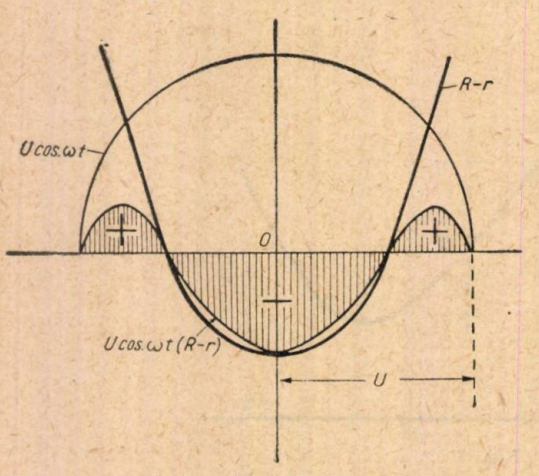


Fig. 9

Atunci se va putea scrie

$$\frac{1}{L^2}\int_0^{2\pi}\left(\frac{du}{dt}\right)^2 (R - r)\, dt =$$

$$= \frac{1}{L^2}\int_0^{2\pi} \frac{du}{dt}(R - r)\, du = 0.$$

Amplitudinea U a oscilaţiilor creşte până ce ea face integrala de mai sus nulă. Pentru determinarea lui U se procedează grafic prin încercări (fig. 9). Se alege o valoare probabilă pentru U; se construeşte cercul de diametru $2U$, observând că ordonatele lui în fiecare punct măsoară pe $\frac{1}{\omega}\frac{du}{dt} = U\cos\omega t$. Se mai trasează curba produselor ordonatelor $\frac{1}{\omega}\frac{du}{dt}$ şi $(R - r)$; dacă valoarea lui U este bine aleasă trebue ca suma supra-

feţelor laterale pozitive ale noii curbe să fie egală cu suprafaţa negativă centrală. In modul acesta prin încercări se determină U [2].

De aici se deduce că în timpul perioadei rezistenţa circuitului nu mai poate fi considerată tot timpul zero, ci numai valoarea ei medie, ponderată cu factorul i^2.

De fapt oscilaţia care se produce în aceste condiţii nu mai este sinusoidală; ea este periodică, însă de pulsaţie variabilă în timpul unui ciclu. Unda aceasta nesinusoidală se va putea descompune într'o fundamentală şi armonici.

Deci când părăsim condiţia iniţială de amorsare, care lucra cu un regim cuasiliniar, avem de-a face cu o funcţionare neliniară, cu atât mai mult cu cât forţăm oscilaţiile şi ne depărtăm de condiţiile iniţiale la care s'au amorsat oscilaţiile liniare.

Această funcţionare se caracterizează prin apariţia armonicelor.

6. FRECVENŢA ÎN REGIMUL NELINIAR

Ce se poate spune despre frecvenţa oscilaţiilor?

Condiţia generală de întreţinere a oscilaţiilor în circuitul serie, scrisă mai sus,

$$R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) - (r + j\,x) = 0$$

şi din care rezultă atât condiţia de cuplaj cât şi frecvenţa, trebue privită cu oarecare rezervă.

In primul rând nu mai suntem în regim sinusoidal şi deci trebue sau să trecem la o ecuaţie diferenţială sau să scriem o serie de ecuaţii corespunzând la armonicele ce se produc.

Condiţia de întreţinere va fi de fapt o condiţie de bilanţ a energiilor ce intervin într'o perioadă. In loc de a se face o teorie generală analitică a determinării frecvenţei se va proceda mai simplist tratând fizic această problemă.

In primul rând vom înfăţişa din nou necesitatea devierii frecvenţei prin defazarea ce se impune în procesul fizic pentru impedanţa de sarcină, sau impedanţa circuitului serie.

Se consideră cazul dinatronului care întreţine oscilaţii într'un circuit LC (fig. 11), se presupune că pierderile sunt asimilate cu o rezistenţă R_0 în paralel cu L şi C şi care deci nu deviază dela ω_0 care este rezonanţa circuitului derivaţie.

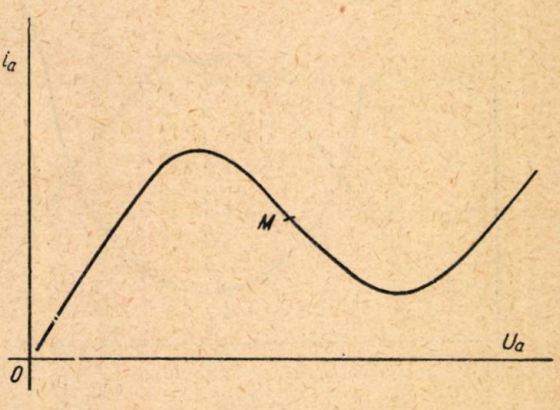


Fig. 10

In regim liniar pentru întreţinerea în regim permanent a oscilaţiior trebue ca rezistenţa negativă a dinatronului ρ să fie egală cu R_0, iar frecvenţa produsă trebue să fie chiar frecvenţa oscilaţiilor libere,

$$\rho = R_0 \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Să presupunem acum că luăm în considerare regimul neliniar, caracteristica reală a organului dinatron (fig. 10). Dacă plecăm din punctul M şi suntem la limita de amorsare când $\rho = R_0$, se poate spune că ne găsim în regim liniar.

Dacă însă mărim pe R_0 atunci oscilaţiile au la început tendinţa să crească, limitându-se curând la o valoare. In timpul creşterii amplitudinii oscilaţiilor punctul de funcţionare intră în porţiunea curbă a caracteristicei organului şi rezistenţa lui în acele momente creşte în valoare absolută. Există o stare când valoarea medie ponderată a lui ρ (cu factorul $\left(\frac{i}{I_{ef}}\right)^2$), egalează valoarea lui R_0:

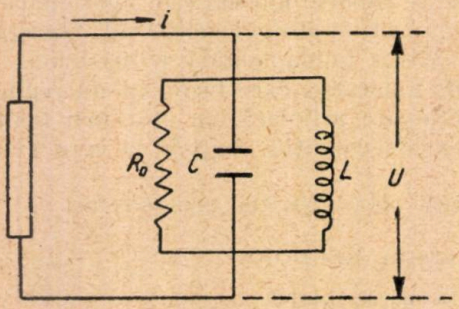


Fig. 11

$$\frac{1}{I_{ef}^2}\int_0^{2\pi} \rho i^2 = R_0 .$$

In această stare creşterea amplitudinii oscilaţiilor se opreşte.

Să vedem acum ce putem spune în privinţa lui ω. *O primă ipoteză* dela

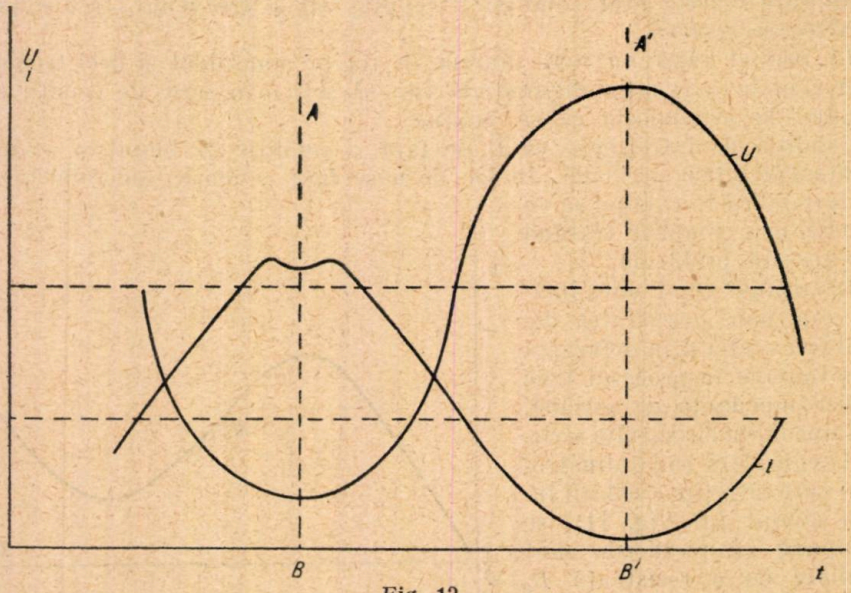


Fig. 12

care se pleacă este că $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ deoarece amortismentul este în mediu zero. Va trebui atunci ca variaţia lui u şi i (fig. 11) să se facă în fază (sau antifază), deoarece raportul acestor variaţii este real R_0.

Dar variaţiile lui i şi u nu sunt sinusoidale (fig. 12). Ele se bucură de proprietatea că ambele variaţii trec prin zero deodată, întru cât este vorba de un organ neliniar rezistiv.

Curentul i are o formă mai nesinusoidală decât u, căci u este de fapt filtrat de circuitul LC. Proporția de armonice conținută de u este mult mai mică în baza relațiilor :

$$\frac{U_1}{I_1} = R_0 \quad ; \quad \frac{U_2}{I_2} \simeq -\frac{2}{3} j L\omega_0 ;$$

$$\frac{U_3}{I_3} \simeq -\frac{3}{8} j L\omega_0$$

. . . . . .

$$\frac{U_n}{I_n} \simeq -\frac{n}{n^2-1} j L\omega_0 .$$

Intr'o primă aproximație u se poate considera că are variații sinusoidale. In acest caz rezultă pentru i o variație nesinusoidală, simetrică în raport cu maximul, ca și variația lui u (fig. 12).

Vom vedea însă că acest caz nu este posibil. Intr'adevăr din figura 12 rezultă că i are și o importantă armonică a treia (fig. 13); rezultă atunci o armonică u_3 decalată practic la 90°. Aceasta face ca tensiunea u să nu mai fie o funcțiune simetrică față de maxim. Același lucru se va întâmpla în cazul acesta cu curentul.

Se pune întrebarea dacă în acest caz fundamentala lui u va mai varia în fază cu fundamentala lui i, așa cum cere relația

$$\frac{U_1}{I_1} = R_0 .$$

Pentru a da un răspuns se consideră cazul mai simplu al unui organ neliniar cu caracteristica din figura 14 [3]. Dacă i se aplică o tensiune nesimetrică e, curentul i va rezulta și el nesimetric (fig. 15); este de observat că cele două curbe trec prin zero și maxim deodată, dar ele nu prezintă o simetrie față de maxim. Analiza armonică a acestor variații ne determină fundamentalele e_f și i_f, care se constată că sunt decalate la 9°.

Iată deci că din analiza armonică rezultă un decalaj între U_1 și I_1, atunci când variația este nesimetrică în raport cu maximul; acest rezultat este deci în contradicție cu relația $\frac{U_1}{I_1} = R_0$.

Pentru a împăca aceste două cerințe va trebui să presupunem că $\omega \neq \omega_0$; deviația dela ω_0 va trebui să dea în circuit un astfel de decalaj între U_1 și I_1 încât acest decalaj să fie egal cu cel rezultat din analiza armonică a undelor (nesimetrice) u și i.

In modul acesta rezultă deviația de frecvență, datorită neliniarității fenomenului.

Se observă din această concluzie că deviația pulsației dela valoarea ω_0 este cu atât mai mare cu cât variațiile lui u și i sunt mai nesinusoidale, mai bogate în armonice.

Trecem acum la un al doilea aspect fizic de explicare a devierii frecvenței în regim neliniar.

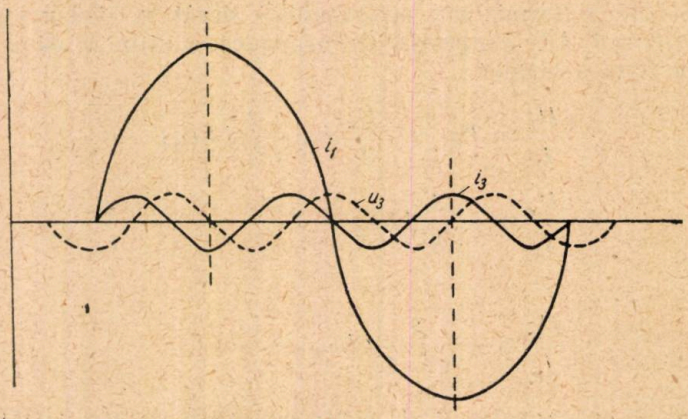


Fig. 13

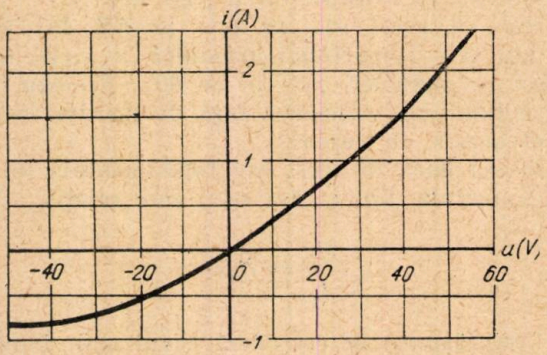


Fig. 14

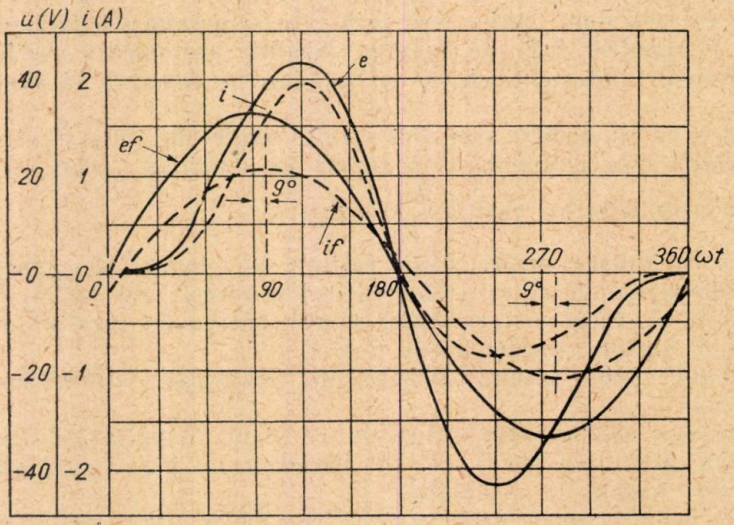


Fig. 15

Armonicele curentului, (fig. 11) vor trece în special prin condensator, pe când fundamentala va trece atât prin L cât și prin C. In absența armonicelor bilanțul energiilor reactive cere ca energia reactivă în L $\left(\frac{1}{2} LI_L^2\right)$, să fie egală cu energia reactivă în condensator $\left(\frac{1}{2} CU_c^2\right)$. Având în vedere existența armonicelor în condensator, rezultă acolo o energie reactivă mai mare și deci pentru a egala și energia din L cu cea din C, va trebui să se mărească I_L. Mărirea lui I_L nu se poate face decât prin o micșorare mică a frecvenței sub valoarea $\frac{\omega_0}{2\pi}$, căci $I_L = \frac{U_L}{L\omega}$. Deci se justifică din nou de astă dată pe cale energetică, deviația frecvenței dela valoarea ω_0, ca efect al neliniarității.

O cale analitică mai riguroasă pentru explicarea acestei proprietăți este următoarea [1][1]).

Se presupune la început că tensiunea este sinusoidală

$$u = U_1 \cos \omega t.$$

Rezultă atunci un curent nesinusoidal, pe baza caracteristicei neliniare $i(u)$. Acest curent se poate descompune în armonice

$$i(u) = i(U_1 \cos \omega t) = \sum_0 I_n \cos n\omega t.$$

Dar după cum am văzut trecerea acestui curent prin circuitul LC va determina o cădere de tensiune, care nu va fi lipsită de armonice (contrar ipotezei inițiale că u ar fi sinusoidal).

Se va încerca să se introducă o corecție pentru u. Pentru aceasta se va adăuga peste fundamentala $U_1 \cos \omega t$ o serie de armonice, care se observă că sunt practic la 90° față de curenții respectivi,

$$u = U_1 \cos \omega t + \sum_2 U_n \sin n\omega t = U_1 + \Delta u \quad (u_1 = U_1 \cos \omega t).$$

Pentru a evalua acum modificarea componentelor lui i se va proceda în felul următor. Se va considera că noua expresie a lui u se deduce din cea veche prin adăugarea unei mici variații Δu. Dezvoltând în serie pe $i(u_1 + \Delta u)$ și păstrând primii doi termeni se deduce

$$i(u_1 + \Delta u) = i(u_1) + \frac{di}{du} \Delta u$$

unde

$$\frac{di}{du} = \frac{di}{d(\omega t)} \frac{d(\omega t)}{du} = \frac{\sum_0 n I_n \sin n\omega t}{U_1 \sin \omega t}$$

sau

$$i(U_1 \cos \omega t + \sum_2 U_n \sin n\omega t) = i(U_1 \cos \omega t) + \frac{\sum_0 n I_n \sin n\omega t}{U_1 \sin \omega t} \sum_2 U_n \sin n\omega t.$$

[1]) p. 328.

Dacă se fac unele transformări şi se caută termenul fundamental în ωt se găseşte

$$i_1 = I_1 \cos \omega t + \sum_2 n I_n \frac{U_n}{U_1} \sin \omega t.$$

Rezultă astfel că i_1 fundamentala curentului nu este în fază cu $u_1 = U_1 \cos \omega t$, fundamentala tensiunii.

Diferenţa de fază φ_1 se calculează pe baza relaţiilor de mai jos, unde se fac aproximările obişnuite pentru φ_1 mic

$$i_1 - I_1 \cos(\omega t + \varphi_1) = I_1 \cos \omega t \cos \varphi_1 - I_1 \sin \omega t \sin \varphi_1 =$$

$$= \cos \varphi_1 (I_1 \cos \omega t - I_1 \operatorname{tg} \varphi_1 \sin \omega t) \approx$$

$$\approx I_1 \cos \omega t - I_1 \varphi_1 \sin \omega t.$$

Comparând cu expresia anterioară a lui i_1 se deduce

$$\operatorname{tg} \varphi_1 \approx \varphi_1 = - \sum_2 n \frac{I_n U_n}{I_1 U_1}. \tag{8}$$

Diferenţa aceasta de fază antrenează modificarea lui ω cu $\Delta\omega$ în circuitul LC, pe baza relaţiei

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\varphi_1}{2Q}.$$

Rezultă deci şi în mod analitic creşterea lui $\Delta\omega$ cu proporţia armonicelor şi scăderea lui Q.

7. COMBATEREA DEVIAŢIEI DE FAZĂ

Intru cât într'un regim liniar pulsaţia de lucru este formată din ω_0 care depinde numai de LC şi o deviaţie $\Delta\omega$, care depinde de elementele de cuplaj, s'a spus că problema stabilităţii de frecvenţă s'ar putea rezolva dacă se reduce $\Delta\omega$ la zero şi deci $\Delta\varphi$ la zero. Intr'adevăr dacă L şi C se păstrează constanţi atunci se păstrează constant ω_0; în acest caz se elimină toate celelalte cauze de instabilitate datorite cuplajului, care intervin în termenul b din relaţia (6) adică panta şi rezistenţa internă a tubului, care depind la rândul lor de tensiunile de alimentare, de temperatura la care lucrează tubul, etc.

Să considerăm din nou circuitul dinatron. Dacă se adaugă în braţul C o rezistenţă R egală cu cea din braţul L atunci se găseşte că pulsaţia de lucru nu diferă de cea de rezonanţă ω_0. Intr'adevăr lucrând la pulsaţia ω_0 avem

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R + jL\omega_0} + \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega_0 C}} = \frac{1}{R + jL\omega_0} + \frac{1}{R - jL\omega_0} = \frac{2R}{R^2 + L^2\omega_0^2}.$$

Rezultă un Z real la pulsaţia ω_0 şi deci $\Delta\varphi = 0$ şi $\Delta\omega = 0$.

O altă metodă ar fi să se adauge în serie cu circuitul LC o inductanță L (fig. 16, *a*). Se poate arăta că și în acest caz la $\omega = \omega_0$ impedanța totală devine reală

$$Z = \frac{R + j L\omega_0}{j C\omega_0 R} + j L\omega_0 = \frac{L}{RC}.$$

Deci $\Delta\omega = 0$ și frecvența este determinată numai de L și $C\left(\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}\right)$.

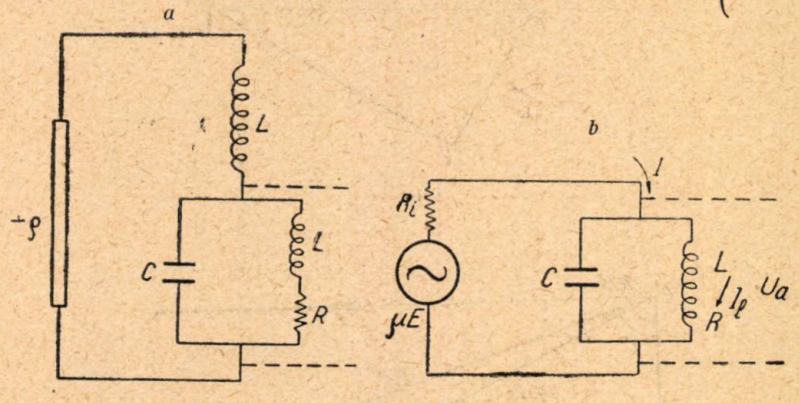


Fig. 16

Această a doua metodă se generalizează la toate montajele de oscilatori și poartă denumirea de staoilizare prin reactanță [4].

Intr'adevăr metoda este generală și se pot calcula reactanțele care trebue introduse de fiecare dată, pentru fiecare tip de circuit, spre a face ca ω să fie chiar ω_c.

De pildă dacă reconsiderăm oscilatorul din figura 1 constatăm că atunci când introducem o inductanță L în serie cu circuitul acordat, impedanța totală devine reală. Dacă nu introducem această inductanță (fig. 16, *b*) și dacă se lucrează la ω_0, atunci impedanța totală este capacitivă și reprezentată de OE (fig. 17) [5]. Atunci relația, de tensiuni, în alternatorul reprezentat de tub, este arătată în figura 18, iar relația de reacție prin M este arătată în figura 19. Se observă aici că faza lui μE din figura 19 nu coincide cu cea din figura 18 așa cum trebue să se întâmple pentru a putea alimenta prin reacție grila în corectă fază.

Coincidența acestor faze se obține însă în oscilator în mod automat atunci când pulsația de lucru devine puțin superioară lui ω_0 (fig. 20). In acest caz se vede că se lucrează la dezacord.

Când se introduce și o inductanță L în serie (fig. 21) diagrama se prezintă ca în figura 22.

Se vede aici că I curentul anodic este în fază cu f.e.m. μE și totul se produce în ipoteza $\omega = \omega_0$.

Tensiunile de placă și grilă oscilează în perfectă antifază.

Dacă acum se ia în considerare la acest circuit și rezistența R_g a spațiului grilă catod se găsește că inductanța serie suplimentară L_1 trebue să aibă reactanța

$$L_1\omega_0 = L\omega_0 - L_g\omega_0 \frac{L^2\omega_0^2 + R_i R}{M^2\omega_0^2 + R R_g}$$

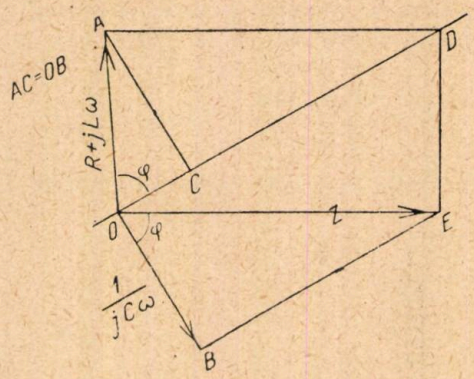


Fig. 17

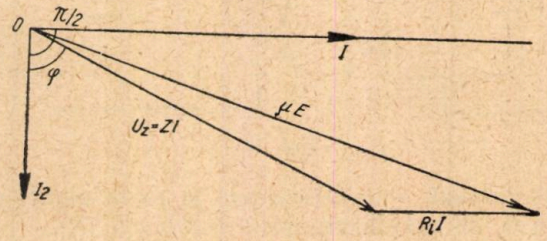


Fig. 18

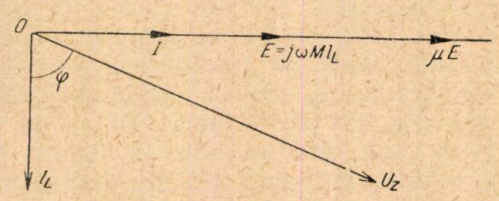


Fig. 19

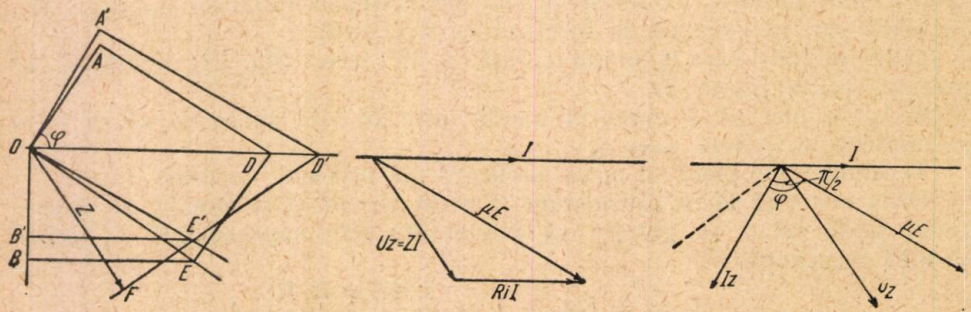


Fig. 20

pentru ca oscilatorul să lucreze la ω_0 (L_g este inductanța bobinei pe grilă).

Dacă R este foarte mic atunci inductanța scade și se transformă în capacitate; dacă $R = 0$ atunci trebue introdusă în serie o capacitate C_1

$$C_1 = C\frac{k^2}{1-k^2}$$

unde

$$k = \frac{M}{\sqrt{L L_g}}.$$

Astfel s'ar părea că în toate aceste cazuri reactanța introdusă face frecvența independentă de variația alimentării tubului sau de variația parametrilor tubului, întru cât

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

In realitate lucrurile nu stau așa.

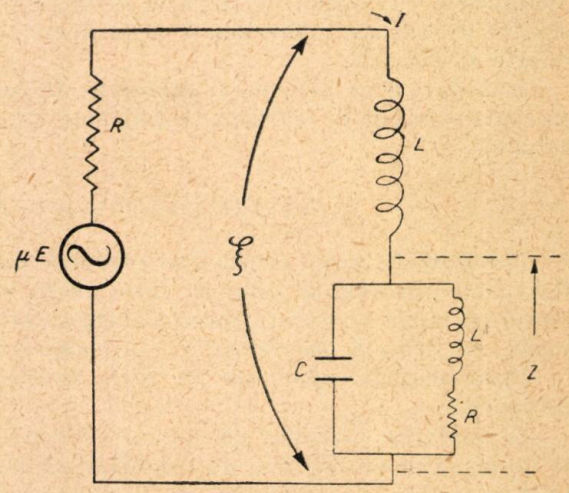


Fig. 21

Dacă se presupune de pildă că tensiunea anodică de alimentare variază, atunci se constată în primul rând că se modifică panta tubului și rezistența internă.

In fapt regimul nu este liniar, și deci modificarea acestor parametri va aduce două consecințe

— creșterea sau scăderea amplitudinii oscilației, așa încât procesul energetic să determine un echilibru de energii în intervalul unei perioade;

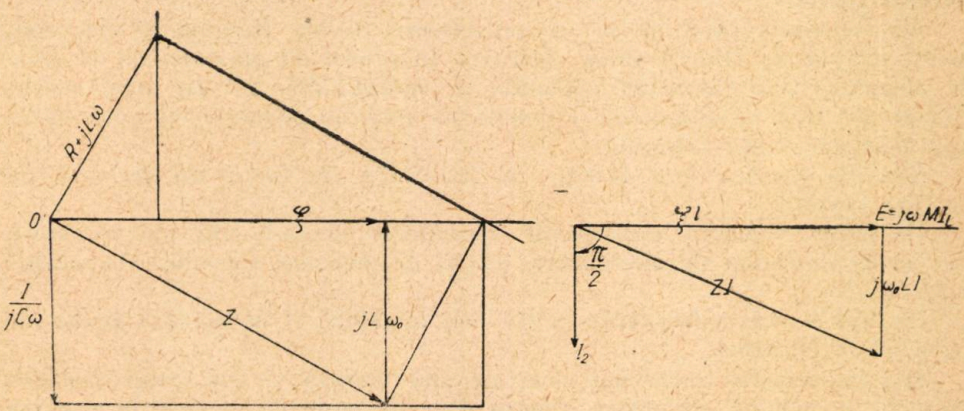


Fig. 22

— modificarea echilibrului energiilor reactive ale fundamentalei în C și L, prin deviația frecvenței în așa fel încât să apară un dezacord, un defazaj, determinat de relația (8).

Dacă inițial există un reglaj de compensare așa încât $\omega = \omega_0$ aceasta înseamnă că am compensat nu numai efectul de cuplaj, ci și acel de neliniaritate. Cum însă o modificare a tensiunilor de alimentare antrenează modificarea condițiilor de lucru în neliniaritate, adică proporția armonicelor, rezultă că defazajul determinat de neliniaritate se modifică și deci frecvența capătă o deviație.

Iată deci dece în general metodele de compensare cu elemente reactive nu sunt eficace la variația tensiunilor de alimentare sau a temperaturii tubului.

8. CAPACITĂȚILE INTERNE ALE TUBULUI

Circuitul derivație acordat se cuplează obișnuit fie integral, fie parțial între doi electrozi ai tubului. Intre acești electrozi tubul prezintă o capacitate pe lângă rezistența internă între acești electrozi. Capacitatea aceasta mică, de ordinul picofarazilor, influențează asupra acordului circuitului.

Dacă această capacitate va varia se modifică acordul și deci frecvența de lucru.

Capacitatea aceasta, nu numai că variază dela tub la tub, dar chiar la același tub ea depinde de condițiile de lucru, în special de sarcina spațială și de timpul de tranzit al electronilor între electrozi.

Explicarea dependenței capacității de sarcina spațială se explică simplu în modul următor:

Intr'un condensator, lipsit de sarcini între electrozi capacitatea este invers proporțională cu distanța între plăci. Dacă se introduc electroni între plăci, liniile de forță ce pleacă dela anod se opresc în parte pe electroni și numai o parte ajung pe placa catod ca și cum se micșorează distanța medie dintre electrozi și deci capacitatea crește.

Se poate astfel demonstra cu ușurință că în cazul unui tub cu electrozi plani paraleli, capacitatea crește în raportul 4/3 atunci când apare sarcina spațială.

De asemenea când se ia în considerare inerția fluxului de electroni, adică timpul de tranzit între electrozi, în raport cu perioada de oscilație se găsește că faza curentului capacitiv se modifică dela 90° iar acest curent devine de fapt nesinusoidal. Capacitatea este în general mai mică decât cea dela frecvențe coborâte.

Efectele acestea sunt funcție de frecvență, de fluxul de electroni, de sarcina spațială.

De aceea valoarea capacității echivalente depinde atât de tensiunea de curent continuu de alimentare, cât și de mărimea tensiunii alternative aplicate.

De fapt la aceste frecvențe înalte mai intervine și inductanța firelor de legătură la electrozi.

Dar capacitatea între doi electrozi mai variază și din cauza încălzirii treptate a tubului (dilatarea electrozilor) în perioada inițială la punerea în funcțiune; astfel în primele 15—20 minute dela încălzirea filamentului, capacitățile interne ale tubului sunt tot timpul variabile.

Sunt greu de precizat teoretic legile pe care le urmează capacitățile electrozilor, când variază de pildă tensiunile de alimentare. De aceea s'au făcut studii experimertale spre a deduce eventuale legi [6].

S'a studiat astfel la triode variația capacităților în raport cu intensitatea curentului anodic (fig. 23), în raport cu tensiunea anodică (fig. 24), în raport cu rezistența internă R_i (fig. 25) și în raport cu panta S (fig. 26).

Din toate aceste rezultate experimentale reiese că modificarea tensiunilor de alimentare antrenează modificări de ordinul picofaradului în capacitățile interne ale tubului care sunt montate obișnuit în paralel cu circuitul acordat. Aceasta este o nouă cauză importantă de variație a frecvenței.

Pentru a combate această influență asupra frecvenței de oscilare se recomandă să se cupleze tubul pe o priză cât mai jos pe circuitul derivație, așa încât modificarea capacității interne a tubului să nu aibă importanță mare asupra acordului circuitului.

De pildă în figura 27 se arată un oscilator care are doi condensatori C_1 și C_2 cuplați spre placă și grilă, valorile lor fiind alese mari în raport cu condensatorul de acord C. In acest mod micile variații ale capacităților interne ale tubului, legate în paralel cu marii condensatori C_1 și C_2 nu vor modifica decât în măsură foarte mică acordul circuitului.

9. CONSIDERAȚII PRACTICE ASUPRA IMPORTANȚEI FACTORILOR DE DEVIERE A FRECVENȚEI

S'au examinat mai sus patru categorii de cauze principale care deviază frecvența dela valoarea constantă pe care dorim s'o obținem

— cauze legate de elementele L și C (dilatări, vibrații mecanice)
— cauze legate de cuplaj și introducerea de componente reactive
— cauze legate de neliniaritate, de armonice
— cauze legate de capacitățile dintre electrozii tubului.

Prima categorie de cauze sunt legate de variația lui L și C. L variază din cauza temperaturii ambiante, a ridicării temperaturii din conductor, a îmbătrânirii suportului, a umidității atmosferice, a presiunii atmosferice.

Importanța acestor cauze este chiar ordinea în care ele au fost enumerate mai sus, cu excepția cazurilor oscilatorilor de putere, când ridicarea temperaturii din cauza curentului mare în conductor poate deveni factorul principal în variația frecvenței.

Variația presiunii atmosferice intervine în valoarea permeabilității aerului, ea are însă foarte mică importanță aici.

Stabilitatea constructivă a bobinelor în timpul îmbătrânirii suporților, este o condiție care este satisfăcută în special atunci când se întrebuințează în construcții metale și mai puțin când se utilizează izolanți sintetici. Ceramica este relativ bună.

Dar cea mai importantă cauză de variație a lui L este temperatura.

De pildă se constată în mod normal la bobine în oscilatori de mică putere, o variație a inductanței de 40 de părți la 1 milion, pe °C. Dacă este vorba de oscilatori de putere atunci, din cauza încălzirii conductorului, această variație a inductanței poate ajunge la 600 părți la 1 milion pe °C.

In ce privește variația lui C ea este produsă în special de temperatură. Această variație se produce de pildă în perioada ce urmează imediat după punerea în funcțiune, atunci când se întrebuințează condensatori cu aer și temperatura are tendința să crească.

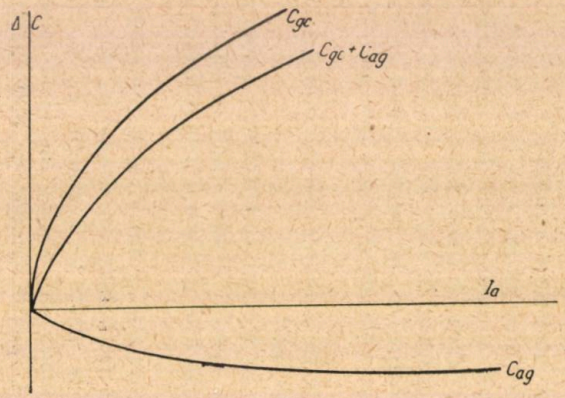


Fig. 23

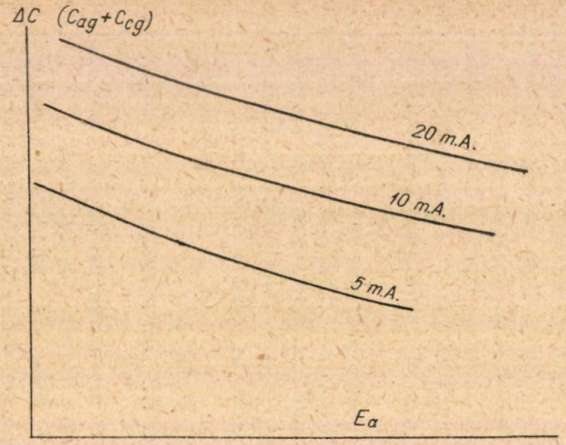


Fig. 24

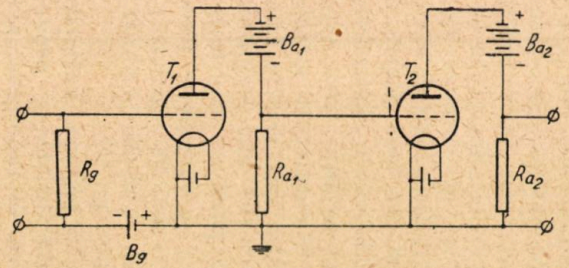


Fig. 25

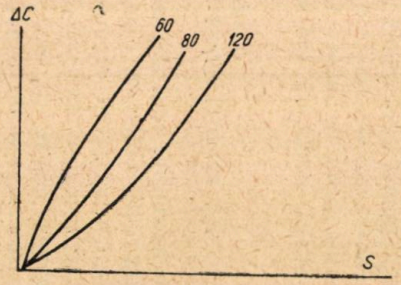


Fig. 26

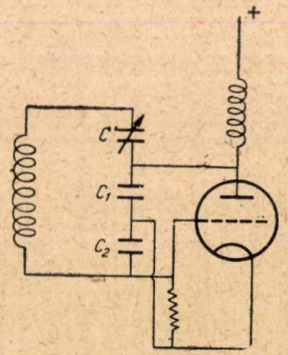


Fig. 27

Experimental se constată că aproape întotdeauna coeficientul de capacitate este mult mai mare decât cel de dilatare, corespunzător părților metalice ale condensatorului.

Coeficientul de capacitate poate fi atât pozitiv cât și negativ. Valori curente sunt 50 de părți la 1 milion, pe °C.

Astfel la o variație de temperatură de 20°, corespunde o variație a capacității de 500 părți la 1 milion.

Rezultă atunci că dacă variațiile lui L și C sunt de același sens ele pot ajunge împreună la valori de ordinul 1000 de părți într'un milion. De aceea dintre cele patru cauze principale de variații ale frecvenței unui oscilator, cea legată de valorile inductanței L și condensatorului C se consideră a fi cele mai importante.

Intru cât însă unii condensatori pot prezenta un coeficient negativ rezultă că o alegere judicioasă a condensatorului în raport cu bobina poate duce la o compensare a efectelor de deviație a frecvenței cu temperatura.

Cea de a doua cauză de deviație a frecvenței este datorită elementelor reactive introduse prin cuplaj în circuitul serie LC. S'ar părea la prima vedere că efectele acestea în deviația frecvenței s'ar putea compensa total prin introducerea unor elemente liniare reactive în serie cu tubul; dar când se stabilesc în formule valorile acestor elemente se constată că ele depind în afară de sarcină și de rezistențele interne ale tubului, ceea ce înseamnă că depind de funcționarea neliniară a tubului. La variații ale tensiunilor de alimentare, la variații ale temperaturii de lucru a tubului, rezistența internă pe placă și cea pe grilă se modifică și rezultă atunci că echilibrul de fază, care este stabilit la o anumită amplitudine a oscilațiilor, la un anumit regim neliniar, se strică și apare deviația de frecvență, cu toate că s'a introdus elementul reactiv în serie cu tubul. De altfel precalculul valorii acestui element nu poate fi satisfăcător, întru cât nu se pot aprecia cu exactitate care vor fi valorile rezistențelor interne ale tubului în regimul neliniar în care va funcționa efectiv oscilatorul. Pentru o compensare de fază nulă, se procedează atunci experimental, căutându-se ce bobină sau condensator trebue introdus în serie cu tubul pentru ca să nu existe o deviație de frecvență, când sarcina variază. Dacă însă va varia una din tensiunile de alimentare se va constata totuși o deviație de frecvență, întru cât se modifică rezistențele interne ale tubului.

De fapt acestea sunt cauze de deviație clasate în categoria a treia adică produse de neliniaritate, de deformarea curentului și tensiunii, de apariția armonicelor.

Trebue să observăm apoi că neliniaritatea antrenează de fapt și variația densității sarcinii spațiale a fluxului de electroni și deci în definitiv produce modificarea capacităților interne ale tubului, care sunt în general legate în paralel cu circuitul acordat.

Deci neliniaritatea și prin urmare variația tensiunilor de alimentare acționează direct în cauzele din a treia categorie și indirect în cea de a doua și a patra categorie.

In practică se observă că efectele cauzelor din prima categorie, de pildă temperatura care dilată piesele elementelor L și C, sunt mult mai importante decât efectele din celelalte trei categorii, când de pildă ar varia tensiunea anodică.

10. METODE DE A COMBATE EFECTELE DEVIAȚIEI FRECVENȚEI

Nu ne ocupăm aici în detaliu de metodele de a combate efectele cauzelor din prima categorie, variația lui L și C.

Totuși se vor enumera aici aceste metode.

Trebue în primul rând să precizăm că în majoritatea cazurilor se caută să se realizeze o stabilitate de ordinul $20 \cdot 10^{-6}$ atunci când tensiunea de alimentare a oscilatorului primește variații accidentale normale.

Deoarece în special variațiile cu temperatura a inductanței conduc în mod obișnuit la variații de ordinul $600 \cdot 10^{-6}$ în frecvență, rezultă că trebue luate măsuri speciale pentru compensarea variației de temperatură. O măsură generală este aceea de a utiliza condensatori cu coeficient negativ de temperatură. Dacă măsurile ce se iau în acest sens sunt uneori la început eficace pentru variații de temperatură, cu timpul se constată că ele nu mai sunt mulțumitoare prin îmbătrânirea materialelor de construcție, prin existența unor deformări neelastice, care determină deformații permanente, continuu variabile, în timpul producerii unor variații succesive ciclice de temperatură, într'un sens și altul.

De aceea trebue luate măsuri spre a combate efectele de îmbătrânire a materialelor din care se construiesc bobinele și condensatorii.

Bobinele se pot stabiliza ca valoare fie prin menținerea constantă a dimensiunilor fie prin compensarea dilatării radiale cu ajutorul unei lungiri axiale a bobinei.

In prima metodă intră și sistemul de a include bobina sau tot circuitul acordat, într'un termostat cu temperatura menținută automat constantă.

Condensatorii prin construcția lor fie cu dielectric solid, fie cu aer, pot fi compensați pentru variații lente de temperatură, dar nu pentru variații rapide.

Este de observat la acești condensatori cu dielectric solid, de altfel ca și la bobine, că atunci când au dispozitive de compensare, aceștia își variază valorile în salturi, când temperatura variază.

In ce privește oscilatorul propriu zis sunt de luat următoarele măsuri:

— utilizarea unui tub cu pantă cât mai mare, cu rezistență internă anodică cât mai mare (eventual adăugarea unei rezistențe în circuitul anodic), căci aceasta reduce importanța elementelor reactive de cuplaj;

— micșorarea curenților de grilă, adaptarea unei negativări automate, căci aceasta reduce neliniaritatea tensiunii;

— alegerea unei rezistențe cât mai mici a circuitului acordat, căci aceasta reduce importanța elementelor reactive de cuplaj;

— alegerea unui raport mare $\frac{C}{L}$ în circuitul acordat, întru cât pe de o parte se obține un raport favorabil între $\Delta\varphi$ și $\frac{\Delta\omega}{\omega}$ și pe altă parte se micșorează influența variației capacităților interne ale tubului;

— cuplarea electrozilor tubului la prize cât mai coborâte pe circuitul acordat, spre a reduce influența capacităților interne ale tubului.

— alegerea unui cuplaj cât mai strâns ($k \sim 1$) între grilă și placă spre a reduce importanța elementelor reactive de cuplaj; de asemenea reducerea inductanței din circuitul de grilă;

— egalarea rezistențelor din brațul condensatorului și brațul inductanței;

— introducerea de inductanțe de compensație în serie cu tubul spre a anula deviația de fază și a reduce influența variației sarcinei;

— stabilizarea tensiunilor de alimentare.

Respectând aceste principii se pot realiza oscilatori de mică putere cu deviații de frecvență de ordinul $10 \cdot 10^{-6}$, când tensiunea de alimentare variază cu 10%. Uneori variațiile de tensiune ale filamentului și ale plăcii, în același sens, conduc la variații de frecvență de sens contrar; aceste montaje sunt recomandate întru cât prin ele se pot compensa cele două efecte.

La oscilatori de putere mai mari, se ajunge la stabilizări numai de $100 \cdot 10^{-6}$ atunci când tensiunea de alimentare variază cu 10%, întru cât în aceste cazuri nu se mai poate adopta o stabilizare de tensiuni.

In concluzie aplicând principiile fizice analizate mai sus se poate rezolva problema stabilității de frecvență ridicată în mod obișnuit în transmisiuni utilizând oscilatori cu circuite LC, fără a recurge la cuarț. De fiecare dată când se construește un oscilator trebue studiat în mod serios circuitul și de analizat fizic cauzele de instabilitate, căci desigur nu dela prima încercare se va putea obține stabilitatea dorită. Studiul fizic adâncit ne va spune încotro trebue să ne îndreptăm atenția, ce modificări trebue să facem pentru a obține rezultatul dorit. Nu trebue să recurgem la circuite complexe și măsuri tehnice costisitoare atâta timp cât nu s'au epuizat mijloacele simple, care dau aceleași calități de stabilitate.

УСТОЙЧИВОСТЬ ЧАСТОТЫ ЭЛЕКТРОННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

На основании теоретического исследования приводятся причины, вызывающие неустойчивость частоты электронных осцилляторов, использующих настроенный колебательный контур.

Показывается значение устойчивости частоты осцилляторов и возможности осуществления удовлетворительной устойчивости с контуром LC, без использования кварцевого стабилизатора.

Анализируются последовательно причины неустойчивости: изменение характеристик L и C, введение путем связи реактивных составляющих в настроенный колебательный контур, нелинейность характеристик электронной лампы и возникновение гармоник и влияние межэлектродной емкости лампы.

Излагаются практические соображения о значении факторов отклонения частоты, так что изложенная теория входит в указываемые практикой границы.

Показываются методы, которые могут быть использованы для устранения эффектов отклонения частоты.

Изложение дает ясную картину о физических процессах, определяющих частоту электронных осцилляторов, и практические выводы для обеспечения возможно более высокой устойчивости частоты.

LA STABILITÉ DE LA FRÉQUENCE DES OSCILLATEURS ÉLECTRONIQUES

(RÉSUMÉ)

En utilisant un circuit accordé, l'Auteur montre, dans une étude de synthèse, quelles sont les causes qui produisent l'instabilité de la fréquence des oscillateurs électroniques.

Il montre, pour commencer, quelle est l'importance de la stabilité de la fréquence des oscillateurs ainsi que la posibilité de réaliser en général une stabilité satisfaisante avec un circuit LC sans avoir recours au quartz.

On analyse à tour de rôle, les causes d'instabilité: la variation des éléments L et C; l'introduction par couplage de composantes réactives dans le circuit accordé; la non linéarité de la caractéristique du tube et l'apparition des harmoniques et enfin, l'effet des capacités entre les électrodes du tube.

L'Auteur développe des considérations pratiques sur l'importance des facteurs de déviation de la fréquence, de sorte que, la théorie qu'il expose entre dans le cadre des limites indiquées par la pratique.

Pour terminer, on montre les méthodes qu'on peut utiliser pour combattre les effets de la déviation de la fréquence.

Cette étude donne une situation claire des processus physiques qui fixent la fréquence des oscillateurs électroniques et tire des conclusions pratiques afin d'assurer une stabilité de fréquence aussi élevée que possible.

BIBLIOGRAFIE

1. S. I. Evtianov, *Radioperedaiuscie ustroistva.* Sviazizdat, Moscova, 1950.
2. M. Teodorcic, *Avtocolebatelnie sistemi.* Gostehizdat, Moscova 1952, p. 70.
3. L. B. Arguimbau, *Vacum Tube circuit* J. Wiley — New-York, 1948.
4. A. V. Smirenin, *Spravocinic po radiotehniche.* Gosenergoizdat, Moscova, 1952, p. 388.
5. T. Tănăsescu, Buletin de Mathématiques et de Phiysique de l'Ecole Polytehnique de Bucarest, 1934—1935, v. VI, p. 104.
6. H. A. Thomas, *Theory and design electronics oscillators.* Chapman and Holl, London, 1951, p. 76.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul IV, Nr. 3—4, 1953

DIFUZIA RADIAŢIILOR SOLARE ÎN AEROSOLUL ATMOSFERIC *)

DE

MIRCEA HEROVANU

A. OPACITATEA AERULUI ŞI CARACTERIZAREA EI

1. Una din problemele actinometriei meteorologice este determinarea opacităţii aerului. Problema interesează nu numai fizica atmosferei dar şi meteorologia practică. In adevăr, opacitatea aerului serveşte la identificarea marilor mase de aer în mişcare în interiorul atmosferei şi prin aceasta contribue la soluţionarea unei probleme de mare importanţă în prevederea timpului.

In momentul de faţă, determinarea opacităţii aerului se face pe două căi, pornind dela ecuaţia lui Bouguer

$$I_{\lambda M} = I_{\lambda 0}\, e^{-a_\lambda M} \tag{1}$$

în care $I_{\lambda M}$ este densitatea de flux a radiaţiei solare monocromatice de lungime de undă λ după traversarea atmosferei, $I_{\lambda 0}$ este densitatea de flux a aceleiaşi radiaţii înainte de a pătrunde în atmosferă, iar a_λ coeficientul de extincţie al aerului. M reprezintă *masa atmosferică*, exprimată prin:

$$M = \int_0^s \rho\, ds, \tag{2}$$

ρ fiind densitatea aerului, iar s lungimea drumului razelor solare în atmosferă. Valoarea lui M în cazul incidenţei normale a razelor la suprafaţa pământului este luată ca unitate.

Densitatea de flux într'un domeniu spectral sau pentru totalitatea spectrului solar este dată de

$$I_M = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I_{\lambda 0}\, e^{-a_\lambda M}\, d\lambda. \tag{3}$$

I_M se măsoară cu ajutorul actinometrelor. Totodată el poate fi calculat prin integrarea ecuaţiei (3) — în cazul ideal al unei atmosfere pure şi uscate, lipsite de fenomene de absorpţie selectivă şi în care se produce numai difuzia

*) Comunicare prezentată Institutului la 31 Martie 1953.

moleculară. In acest caz, a_λ e dat de legea în λ^{-4} a lui Rayleigh, iar $I_{\lambda 0}$ de funcţia empirică a lui Kastrov [1]

$$I_{\lambda 0} = 0.0105\, \lambda^{-2,3}\, e^{-0,327\,\lambda^{-4}}, \tag{4}$$

λ fiind exprimat în microni. Pentru o precizie mai mare decât cea dată de (4), se recurge la integrarea grafică, ceea ce permite să se ţină seama şi de absorpţia selectivă a gazelor atmosferice.

L i n k e [2] a arătat că pentru o atmosferă pură şi uscată, legea (1) a lui Bouguer poate fi aplicată domeniilor spectrale sau chiar totalităţii spectrului solar, scriind

$$I_M = I_0\, e^{-a_M M} \tag{5}$$

unde

$$I_0 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I_{\lambda 0}\, d\lambda \tag{6}$$

este *constanta solară* (1,940 cal./cm²min. pentru totalitatea spectrului solar), redusă la distanţa actuală pământ-soare, iar a_M un coeficient de extincţie, complex. Acest coeficient depinde de masa atmosferică şi a fost calculat de L i n k e pentru cazul atmosferei pure şi uscate.

2. Observaţiile actinometrice se execută atât pentru totalitatea spectrului solar cât şi în domenii spectrale definite prin caracteristicele optice a două filtre Schott şi anume:

RG_2, transparent pentru $\lambda > 0{,}625\ \mu$,
OG_1, transparent pentru $\lambda > 0{,}526\ \mu$.

Alegerea acestor filtre se datoreşte, printre altele, faptului că transparenţa lor care e totală pentru undele mari ale spectrului solar, se anulează aproape brusc la limitele arătate.

Cu ajutorul acestor filtre se definesc domeniile spectrale arătate în tabloul Nr. 1. Prin măsurători executate cu şi fără filtre, se obţin densităţile de flux în aceste domenii. In ultima coloană a tabloului sunt arătate cauzele extincţiei produse de atmosferă, în fiecare domeniu.

Tabloul Nr. 1

Indicativul domeniului	Domeniul	Caracteristicele domeniului	
r	$\lambda > 0.625\ \mu$	Difuzie moleculară şi în suspensii	Numeroase şi puternice bande de absorpţie (H_2O şi CO_2).
g	$\lambda > 0.526\ \mu$		
a	$\lambda < 0.625\ \mu$		Foarte puternică absorpţie (O_3) care limitează spectrul solar la 0.29 μ.
v	$\lambda < 0.526\ \mu$		Nicio absorpţie importantă.
Δ	$0.526 < \lambda < 0.625\ \mu$		Caracterele domeniilor r şi a.
—	$0 < \lambda < \infty$		

Observaţiile arată că extincţia produsă de impurităţile din atmosferă şi vaporii de apă este variabilă şi deosebit de importantă. Astfel că, luând

ca sistem de referință starea optică — invariabilă — a unei atmosfere pure și uscate, opacitatea aerului se definește prin extincția produsă de impuritățile atmosferice și vaporii de apă, împreună sau separat.

3. Prima cale pentru caracterizarea opacității aerului a fost stabilită de L i n k e [2]. Să scriem ecuația (5) în forma

$$I_M = I_0 e^{-(a_M + a'_M) M} \tag{7}$$

în care a_M e coeficientul de extincție complex pentru aerul pur și uscat, iar a'_M un alt asemenea coeficient, de asemenea variabil cu M, privind extincția în suspensii și vapori. I_M se măsoară, M se deduce din înălțimea soarelui deasupra orizontului, I_0 și a_M sunt cunoscuți. Deci a'_M poate fi calculat. Pentru a elimina dependența acestui coeficient față de masa atmosferică, în vederea obținerii unor valori comparabile oricare ar fi înălțimea soarelui deasupra orizontului, L i n k e observă că

$$T = \frac{a_M + a'_M}{a_M} \tag{8}$$

este o mărime independentă de M. Acest T poartă numele de *factor de opacitate* și arată de câte ori atmosfera reală este mai opacă decât una ideală, pură și uscată. T se calculează pentru totalitatea spectrului solar (T) și în domeniile spectrale r și a (T_r și T_a). Se constată că T_a este în adevăr independent de M, în timp ce T_r depinde puternic de M (după terminologia adoptată, prezintă un *mers virtual*). In sfârșit T este practic independent de M pentru înălțimi ale soarelui deasupra orizontului mai mari de 15°.

Factorul de opacitate are numeroase aplicații practice. In afară de caracterizarea maselor de aer, el permite studiul opacității caracteristice a aerului într'un oraș mare, după cum am arătat într'o altă lucrare [4].

4. Cea de a doua cale pentru caracterizarea opacității aerului se datorește lui Å n g s t r ö m [5]. Opacitatea este exprimată numai prin difuzia în suspensii, absorpția produsă de vapori fiind determinată separat. Bazat pe unele cercetări spectrobolometrice și studii de laborator, Å n g s t r ö m a presupus că difuzia în suspensii ascultă de legea

$$a'_\lambda = \beta \lambda^{-\alpha} \tag{9}$$

în care α este o funcție de dimensiunile particulelor difuzate (*exponentul de mărime*), iar β un coeficient care depinde de numărul particulelor pe cm³ de aer. Acest β constitue o măsură a opacității aerului și poartă numele de *coeficient de opacitate*.

Pentru un domeniu spectral lipsit de absorpție, vom avea

$$I_M = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda, M)\, e^{-\beta\lambda^{-\alpha} M}\, d\lambda, \tag{10}$$

unde

$$\varphi(\lambda, M) = I_{0\lambda}\, e^{-a_\lambda M}, \tag{11}$$

a_λ fiind coeficientul de extincție pentru atmosfera pură și uscată.

Integrarea ecuației (10) nu se poate face decât pe cale grafică. Urmând această cale, Ångström a calculat pe I_M pentru diferite valori ale lui β și M, în domeniul spectral a și totalitatea spectrului, stabilind tabele care dau — pentru un I_M măsurat — pe β corespunzător. La calculul integralei (10), Ångström a adoptat valoarea mijlocie $\alpha = 1{,}3$, valoare indicată de măsurătorile spectrobolometrice.

Hoelper [6] a recalculat tabelele lui Ångström pentru totalitatea spectrului solar și domeniile a, v și Δ.

Absorpția produsă de vaporii de apă (în domeniul spectral r în care se situează bandele de absorpție ale vaporilor) se obține cu ajutorul coeficientului β. Cum acest coeficient este independent de λ, el trebue să aibă aceeași valoare atât pentru totalitatea spectrului cât și în diferite domenii ale acestuia. Atunci, cunoscând pe β în unul din aceste domenii, se obține din tabelele lui Hoelper densitatea de flux a radiației solare totale după traversarea atmosferei de opacitate β, lipsită de vapori. Diferența dintre densitatea de flux măsurată și cea astfel calculată, reprezintă pierderea datorită absorpției exercitată de vapori. Din această pierdere se deduce apoi cantitatea de vapori prezentă în atmosferă. In mod obișnuit conținutul în vapori al atmosferei se exprimă prin *apa precipitabilă*, adică prin înălțimea stratului de apă care s'ar forma din condensarea vaporilor aflați într'o coloană verticală de aer, extinsă până la limita superioară a atmosferei.

După cum am spus, tabelele care dau pe β în funcție de I_M sunt calculate pentru valoarea mijlocie 1,3 a exponentului α. Prin urmare ele nu țin seama de valoarea momentană a acestui exponent; de acceea coeficientul β determinat din datele de observație, diferă puțin dela un domeniu spectral la altul (când în realitate ar trebui să aibă aceeași valoare). In consecință, la calculul apei precipitabile, se ia media coeficienților β obținuți în domeniile a și v. In general se obțin valori ale apei precipitabile deosebite de cele reale, dar de același ordin de mărime. Dezacordul trebue atribuit în primul rând ipotezei $\alpha = 1{,}3$.

5. Datorită faptului că β se calculează cu o valoare medie a lui α și nu cu cea reală, momentană, folosirea acestui coeficient nu s'a generalizat. In schimb, factorul de opacitate al lui Linke se folosește pe o scară întinsă, servind mai cu seamă la caracterizarea maselor de aer. In această direcție au obținut rezultate importante Manontova și Hromov [8] Polakova [9], Barbaumof [10], But, Troleţkaia și alții [11].

Fără a contesta importanța practică a factorului de opacitate, trebue să recunoaștem că metoda lui Ångström ar căpăta o importanță și mai mare dacă, folosind observațiile actinometrice, s'ar putea determina nu numai β dar și α. Căci în felul acesta s'ar ajunge la caracterizarea maselor de aer prin două mărimi deosebite și bine definite, corespunzător caracterelor fizice complexe pe care le prezintă aceste mase.

Totodată determinarea lui α — ca expresie a ordinei de mărime a particulelor difuzate din atmosferă — prezintă o mare importanță pentru alte numeroase probleme ale fizicei atmosferei.

In cele ce urmează, vom stabili o cale prin care se poate determina, din observații actinometrice, atât β cât și α. Inainte de aceasta, vom cerceta două probleme preliminarii.

B. VALABILITATEA LEGII $\beta\lambda^{-\alpha}$

6. Problema are două aspecte: valabilitatea legii ca expresie a difuzie în aerosoli și valabilitatea ei în cazul atmosferei.

Atâta vreme cât particulele difuzate sunt mici în raport cu lungimea de undă, coeficientul de extincție prin difuzie al luminii este dat de bine cunoscuta lege a lui Rayleigh

$$a'_\lambda = \delta\lambda^{-4}, \tag{12}$$

în care δ este o funcție de indicele de refracție și numărul pe cm³ al particulelor difuzante, considerate ca sfere dielectrice. In cazul atmosferei, această lege exprimă difuzia luminii produsă de molecule. Când particulele sunt foarte mari în raport cu lungimea de undă, difuzia ascultă de legea

$$a'_\lambda = \gamma\lambda^0, \tag{13}$$

ceea ce arată că ea este independentă de lungimea de undă [1]) S'a presupus atunci că pentru particule de dimensiuni intermediare, difuzia ar fi exprimată de legea

$$a'_\lambda = \beta\lambda^{-\alpha}, \tag{14}$$

α putând varia între 4 și 0, corespunzător dimensiunilor particulelor.

Această lege a fost cercetată în laborator la suspensii de pulberi de oxizi metalici și fum, cu raze cuprinse între 0,02 și 2,0 μ (Lundholm, Linke, von dem Borne etc.) Cercetările au arătat că legea se verifică în domeniul $0{,}3<\lambda<2{,}5\mu$ și că ea ar înceta de a mai fi valabilă sub 0,3 μ, deci sub limita inferioară a spectrului solar. Alte cercetări de laborator au arătat că, în unele cazuri, acest coeficient poate lua valori negative (Götz), ceea ce arată dela început că legea (14) este expresia aproximativă, simplificată, a unei situații fizice complexe.

Pe de altă parte, după teoria devenită clasică a lui Mie, coeficientul de extincție prin difuzie este dat de

$$a'_\lambda = \pi r^2 NK \tag{15}$$

unde N reprezintă numărul de particule difuzante de rază r, considerate ca sfere dielectrice, iar K o funcție complicată

$$k = f\left(2\pi\frac{r}{\lambda}, n\right) \tag{16}$$

n fiind indicele de refracție, iar λ lungimea de undă. Această funcție a fost calculată întâi de Stratton și Houghton pentru $n = 1{,}33$ (sfere dielectrice de apă) și tabelată, având ca argument $2\pi\frac{r}{\lambda}$. Götz a calculat-o pentru $n = \infty$ (sfere netransparente) și alți autori, pentru alte valori ale lui n. In figura 1 este reprodusă curba lui Stratton și Houghton și cea a lui Götz.

---

[1]) Asupra difuziei luminii în medii turburi, vezi monografia [12].

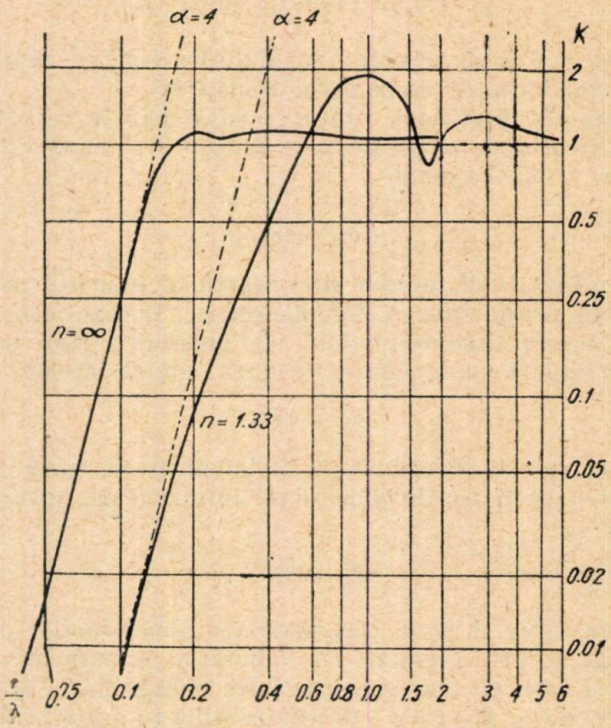

α=4
α=4
K
2
1
0.5
0.25
0.1
0.05
0.02
0.01
n=∞
n=1.33
r/λ
0.25
0.1
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.5
2
3
4
5
6

Fig. 1

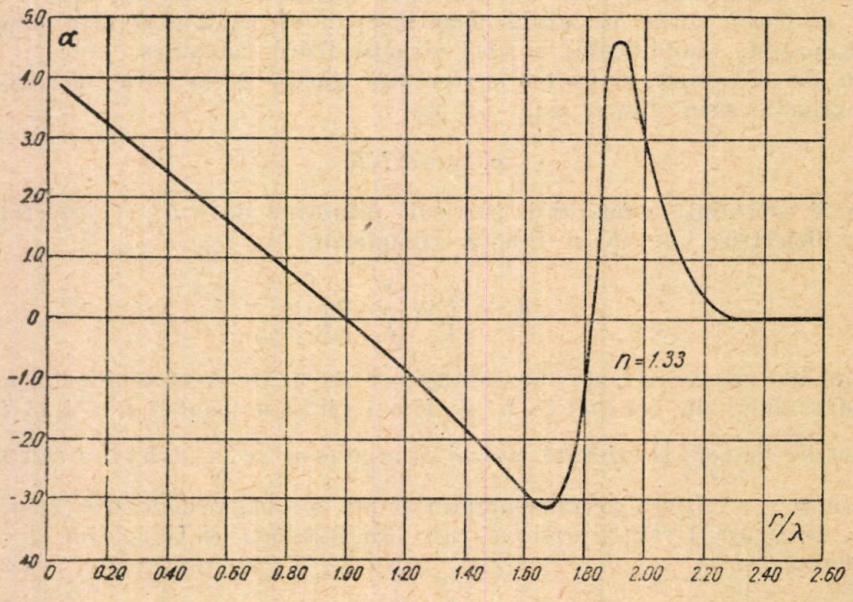

α
5.0
4.0
3.0
2.0
1.0
0
-1.0
-2.0
-3.0
-4.0
n=1.33
r/λ
0
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
1.20
1.40
1.60
1.80
2.00
2.20
2.40
2.60

Fig. 2

Valoarea minimă a lui $K\left(\text{la } \frac{r}{\lambda} = 1{,}8 \text{ pentru } n = 1{,}33\right)$ corespunde unei extincții minime, care a fost observată în cețe artificiale, în jurul lui $\lambda = 0{,}5\mu$.

Legea lui Mie arată că extincția depinde de λ și r altfel decât presupune legea în $\lambda^{-\alpha}$. Totuși un acord între aceste legi este posibil. In cazul când α e constant, ecuația

$$\log a'_\lambda = \log \beta - \alpha \log \lambda, \tag{17}$$

dedusă din (14), reprezintă o dreaptă a cărei pantă este însuși exponentul α. Aceasta înseamnă că panta tangentei la curba care dă pe log K în funcție de $\log \frac{r}{\lambda}$ va măsura pe α la abscisa la care a fost dusă tangenta. Pe această cale se constată că α variază cu $\frac{r}{\lambda}$, corespunzător valorii lui n pentru care a fost calculat K. Ceea ce înseamnă că legea în $\lambda^{-\alpha}$ capătă o justificare teoretică numai dacă presupunem că α este o funcție de r, λ și n. Curba din figura 2 arată variația lui α cu $\frac{r}{\lambda}$ pentru cazul $n = 1{,}33$ [3]. Oricare ar fi valoarea lui n, pentru $r < 0{,}1\lambda$ regăsim legea lui Rayleigh, iar pentru $r > 10{,}0\,\lambda$, legea în λ^0. In sfârșit, figura 2 ne explică pentru ce, în unele din experiențele sale, Götz găsise valori negative pentru α.

Discuțiile care s'au dus pe această cale nu au ajuns la vreun rezultat definitiv și în timp ce unii autori, fără a ține seama de condițiile particulare din atmosferă au renunțat la legea $\lambda^{-\alpha}$ — alții au continuat să o folosească pentru caracterizarea opacității aerului, fără a se preocupa de o eventuală dependență a lui α față de λ. Totuși cercetările acestora nu sunt lipsite de interes în cadrul problemei noastre.

După cum vom vedea mai departe, în mod normal, extincția în suspensiile atmosferice se datorește aproape exclusiv picăturilor de apă, extrem de mici, formate în jurul nucleelor de condensare. In consecință vom lua ca bază de discuție curba de extincție $n = 1{,}33$ și valorile date de aceasta pentru α.

Figura 2 arată că în mod general, la un același α corespund mai multe valori ale lui r. Aceasta înseamnă că legea (14), în care α trebue să exprime ordinea de mărime a particulelor difuzante, nu poate fi considerată ca valabilă decât într'un domeniu de dimensiuni în care, la un r dat, corespunde o singură și determinată valoare a lui α. In cazul cercetat de noi, acest domeniu este $0 \leqslant \frac{r}{\lambda} \leqslant 1{,}6$, ceea ce conduce la $r \leqslant 1{,}6\lambda$.

Pe de altă parte tot figura 2 arată că în domeniul $0 \leqslant \frac{r}{\lambda} \leqslant 1{,}0$ relația dintre α și $\frac{r}{\lambda}$ este liniară; de asemenea că ea poate fi aproximată tot ca liniară și între 1,0 și 1,6. Aceasta înseamnă că

$$\alpha = -A\frac{r}{\lambda} + B \tag{18}$$

unde A şi B sunt două constante. Deoarece atunci când r tinde către 0 α tinde către 4, urmează că $B = 4$. Atunci, ţinând seama de (18) şi notând $\mu = \frac{A}{\lambda}$, (14) devine

$$a'_\lambda = \beta\lambda^{-(4-\mu r)} \tag{19}$$

în care μ poate fi considerat ca un *indice de dependenţă spectrală* a opacităţii.

Reţinem prin urmare posibilitatea existenţei unei legi (14) în forma (19), teoretic valabilă între anumite limite ale raportului $\frac{r}{\lambda}$.

7. Să trecem acum la cea de a doua problemă şi anume la valabilitatea legii în cazul atmosferei.

Observaţiile arată că în orice moment există în atmosferă particule difuzante de dimensiuni diferite. Iată în această privinţă constatările care rezultă din cele mai complete şi mai recente cercetări, întreprinse de Dessens [13] [14], cu privire la aerul pe timp frumos:

a) Particulele solide sunt în număr redus. Intotdeauna există picături de apă (formate în jurul nucleelor de condensare), dimensiunile lor depinzând, între anumite limite, de umiditatea relativă a aerului. Cele mai mici se situează la limita puterii de separaţie a microscopului, deci la aproximativ $0{,}2\mu$. Trebue presupus că există nuclee-picături şi sub această dimensiune.

b) Cele mai mici nuclee-picături sunt de regulă şi cele mai numeroase. Tabloul Nr. 2 reproduce spectrul dimensiunilor nucleelor-picături într'o situaţie atmosferică dată, caracterizată printr'un mare număr de asemenea particule.

Tabloul Nr. 2

$r\,(\mu)$	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
n/cm^3	2	0	0	18	32	75	280	480

Aceste concluzii, confirmate de diferiţi cercetători, arată că există întotdeauna în atmosferă particule difuzante de diferite dimensiuni şi că prin urmare nici legea lui Mie şi nici legea $\lambda^{-\alpha}$, valabile pentru suspensii formate din picături de aceeaşi dimensiune, n'ar fi aplicabile în cazul atmosferei. In realitate ambele legi pot fi aplicate dacă luăm în considerare o altă concluzie la care ajunge Dessens. Aceasta a măsurat coeficienţii de extincţie la lungimi de undă cuprinse între 0,8 şi $2{,}5\mu$ şi a calculat cu formula lui Mie pentru cazul $n = 1{,}33$, dimensiunile particulelor difuzante. Valorile astfel obţinute sunt în bun acord cu cele deduse prin măsurarea directă a nucleelor-picături, colectate în aerul în care s'au determinat coeficienţii de extincţie. Prin aceasta, Dessens a putut arăta că acţiunea optică a particulelor de raze cuprinse între 0,5 şi $0{,}1\mu$ este dacă nu exclusivă, dar cel puţin categoric preponderentă. Aceasta pentrucă nucleele-picături de dimensiuni mai mari sunt în număr prea mic pentru a avea o acţiune optică apreciabilă şi pentrucă cele mai mici, deşi mult mai numeroase, au o eficacitate extrem de redusă.

După cum am văzut, în cazul când indicele de refracţie este 1,33 şi picăturile au o aceeaşi rază r, legea e valabilă pentru $r \leqslant 1{,}6\,\lambda$, deci pentru $r \leqslant 0{,}5\mu$, când ne situăm la limita inferioară a spectrului solar. Valoarea este în bun

acord cu datele lui D e s s e n s, dar acordul trebue primit cu toată rezerva, deoarece condițiile din atmosferă sunt deosebite de cele pe care le presupune teoria.

Pe de altă parte, să observăm că la o suspensie în care particulele au dimensiuni diferite, limita de valabilitate a legii se schimbă. Am arătat că această limită este fixată de valoarea lui $\frac{r}{\lambda}$, dincolo de care α începe să crească (punctul 6). Lucrul rămâne valabil pentru cazul când α trebue să caracterizeze ordinea de mărime a particulelor, *de aceeași rază*, care formează o suspensie. Căci peste această limită, la un α dat, corespund cel puțin două valori ale lui r. Când însă suspensia e formată din particule de dimensiuni diferite, printre care unele ale căror raze depășesc limita arătată, situația se schimbă. Prezența acestora nu împiedecă aplicarea legii, ci dau loc numai la o mișcare a descreșterii lui α atunci când $\frac{r_m}{\lambda}$ crește.

Toate aceste considerente nu ne îngădue să afirmăm că legea în $\lambda^{-\alpha}$ se aplică în cazul atmosferei; ele ne arată însă că lucrul e posibil, cel puțin între limitele lui Dessens și că în acest caz, exponentul α va exprima ordinea de mărime a particulelor care — prin dimensiuni și număr — au acțiunea difuzantă cea mai mare.

Lucrurile arătate aici se referă la situațiile atmosferice pe timp frumos, singurele care interesează de altfel caracterizarea opacității atmosferice. Pe vreme de ceață sau pâclă, problema se complică. In ambele cazuri, particulele prezintă un spectru dimensional care se situează între 0,1 și 10 μ. Aceasta înseamnă că, excluzând cazul particulelor foarte mari în raport cu λ, legea în $\lambda^{-\alpha}$ nu se va putea aplica în cazul ceței și al pâclei. Dar lucrul nu are importanță pentru obiectul acestei lucrări care se referă în principal la caracterizarea opacității aerului.

In sfârșit, mai trebue observat că aerul conține în suspensie, chiar și pe timp frumos, particule de fum și praf, în cantități foarte variabile. Aceste particule au dimensiuni mai mari de 10μ și prin urmare, conform celor arătate la punctul precedent, ele exercită o extincție care — cel puțin sub raportul difuziei — este independentă de lungimea de undă. Voi reveni mai târziu asupra rolului pe care îl au aceste particule în extincția totală.

8. Rămâne să cercetăm ceea ce arată datele de observație cu privire la aplicabilitatea legii $\beta\lambda^{-\alpha}$ în cazul atmosferei.

Tabloul Nr. 3

r (μ)	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	1,00	2,00	5,00
min. (λ)	0,17	0,22	0,27	0,33	0,38	0,55	1,10	2,75
max. (λ)	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	1,00	2,00	5,00

După cum arată curba lui Stratton și Houhgton, extincția prezintă un minim la $\frac{r}{\lambda} = 1{,}82$ ($\alpha = 0$) și un maxim la $\frac{r}{\lambda} = 1{,}0$ ($\alpha = 0$). In tabloul Nr. 3 se găsește situația acestor puncte caracteristice în funcție de r. Se vede că pentru ordinea de mărime indicată de D e s s e n s

($r \leqslant 0{,}5\mu$) minimul se situează sub $0{,}29\mu$, deci în afara spectrului solar. Dar că pentru particule de ceaţă sau pâclă, minimul trebue să se deplaseze adânc, în spectrul vizibil. Or, acest lucru nu a fost observat. Götz constată un minim slab în ultraviolet la o pâclă slabă şi în violetul extrem la una densă. Ceea ce înseamnă că prevederile teoriei lui Mie nu se verifică întotdeauna şi că prin urmare restricţiile pe care teoria le aduce legii în $\lambda^{-\alpha}$ sunt discutabile. In legătură cu aceasta trebue amintită lucrarea recentă a lui Foitzik [15] din care rezultă că minimul funcţiei K se atenuează considerabil, dispare aproape, la suspensii în care distribuţia dimensiunilor picăturilor se face după curba erorilor a lui Gauss.

In schimb măsurători executate de A. Vassy şi E. Vassy [16] arată, în bun acord calitativ cu teoria lui Mie, că pornind dela λ mici, extincţia creşte pentru ca, apoi, după atingerea unui maxim, să descrească spre undele mari. Observaţiile au fost făcute însă într'o durată de timp scurtă şi nu au fost repetate.

Să trecem acum la dependenţa lui α faţă de λ.

După cele arătate până aici, această dependenţă trebue să existe şi să fie suficient de mare pentru ca valori ale lui α, determinate în domeniile spectrale a şi v, să nu fie valabile în domeniul r (în care apar bandele de absorpţie ale vaporilor de apă). Totuşi, după cum am arătat (punctul 4), cu o valoare mijlocie a lui α, din valorile lui β determinate în domeniile a şi v, se obţin valori ale apei precipitabile de aceeaşi ordine de mărime cu cele reale. Invers, corectând radiaţia totală măsurată de pierderea prin absorpţia în vapori şi determinând coeficientul de opacitate pentru totalitatea spectrului, se obţin valori puţin diferite de cele determinate în domeniile spectrale menţionate. Observaţii de acest fel sunt foarte numeroase; ele arată că α nu diferă cu mult de valoarea mijlocie 1,3 şi că dependenţa sa faţă de lungimea de undă ar fi mică, practic neînsemnată.

Pe de altă parte, studiind slăbirea contrastului de strălucire în atmosferă, Coleman şi Rosenberger [17] au constatat că extincţia monocromatică, cercetată între 0,4 şi $0{,}7\mu$, variază în raport invers cu lungimea de undă — ceea ce conduce la valori ale lui α independente de λ şi puţin diferite de unitate.

In legătură cu aceste lucruri trebue arătat că variaţia lui α cu λ nu a fost verificată în mod direct, ci numai indirect, de obicei prin dovedirea minimului de extincţie în experienţele de laborator. De asemenea că o eventuală independenţă (sau dependenţă slabă) a lui α faţă de λ s'ar putea explica prin caracterul eterogen — sub raportul proprietăţilor optice — al aerosolului atmosferic. Dar atunci şi dependenţa lui α faţă de r ar trebui să se restrângă. Or, după cum arată observaţiile spectrobolometrice, nu s'au înregistrat niciodată valori ale lui α mai mari de 2,5. Cât priveşte limita inferioară, ea e fixată deasupra lui 0,5. Astfel, $\beta\lambda^{-\alpha}$ ar putea fi o lege care, prin caracterul ei aproximativ, ar avea o aplicabilitate mai mare decât consideraţiile strict teoretice. Firește, cele arătate aici, nu rezolvă problema legăturii dintre α şi λ; dar ele recomandă această problemă cercetărilor viitoare.

In încheierea discuţiei, vom mai aminti concluziile la care ajunge Lejay [18]. Folosind o metodă spectroscopică originală, acest autor a arătat că legea $\beta\lambda^{-\alpha}$ se comportă ca şi cum atmosfera nu ar conţine decât particule de o singură dimensiune — ceea ce înseamnă că ea exprimă, în

mod valabil, extincția în funcție de o dimensiune mijlocie. L e j a y trage concluzia că « nicio altă expresie decât cea a lui Å n g s t r ö m nu poate reprezenta în mod corect absorpția » (produsă de suspensiile atmosferice) [18].

Verificarea legii în $\lambda^{-\alpha}$, în forma (14) sau (19), se poate face prin măsurători spectrale. Dar asemenea măsurători nu pot fi generalizate în măsura în care o cere tratarea statistică a problemei. Această tratare se poate face numai prin stabilirea unei metode de determinare simultană a lui α și β, din determinări actinometrice, executate în domenii spectrale diferite. Inainte de a arăta această metodă vom proceda la o prealabilă analiză geometrică a problemei, analiză care va permite critica felului în care s'a aplicat până acum legea $\beta\lambda^{-\alpha}$.

Vom presupune că α este independent de λ și vom arăta, la momentul potrivit, cum s'ar putea pune în evidență și studia o eventuală legătură între α și λ.

C. CRITICA METODEI LUI ÅNGSTRÖM

9. Am arătat că Å n g s t r ö m calculează integrala (10) pe cale grafică în ipoteza $\alpha = 1{,}3$. Folosirea tabelelor lui Hoelper, care dau pe β în funcție de I_M și M, echivalează cu rezolvarea ecuației

$$I_M = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda, M)\, e^{-\beta_{1,3}\lambda^{-1,3} M}\, d\lambda \tag{20}$$

în privința lui $\beta_{1,3}$. In realitate, α are o valoare deosebită de 1,3 și prin urmare același I_M trebue exprimat, conform ipotezei inițiale, prin

$$I_M = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda, M)\, e^{-\beta\lambda^{-\alpha} M}\, d\lambda. \tag{21}$$

Ceea ce înseamnă că $\beta_{1,3}$, determinat prin aproximarea lui α la valoarea 1,3, va fi în mod necesar diferit de β real. Acest lucru mai explică pentruce, în mod obișnuit, $\beta_{1,3}$ determinat în domeniile spectrale a și v, cum și pentru totalitatea spectrului solar (după eliminarea pierderii prin absorpția în vapori), conduce la valori care diferă între ele. Destul de des însă, toate aceste trei valori sunt egale, ceea ce arată că în asemenea cazuri α este realmente egal cu 1,3.

Integrarea ecuației (21), în care $\varphi(\lambda, M)$ se exprimă cu ajutorul funcției lui Kastrow și a legii lui Rayleigh, nu este posibilă. Cât privește integrarea grafică și exprimarea rezultatului prin tabele, ea este de asemenea imposibilă. Aceasta fiindcă (21) conține trei parametri variabili β, α, M, și pentrucă produsul βM nu poate fi luat ca parametru, deoarece M apare izolat în expresia lui $\varphi(\lambda, M)$.

Prin eliminarea lui I_M între (20) și (21) obținem

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda, M)\, e^{-\beta_{1,3}\lambda^{-1,3} M}\, d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda, M)\, e^{-\beta\lambda^{-\alpha} M}\, d\lambda. \tag{22}$$

Această ecuație exprimă o importantă dată geometrică a problemei, anume că ariile subîntinse de curbele

$$I_{\lambda,1,3} = \varphi(\lambda, M)\, e^{-\beta_{1,3}\lambda^{-1,3}M}, \tag{23}$$

$$I_{\lambda,\alpha} = \varphi(\lambda, M)\, e^{-\beta\lambda^{-\alpha}M} \tag{24}$$

sunt egale. Să ne oprim asupra acestui lucru și să observăm că aceste curbe vor diferi una de cealaltă. Totuși pentru ca condiția (22) să fie satisfăcută, e necesar ca cele două curbe să se întretaie la o lungime de undă cuprinsă în domeniul spectral considerat. Fie λ_p această lungime de undă. Ea este dată de $I_{\lambda,1,3} = I_{\lambda,\alpha}$ și prin urmare

$$\beta\lambda_p^{-\alpha} = \beta_{1,3}\lambda_p^{-1,3} \tag{25}$$

ceea ce conduce la

$$\lambda_p = \left(\frac{\beta}{\beta_{1,3}}\right)^{\frac{1}{\alpha-1,3}}. \tag{26}$$

La această abscisă curbele coincid; de o parte și de alta, ele se separă, așa cum arată figura 3, pentru totalitatea spectrului solar. Această separare nu se face însă oricum. Ea e determinată de condiția (22), care arată că ariile subîntinse de cele două curbe trebue să fie egale. Și cum în ecuațiile noastre $\varphi(\lambda, M)$, α și β sunt dați, $\beta_{1,3}$ apare ca un factor de ajustare și egalizare a ariilor. In consecință, acest coeficient nu poate avea decât valoarea pe care i-o impune α și β pentru un M dat, cu alte cuvinte.

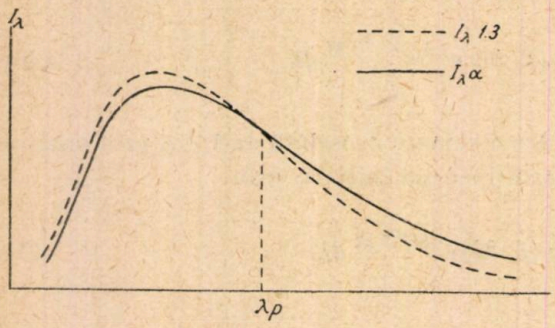


Fig. 3

— $\beta_{1,3}$ este o funcție de α, β și M.

Așa dar $\beta_{1,3}$ nu reprezintă numai cantitatea de suspensii pe unitatea de volum așa cum s'a admis, implicit, până în prezent.

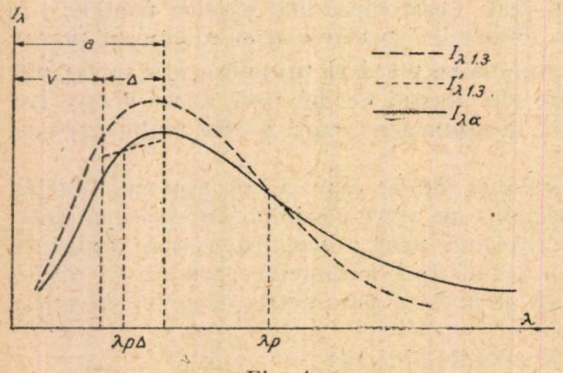


Fig. 4

Să considerăm acum figura 4. Curba punctată reprezintă funcția $I_{\lambda,1,3}$ care satisface condiția (22) pentru totalitatea spectrului solar. Este evident că pentru un domeniu spectral dat, condiția (22) va fi satisfăcută de o altă funcție $I'_{\lambda,1,3}$. Cum α și β rămân neschimbați, urmează că $\beta_{1,3}$ determinat în domeniul spectral considerat va fi în mod necesar diferit de $\beta_{1,3}$ referitor la tota-

litatea spectrului. Acest lucru rămâne valabil și pentru orice pereche de domenii spectrale distincte. Găsim astfel motivul pentru care:

— Când $\alpha \neq 1{,}3$, valorile lui $\beta_{1,3}$ determinate pentru totalitatea spectrului și în domenii diferite ale acestuia, diferă între ele.

Evident, atunci când $\alpha = 1{,}3$, curbele $I_{\lambda,\,1,3}$ coincid cu curba $I_{\lambda,\alpha}$ și toți coeficienții $\beta_{1,3}$ capătă aceeași valoare, egală cu β.

Să scriem ecuația (25), rezolvată în privința lui $\beta_{1,3}$ pentru domeniile v, a, și Δ — notând totodată valorile corespunzătoare ale lui $\beta_{1,3}$ prin β_v, β_a și β_Δ

$$\left.\begin{aligned} \beta_v &= \beta\lambda_{pv}^{1,3-\alpha} \\ \beta_a &= \beta\lambda_{pa}^{1,3-\alpha} \\ \beta_\Delta &= \beta\lambda_{p\Delta}^{1,3-\alpha} \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

în care, conform definiției date domeniilor spectrale,

$$\lambda_{pv} < \lambda_{pa} < \lambda_{p\Delta}\,. \tag{28}$$

Să considerăm acum raportul

$$\frac{\beta_a}{\beta_v} = \left(\frac{\lambda_{pa}}{\lambda_{pv}}\right)^{1,3-\alpha}. \tag{29}$$

Cum $\dfrac{\lambda_{pa}}{\lambda_{pv}} > 1$, urmează că

$$\left.\begin{aligned} &\text{dacă } \alpha > 1{,}3, && \frac{\beta_a}{\beta_v} < 1 \\ &\text{dacă } = 1{,}3, && = 1 \\ &\text{dacă } < 1{,}3, && > 1 \end{aligned}\right\}. \tag{30}$$

Raționamentul este valabil și pentru celelalte rapoarte, astfel că:

— Atunci când $\dfrac{\beta_a}{\beta_v}$, $\dfrac{\beta_\Delta}{\beta_a}$ și $\dfrac{\beta_\Delta}{\beta_v}$ sunt subunitare, $\alpha > 1{,}3$ — după cum o valoare supraunitară a rapoartelor implică $\alpha < 1{,}3$.

Această regulă poate fi completată dacă observăm că prin variația lui α sau β, λ_p se va deplasa în fiecare din domeniile considerate, în același sens. Putem presupune atunci că rapoartele $\dfrac{\lambda_{pa}}{\lambda_{pv}}\ldots$ vor fi apreciabil mai puțin influențate de variația lui α și β, decât $\lambda_{pa}\ldots$ ceea ce înseamnă că:

— In primă aproximație, $\log\dfrac{\beta_a}{\beta_v}$, $\log\dfrac{\beta_\Delta}{\beta_a}$ și $\log\dfrac{\beta_\Delta}{\beta_v}$ dau o măsură a exponentului α.

Rezultatul acesta, dedus dintr'o simplă discuție geometrică a problemei, este important și ar putea constitui el singur un mijloc de apreciere a ordinei de mărime a particulelor difuzante din atmosferă.

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

10. In încheierea acestei discuţii, să cercetăm dacă $\beta_{1,3}$ poate fi considerat ca o măsură, fie şi aproximativă, a opacităţii atmosferice. Pentru aceasta, să rezolvăm ecuaţia (25) în privinţa lui $\beta_{1,3}$

$$\beta_{1,3} = \beta\lambda_p^{1,3-\alpha} \tag{31}$$

şi să calculăm diferenţiala totală

$$d\beta_{1,3} = \lambda^{1,3-\alpha}\, d\beta - \beta\lambda_p^{1,3-\alpha} \mathrm{Ln}\lambda_p\, d\alpha. \tag{32}$$

Luăm $\alpha = 1{,}3$ şi trecem la variaţii finite

$$\Delta\beta_{1,3} = \Delta\beta - \beta \mathrm{Ln}\lambda_p\, \Delta\alpha, \tag{33}$$

sau:

$$\Delta\beta_{1,3} = \Delta\beta \left(1 - \beta\, \mathrm{Ln}\lambda_p \frac{\Delta\alpha}{\Delta\beta}\right). \tag{34}$$

Din această relaţie constatăm următoarele:

a) Variaţia lui $\beta_{1,3}$ este proporţională cu cea a lui β. Factorul de proporţionalitate însă depinde de $\mathrm{Ln}\lambda_p$, variaţia lui α şi cea a lui β.

b) Când $\Delta\alpha = 0$, factorul de proporţionalitate este egal cu 1 şi $\Delta\beta_{1,3} = \Delta\beta$, oricare ar fi valoarea celorlalţi factori.

c) Presupunând că λ_p rămâne constant, şi dacă variaţiile lui α şi β sunt egale în valoare absolută, $\Delta\beta_{1,3}$ continuă să fie proporţional cu $\Delta\beta$. Atât numai că factorul de proporţionalitate este diferit de 1, valoarea şi semnul lui fiind hotărîte de $\beta \dfrac{\Delta\alpha}{\Delta\beta}$.

d) O asemenea situaţie nu se poate produce însă fiindcă variaţia diurnă a stării fizice a aerului va acţiona asupra lui α şi β diferit sau cel puţin independent. Variaţiile umidităţii relative vor influenţa pe α prin modificarea dimensiunilor nucleelor-picături. Independent de aceasta, acţiunea convecţiei termice, deşi importantă, va avea efecte mai slabe asupra lui β, ceea ce înseamnă că $\Delta\beta_{1,3}$ va fi influenţat în mod deosebit de variaţiile lui α şi β şi că prin urmare:

e) $\beta_{1,3}$ exprimă atât conţinutul cât şi ordinea de mărime a particulelor difuzante din atmosferă, într'un mod complex, care îl face impropriu pentru caracterizarea opacităţii aerului.

Situaţia se complică dacă ţinem seama că λ_p variază cu α, β şi masa atmosferică M. Această variaţie este însă limitată în mod natural de marginile domeniului spectral considerat, ceea ce înseamnă că, prin îngustarea domeniilor, influenţa variaţiei lui λ_p se reduce. Prin urmare:

f) Variaţia lui $\beta_{1,3}$ este influenţată de masa atmosferică, variabilă în timp, cu atât mai mult cu cât domeniul considerat este mai larg.

După cum am arătat şi la punctul precedent, $\beta_{1,3}$ depinde de M. Prin urmare, acest coeficient trebue să prezinte un mers virtual conform expresiei consacrate. Până acum se presupunea că $\beta_{1,3}$ nu prezintă un asemenea mers. In realitate el există şi lucrul se dovedeşte pe două căi.

Să presupunem că $\alpha = 0$. In acest caz, (21) devine

$$I_M = e^{-\beta_0 M} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda, M)\, d\lambda. \tag{35}$$

Valorile integralei, care reprezintă densitatea de flux a radiației solare după traversarea unei atmosfere pure și uscate la diferiți M, sunt cunoscute (punctul 1). Cu aceste valori am calculat pe I_M pentru diferiți β_0. Apoi, folosind tabelele lui Hoelper, calculate în ipoteza $\alpha = 1{,}3$, am determinat pe $\beta_{1,3}$ corespunzător valorilor lui I_M. Rezultatele se găsesc în tabloul Nr. 4. Cum vedem, pentru cazul când $\alpha \neq 1{,}3$, $\beta_{1,3}$ depinde de M, cu alte cuvinte are un mers virtual.

Tabloul Nr. 4

	M		1	2	4	6
β_0	0,05	β_a	0,018	0,019	0,020	0,021
		β_ν	0,017	0,017	0,018	0,018
	0,10	β_a	0,037	0,038	0,041	0,043
		β_ν	0,033	0,034	0,035	0,037
	0,20	β_a	0,075	0,079	0,084	0,087
		β_ν	0,067	0,068	0,071	0,075

Mersul virtual trebue să apară și la valorile lui $\beta_{1,3}$ deduse din observații actinometrice. In acest scop am grupat după M valorile lui $\beta_{1,3}$ calculate de Hoelper [7] din observații făcute la Potsdam, între anii 1932 și 1936. In tabloul Nr. 5 se găsesc valorile mijlocii ale lui β_a și β_Δ, în funcție de M. Prin n s'a notat numărul de valori care au servit la calculul mediilor. Tehnica operației a fost următoarea: mai întâi am ales zile în care observațiile au fost executate la mase atmosferice cuprinse în intervalele $1-2$, $2-3$, $3-4$,

Tabloul Nr. 5

M	1,6	2,4	3,4	4,5	5,9
β_a	0,090	0,080	0,061	0,073	0,062
β_Δ	0,076	0,070	0,054	0,074	0,059
n	30	30	30	19	24
$\beta_a - \beta_\Delta$	0,014	0,010	0,007	— 0,001	0,003

$4-5$, >5. Apoi pentru fiecare interval am făcut, separat, media valorilor lui M și cea a valorilor lui $\beta_{1,3}$. Saltul care apare între masele 3,4 și 4,5 se datorește faptului că am fost nevoiți să folosim zile de vară cu observații la mase mici, împreună cu zile de iarnă având observații la mase mari.

Tabloul Nr. 5 arată că în adevăr $\beta_{1,3}$ prezintă un mers virtual și e surprinzător că lucrul acesta nu a fost semnalat până acum.

Același tablou arată că mersul virtual este mai slab pentru β_Δ decât pentru β_a. Explicația e simplă dacă ne referim la cele arătate mai înainte și anume că mersul virtual trebue să fie mai mic pentru coeficienți deduși din observații executate în domenii spectrale mai înguste.

In sfârşit, o ultimă observaţie: în timp ce pentru $\alpha=0$ (tabloul Nr. 4) mersul virtual este crescător, la Potsdam (tabloul Nr. 5) el este decrescător. Ceea ce înseamnă că în această localitate α este în genere mai mare ca 1,3.

Toate aceste lucruri arată că $\beta_{1,3}$ nu este indicat pentru a caracteriza opacitatea aerului.

D. DETERMINAREA LUI α ŞI β

11. După cum am spus (punctul 9), relaţia

$$\frac{\beta_a}{\beta_v}=\left(\frac{\lambda_{pa}}{\lambda_{pv}}\right)^{1,3-\alpha} \tag{36}$$

ar putea să servească la determinarea lui α dacă raportul $\frac{\lambda_{pa}}{\lambda_{pv}}$ ar fi independent de α şi β şi dacă am avea posibilitatea să-l determinăm pe o cale oarecare. O asemenea operaţie presupune însă determinarea prealabilă a lungimilor de undă λ_{pa} şi λ_{pv}. Este posibil acest lucru?

Curbele $I_{\lambda,1,3}$ şi $I_{\lambda,\alpha}$ date de (23) şi (24) se descompun în curbele $\varphi(\lambda, M)$, $e^{-\beta_{1,3}\lambda^{-1,3}M}$ şi $e^{-\beta\lambda^{-\alpha}M}$. In figura 5 este reprezentată funcţia $\varphi(\lambda, M)$ pentru diferite valori ale lui M, iar în figura 6 funcţia exponenţială pentru diferite valori ale lui α şi βM. Se vede că în domeniile v şi Δ, funcţiile exponenţiale se pot reprezenta, într'o primă aproximaţie, prin linii drepte. Or intersecţia a două drepte AB şi $A'B'$ (fig. 7) în

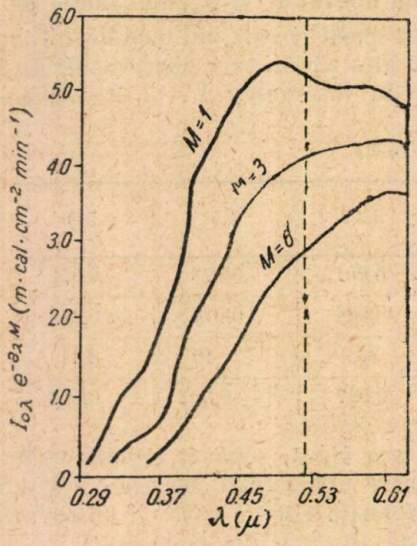


Fig. 5

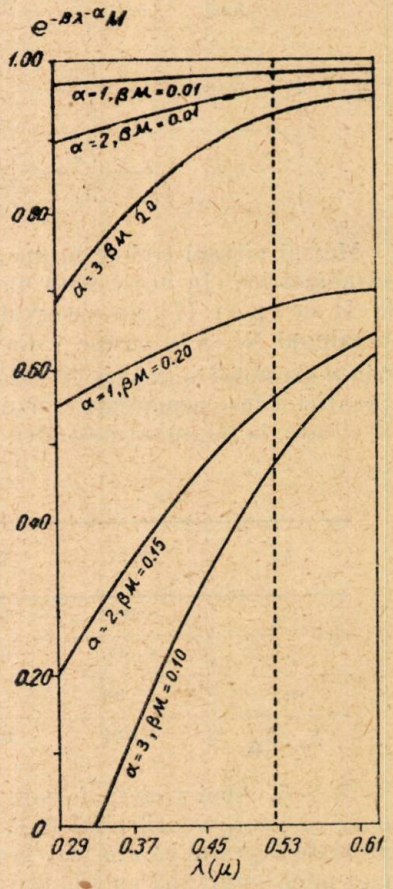


Fig. 6

condiția $AB\lambda_1\lambda_2 = A'B'\lambda_1\lambda_2$, se găsește la $\lambda_p = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$. Nu același lucru se poate spune însă și despre curbele $I_{\lambda,1,3}$ și $I_{\lambda,\alpha}$.

Este clar că intersecția acestor curbe variază cu α, β și M; de asemenea că λ_p nu ar putea fi determinat pe această cale nici atunci când am aproxima funcția $\varphi(\lambda, M)$ printr'o familie de drepte.

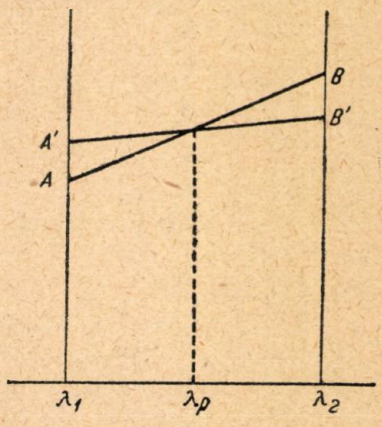


Fig. 7

12. Lucrurile acestea arată că problema noastră nu poate fi rezolvată decât dacă reușim să integrăm ecuația (21). Singura cale de integrare pe care am găsit-o aplicabilă, ne-a fost indicată de caracterul geometric al funcției $e^{-\beta\lambda-\alpha_M}$ în domeniile de integrare. După cum am spus, putem presupune că în aceste domenii funcția e practic liniară. O aproximație mult mai bună se obține însă dacă reprezentăm funcția printr'o ramură de parabolă, definită prin trei puncte comune.

Vom scrie deci în locul lui (21)

$$I_M = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda, M)[A'\lambda^2 + B'\lambda + C']\,d\lambda \tag{37}$$

sau

$$I_M = A'\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \lambda^2\varphi(\lambda, M)\,d\lambda + B'\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \lambda\varphi(\lambda, M)\,d\lambda + C'\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda, M)\,d\lambda. \tag{38}$$

Aproximarea rămâne valabilă și în cazul când α este funcție de λ. Aceasta deoarece caracterul geometric al curbei care exprimă această funcție în domeniul considerat, nu s'ar putea schimba decât dacă minimul extincției, prevăzut de teoria lui Mie, s'ar produce în acel domeniu. După cum am mai arătat (punctul 8) minimul poate apare numai în cazuri de ceață, la extremitatea ultravioletă a spectrului solar. Dar aceste cazuri nu interesează problema noastră. Prima și a doua integrală se calculează pe cale grafică; valoarea celei de-a treia integrale e cunoscută și reprezintă densitatea de flux a radiației solare după traversarea unei atmosfere pure și uscate.

Dacă acum notăm cu λ', λ'' și λ''' trei lungimi de undă situate în domeniul spectral considerat, reprezentând abscisele intersecției celor două curbe, vom putea determina pe A', B' și C' scriind:

$$\left.\begin{aligned} A'\lambda'^2 + B'\lambda' + C' &= e^{-\beta\lambda'-\alpha_M} \\ A'\lambda''^2 + B'\lambda'' + C' &= e^{-\beta\lambda''-\alpha_M} \\ A'\lambda'''^2 + B'\lambda''' + C' &= e^{-\beta\lambda'''-\alpha_M} \end{aligned}\right\}. \tag{39}$$

Cu valorile lui A', B', C', ecuația (38) devine

$$\frac{I_M}{i_M} = a'e^{-\beta\lambda'-\alpha_M} + b'e^{-\beta\lambda''-\alpha_M} + C'e^{-\beta\lambda'''-\alpha_M} \tag{40}$$

în care

$$\left.\begin{aligned} a' &= \frac{1}{\Delta}[(\lambda'' - \lambda''') f_1 - (\lambda''^2 - \lambda'''^2) f_2 + (\lambda''^2\lambda''' - \lambda'''^2\lambda'')] \\ b' &= \frac{1}{\Delta}[(\lambda' - \lambda''') f_1 + (\lambda'^2 - \lambda'''^2) f_2 - (\lambda'^2\lambda''' - \lambda'''^2\lambda')] \\ c' &= \frac{1}{\Delta}[(\lambda' - \lambda'') f_1 - (\lambda'^2 - \lambda''^2) f_2 + (\lambda'^2\lambda'' - \lambda''^2\lambda')] \end{aligned}\right\} \quad (41)$$

$$\Delta = \lambda'^2(\lambda'' - \lambda''') - \lambda''^2(\lambda' - \lambda''') + \lambda'''^2(\lambda' - \lambda'') \quad (42)$$

$$i_M = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda, M)\, d\lambda \quad (43)$$

$$f_1 = \frac{1}{i_M}\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \lambda^2 \varphi(\lambda, M)\, d\lambda \quad (44)$$

$$f_2 = \frac{1}{i_M}\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \lambda \varphi(\lambda, M)\, d\lambda. \quad (45)$$

După cum am arătat, i_M e cunoscut, iar f_1 și f_2 se calculează prin integrare grafică pentru diferite valori ale lui M. Coeficienții a', b', c' se determină odată pentru totdeauna.

Dacă acum scriem ecuația (40) pentru trei domenii spectrale distincte, parțial suprapuse sau alăturate, și dacă λ', λ'' și λ''' sunt lungimi de undă aceleași pentru toate trei domeniile, obținem trei ecuații liniare cu trei necunoscute $e^{-\beta\lambda'^{-\alpha}M}$, $e^{-\beta\lambda''^{-\alpha}M}$ și $e^{-\beta\lambda'''^{-\alpha}M}$. Prin rezolvarea lor obținem valoarea acestor necunoscute, adică $e^{-a'\lambda'M}$, $e^{-a'\lambda''M}$ și $e^{-a'\lambda'''M}$. Cum M este dat, vom putea scrie în cele din urmă:

$$\left.\begin{aligned} \beta\lambda'^{-\alpha} &= a'_{\lambda'} \\ \beta\lambda''^{-\alpha} &= a'_{\lambda''} \\ \beta\lambda'''^{-\alpha} &= a'_{\lambda'''} \end{aligned}\right\} \quad (46)$$

Aplicăm logaritmii

$$\left.\begin{aligned} \log\beta - \alpha\log\lambda' &= \log a'_{\lambda'} \\ \log\beta - \alpha\log\lambda'' &= \log a'_{\lambda''} \\ \log\beta - \alpha\log\lambda''' &= \log a'_{\lambda'''} \end{aligned}\right\} \quad (47)$$

și observăm că dacă α este independent de λ, valorile acum cunoscute ale membrului al doilea se vor așeza după o dreaptă, în sistemul de axe dreptunghiulare, având în ordonată $\log a'_\lambda$, iar în abscisă $\log\lambda$. Panta acestei drepte dă pe α, iar intersecția ei cu axa ordonatelor, pe $\log\beta$.

Dacă însă α este o funcție de λ, în loc de dreaptă vom obține o curbă, α_λ fiind determinat de panta tangentei corespunzătoare abscisei $\log\lambda$. Odată α_λ cunoscut, din (47) se deduce $\log\beta$. In sfârșit, dacă legea (19) este

valabilă și dacă μ e determinat pe cale teoretică, din curba lui Stratton-Houghton, atunci putem calcula din α pe r, adică raza mijlocie a particulelor difuzante din atmosferă.

După cum vedem, metoda desvoltată aici ne dă posibilitatea să constatăm dacă în domeniile spectrale considerate, α este sau nu, independent de λ. Totodată ea ne permite să determinăm pe α și β în ambele cazuri.

13. Situația se complică dacă în aer se găsesc particule de fum și praf, în cantitate suficientă pentru ca efectul lor optic să nu fie neglijabil. Mai mari de 10 μ, aceste particule exercită o extincție independentă de lungimea de undă. Fie β_0 această extincție. In prezența ei, ecuațiile (46) devin

$$\left.\begin{aligned} \beta\lambda'^{-\alpha} + \beta_0 &= A'_{\lambda'} \\ \beta\lambda''^{-\alpha} + \beta_0 &= A'_{\lambda''} \\ \beta\lambda'''^{-\alpha} + \beta_0 &= A'_{\lambda'''} \end{aligned}\right\} \tag{48}$$

$A'_{\lambda'}$, $A'_{\lambda''}$, $A'_{\lambda'''}$ fiind coeficienții de extincție deduși în felul arătat la punctul precedent. Conform ecuațiilor (46) și (48), ei sunt:

$$A'_{\lambda'} = a'_{\lambda'} + \beta_0, \quad A'_{\lambda''} = a'_{\lambda''} + \beta_0, \quad A'_{\lambda'''} = a'_{\lambda'''} + \beta_0. \tag{49}$$

Evident, punctele $\log(a'_{\lambda'} + \beta_0)\ldots$, în diagrama $[\log A'_\lambda, \log\lambda]$, nu se vor mai așeza după o linie dreaptă, ci vor determina o curbă. Pentru motive pe care le vom cunoaște imediat, este necesar să determinăm sensul concavității curbei.

Să presupunem că α este independent de λ și că prin urmare:

$$\log\beta - \alpha\log\lambda = \log a'_\lambda \tag{50}$$

reprezintă o dreaptă. Inscriind în diagramă punctele $\log(a'_\lambda + \beta_0)$ ele se vor așeza, cum am spus, după o curbă. Considerăm atunci diferența

$$\Delta = \log a'_\lambda - \log(a'_\lambda + \beta_0) = -\log\left(1 + \frac{\beta_0}{a'_\lambda}\right) \tag{51}$$

știind că β_0 este pozitiv. Pe de altă parte, dacă α e constant, dreapta (50) este înclinată spre valorile mari ale lui λ, și prin urmare a'_λ descrește când λ crește. Revenind atunci la (51), observăm că pentru valori crescătoare ale lui λ, diferența Δ este negativă și crescătoare, ceea ce înseamnă că β_0 transformă dreapta (50) într'o curbă cu concavitatea în sus, curba tinzând asimptotic la această dreaptă, atunci când λ scade.

Să cercetăm acum felul în care se modifică dreapta (50) printr'o variație a lui α cu λ. Vom scrie

$$\log\beta - \alpha\log\lambda = \log B'_\lambda. \tag{52}$$

După cum arată figura 1 și 2, de asemenea și tabloul Nr. 3, când α crește — mai întâi prin valori negative — $\log B'_\lambda$ crește de asemenea. Când α se anulează, $\log B'_\lambda$ atinge maximul pentru ca apoi, α crescând prin valori pozitive, $\log B'_\lambda$ să descrească. Cu alte cuvinte, în diagrama noastră punctele se vor așeza după o curbă care va avea concavitatea în jos.

Rezultă că din aspectul curbei deduse din cele trei valori ale coeficientului de extincţie, vom putea şti dacă este vorba de o influenţă a fumului şi a prafului din atmosferă sau de o variaţie a lui α cu λ.

Cât priveşte cazul când ambele cauze intervin, discriminarea nu mai este posibilă. Vor fi necesare observaţii executate acolo unde β_0 e neglijabil, care să constate dacă variaţia lui α cu λ este neglijabilă. In caz afirmativ, pentru oricare loc de observaţie, ecuaţiile (48) ne dau posibilitatea să determinăm nu numai pe β şi α, dar şi pe β_0.

O indicaţie preţioasă asupra importanţei lui β_0 în extincţia atmosferică o putem obţine din determinări de vizibilitate, executate concomitent cu cele actinometrice. Aceasta fiindcă vizibilitatea e apreciabil influenţată de suspensiile relativ mari din atmosferă.

In sfârşit, folosind legea (19) putem substitui în (48) pe $\alpha = 4 - \frac{Ar}{\lambda}$ şi obţine în cele din urmă mărimile care ne interesează, β, β_0 şi $\alpha' = Ar$ [1]).

14. Aplicarea metodei arătată la punctele precedente presupune determinarea densităţii de flux în trei domenii spectrale, de preferinţă parţial suprapuse, dar distincte. Am arătat care sunt domeniile în care se măsoară I_M (tabloul Nr. 1), şi am precizat că pentru determinarea lui α şi β se pot folosi numai domeniile v, a şi Δ. De fapt noi nu dispunem decât de două domenii v şi a, pentrucă densitatea de flux în Δ se obţine prin diferenţa între densităţile de flux măsurate în celelalte două domenii. Ceea ce înseamnă că metoda noastră nu poate fi aplicată materialului actinometric adunat până în prezent, în diferitele staţii actinometrice. Dar ea se va putea aplica în viitor, dacă actinometrele vor fi prevăzute cu un filtru suplimentar, care să permită definirea unui al treilea domeniu sub 0,6 μ. Asemenea filtre există, cu aceleaşi proprietăţi în ceea ce priveşte curba de transparenţă, arătate la punctul 2 pentru filtrele RG_2 şi OG_1. Evident va fi nevoie de un prealabil studiu spectrografic şi o standardizare a condiţiilor de fabricaţie, ca şi pentru filtrele în uz.

15. Materialul actinometric adunat până în prezent este extrem de bogat şi el nu poate fi lăsat la o parte în studiul problemei expuse aici. De aceea am căutat modalităţile în care metoda ar putea fi aplicată şi atunci când nu dispunem decât de observaţii executate în două domenii spectrale. Singura cale posibilă este de a aproxima funcţia $e^{-\beta\lambda - \alpha_M}$, în totalitatea domeniilor a şi v, nu printr'o ramură de parabolă (trei puncte comune, trei ecuaţii), ci

[1]) Cu sau fără această substituţie, ecuaţiile (48) sunt de tipul

$$yA^x + z = B.$$

Pentru rezolvarea lor, eliminăm pe z între prima şi a doua şi între a doua şi a treia ecuaţie. Apoi între ecuaţiile rezultate, eliminăm pe y şi obţinem în cele din urmă:

$$\frac{A_1^x - A_2^x}{A_2^x - A_3^x} = \frac{B_1 - B_2}{B_2 - B_3} = C.$$

Cum limitele între care variază x sunt cunoscute, se construeşte în prealabil o tabelă sau o curbă care va da pe x în funcţie de C. Odată x cunoscut, determinarea lui y şi z se face fără nicio dificultate.

printr'un segment de dreaptă (două puncte comune, două ecuații). Privind figura 6, observăm că lucrul este valabil în primă aproximație pentru valori ale lui α inferioare sau egale cu 2,5 — aceasta fiind limita superioară a lui α determinată în atmosferă prin măsurători spectrobolometrice. Folosind această cale obținem însă, numai două ecuații (48) care nu pot fi folosite decât considerând că β_0 e neglijabil (adică așa cum a presupus Ångström, — cel puțin în bune condiții de transparență atmosferică) și că variația lui α cu λ e de asemenea neglijabilă. Cu aceste ipoteze obținem două ecuații cu două necunoscute α și β și poate că, pentru problemele de opacitate a aerului, metoda astfel simplificată ar putea duce la rezultate valabile. Firește, lucrul trebue încercat și de aceea vom arăta aici cum se pot obține valorile lui β și α din datele de observație, pe o cale care reduce calculele în mod considerabil.

16. Cu aproximația arătată în paragraful precedent, ecuația (37) devine:

$$I_M = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda, M)\,[A\,\lambda + B]\,d\lambda \tag{53}$$

sau

$$I_M = A\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \lambda\,\varphi(\lambda, M)\,d\lambda + B\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda, M)\,d\lambda \tag{54}$$

ar (41)

$$\frac{I_M}{i_M} = ae^{-\beta\lambda' - \alpha_M} + be^{-\beta\lambda'' - \alpha_M}, \tag{55}$$

în care

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{f - \lambda''}{\lambda' - \lambda''} \\ b &= \frac{\lambda' - f}{\lambda' - \lambda''} \\ f &= \frac{1}{i_M}\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda, M)\,d\lambda \end{aligned}\right\} \tag{56}$$

unde $a + b = 1$. După cum am spus, f se determină în funcție de M, prin integrări grafice, odată pentru totdeauna. Vom scrie pe (55) pentru domeniile spectrale a și v:

$$\left.\begin{aligned} \frac{I_a}{i_a} &= a_a e^{-\beta\lambda' - \alpha_M} + b_a e^{-\beta\lambda'' - \alpha_M} \\ \frac{I_v}{i_v} &= a_v e^{-\beta\lambda' - \alpha_M} + b_v e^{-\beta\lambda'' - \alpha_M} \end{aligned}\right\} \tag{57}$$

și vom nota totodată

$$\left.\begin{aligned} x &= e^{-\beta\lambda' - \alpha_M} \\ y &= e^{-\beta\lambda'' - \alpha_M} \end{aligned}\right\}. \tag{58}$$

Prin rezolvarea sistemului (57) obţinem

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{\frac{I_a}{i_a} b_v - \frac{I_v}{i_v} b_a}{a_a b_v - a_v b_a} \\ y &= \frac{\frac{I_v}{i_v} a_a - \frac{I_a}{i_a} a_v}{a_a b_v - a_v b_a} \end{aligned}\right\}. \tag{59}$$

Ţinând seama de (56), numitorul din (59) devine

$$a_a b_v - a_v b_a = \frac{f_a - f_v}{\lambda' - \lambda''} \tag{60}$$

iar sistemul (59)

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{\lambda' - f_v}{i_a (f_a - f_v)} I_a - \frac{\lambda' - f_a}{i_v (f_a - f_v)} I_v \\ y &= \frac{f_a - \lambda''}{i_v (f_a - f_v)} I_v - \frac{f_v - \lambda''}{i_a (f_a - f_v)} I_a \end{aligned}\right\}. \tag{61}$$

Odată x şi y cunoscuţi, (58) dă

$$\left.\begin{aligned} \log(\beta M) - \alpha \log \lambda' &= \log\left(-\frac{\log x}{\log e}\right) \\ \log(\beta M) - \alpha \log \lambda'' &= \log\left(-\frac{\log y}{\log e}\right) \end{aligned}\right\} \tag{62}$$

de unde

$$\alpha = \frac{\log \frac{\log x}{\log y}}{\log \lambda'' - \log \lambda'}. \tag{63}$$

Totodată

$$2 \log(\beta M) = \log(\log x \log y) + \alpha (\log \lambda' + \log \lambda'') - 2 \log(\log e). \tag{64}$$

Ecuaţiile (63) şi (64) dau pe α şi β în funcţie de I_a şi I_v pentru o valoare dată a lui M şi în funcţie de λ' şi λ''. Calculul este lung şi de aceea formulele nu pot fi folosite pentru fiecare determinare în parte. In consecinţă, vor trebui calculate tabele care să uşureze sau să suprime chiar, calculele numerice. Pentru aceasta scriem pe (63) în forma

$$10^{\alpha (\log \lambda'' - \log \lambda')} = \frac{\log x}{\log y}. \tag{65}$$

Totodată notăm

$$\alpha (\log \lambda' + \log \lambda'') - 2 \log(\log e) = \log \delta_\alpha, \tag{66}$$

ceea ce ne dă posibilitatea să scriem pe (64) în forma

$$\frac{(\beta M)^2}{\delta_\alpha} = \log x \log y. \tag{67}$$

Cu ajutorul lui (65) și (67) se tabelează $10^{\alpha(\log\lambda''-\log\lambda')}$ în funcție de α (tabela *B*) și $\frac{(\beta M)^2}{\delta_\alpha}$ în funcție de βM și α (tabela C). Totodată se calculează și tabelează în funcție de M, coeficienții care înmulțesc pe I_a și I_v din sistemul (61) (tabela A).

Cu acestea, determinarea lui α și β comportă următoarele etape:

— Plecând dela valorile măsurate ale lui I_a și I_v la un M dat, și folosind tabela A, se determină cu (61) x și y;

— Se calculează $\frac{\log x}{\log y}$ și $\log x \log y$ (calculul poate fi înlocuit prin tabele construite în acest scop);

— Cu valoarea lui $\frac{\log x}{\log y}$ obținem pe α din tabela B, iar cu cea a lui $\log x \log y$ și α, pe βM din tabela C;

— M fiind cunoscut, se deduce β.

Deocamdată ne mărginim să menționăm că gradul de precizie al aproximării printr'o linie dreaptă a funcției exponențiale în domeniile spectrale considerate, depinde, într'o mare măsură, de alegerea lungimilor de undă λ' și λ''.

17. In sfârșit, mai trebue arătat că se poate ține seama de variația lui α cu λ chiar și atunci când folosim numai două domenii spectrale. Aplicând legea (19) putem lua $\alpha = 4 - \frac{Ar}{\lambda}$, considerând pe Ar ca expresie a ordinei de mărime a particulelor difuzante. Această substituție trebue făcută în (62). Metoda de calcul rămâne aceeași și tabelele finale ne vor da pe β și Ar.

O asemenea operație rămâne condiționată de aproximarea funcției exponențiale printr'o linie dreaptă.

E. CONSIDERAȚII FINALE

Lucrarea de față are drept scop cercetarea problemei aplicabilității legii $\beta\lambda^{-\alpha}$ în cazul aerosolului atmosferic, precum și stabilirea unei metode de determinarea coeficientului de opacitate β și exponentului de mărime α, pe cale actinometrică. Lucrarea a pornit din dorința de a găsi o caracterizare mai completă și expresivă a opacității atmosferice. Calea pe care am urmat-o ne-a arătat însă, că acest scop poate fi depășit. Metoda de determinare a lui β și α este, în primul rând, o metodă de stabilire a trei coeficienți monocromatici de extincție în aerosolul atmosferic, independent de legea după care se produce extincția. Această determinare se face pe cale actinometrică — lucru imposibil până în prezent — ceea ce deschide actinometriei meteorologice noi posibilități de cercetare.

Desigur, metoda arătată în această lucrare este mult mai puțin precisă decât metodele spectrobolometrice și spectrofotometrice. In schimb, ea are avantajul de a putea fi aplicată pe o scară largă, în mod continuu și în foarte numeroasele stații actinometrice de pe glob. In felul acesta se vor obține rezultate care, prin numărul lor și varietatea condițiilor atmosferice la care

se referă, vor fi cel puţin tot atât de interesante ca şi determinările pe cale spectrală, rare şi mai curând ocazionale.

In sfârşit, mai trebue arătat că cei trei coeficienţi monocromatici pot da, ei singuri, o bună caracterizare a opacităţii aerului, şi lucrul merită desigur să fie încercat şi studiat.

РАССЕИВАНИЕ СОЛНЕЧНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В АТМОСФЕРИЧЕСКОМ АЭРОСОЛЕ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

А. После краткого изложения методов для определения мутности воздуха, показывается необходимость установления метода для одновременного определения актинометрическими наблюдениями как коэффициента мутности β, так и показателя α, выражающих порядок величины рассеивающих частиц атмосферы (1—5).

Б. Обсуждается достоверность закона $\beta\lambda^{-\alpha}$. Исходя из теории Миэ и используя кривую Стрэттона и Гаутэна, показывают, что в области $0 \leqslant \frac{r}{\lambda} \leqslant 1{,}6\,\mu$, в которой α характеризует единственное значение радиуса капель, соотношение между α и $\frac{r}{\lambda}$ можно считать линейным. Это приводит к уравнению (18), в котором $B = 4$, при A постоянной. Следовательно уравнение (19) можно считать обобщением уравнения (14) (6).

Приводятся исследования Дэссена, согласно которым в нормальных условиях рассеивание происходит почти исключительно благодаря водяным каплям радиуса $0{,}5 \leqslant r \leqslant 0{,}1\ \mu$, которые находятся в пределах достоверности вышеприведенного закона. В случае атмосферы, в которой находятся капли разных размеров, но преобладают размеры, указанные Дэссеном, наличие капель, размеры которых превосходят допущенный предел, не ограничивает применяемость закона; действие этих капель состоит в уменьшении убывания α, когда $\frac{r_m}{\lambda}$ растет. В этих условиях α будет выражать порядок величины частиц, которые своими размерами и числом оказывают наиболее сильное рассеивающее действие (7). Обсуждаются данные наблюдения, по которым следует, что закон $\beta\lambda^{-\alpha}$ можно было бы применять и к атмосфере и что изменение α в зависимости от λ мало и незаметно (8).

В. Переходя к критике метода Ангштрома для случая, когда α независимо от λ, показывают, что уравнение (22) выражает данную основную геометрическую задачу, а именно: площади, определенные осью абсцисс и кривыми (24) и (25), должны быть равными. Данные кривые пересекаются в точке с абсциссой, равной длине волны λ_p уравнения (27). В этих условиях $\beta_{1,3}$ является корректирующим и уравнивающим множителем вышеупомянутых площадей и следовательно функцией α, β, M. С другой стороны, уравнение (30) приводит

к условиям (31). По причинам, изложенным в тексте, $\log\frac{\beta_a}{\beta_v}$ дает в первом приближении меру для α (**9**).

Далее показывается, что $\beta_{1,3}$ (определенный в предположении $\alpha = 1{,}3$) должно изменяться в зависимости от атмосферной массы, и эта зависимость должна быть сильной, когда спектральная область, в которой определяли $\beta_{1,3}$, была более широкой. Это положение подтверждается таблицей 6, составленной с значениями $\beta_{1,3}$, выведенными Гельпером из наблюдений, сделанных в Потсдаме (**10**).

Г. Одновременное определение α и β нельзя получить исходя из уравнения (37) (**11**). Взамен, как видно из рис. 6, в спектральных областях a и v (таблица 1) экспоненциальная функция (21) может быть представлена отрезком параболы, что приводит к (38) и (39). Для определения коэффициентов A', B', C' с помощью (40), получается уравнение (41). Три таких уравнения, относящиеся к трем частично покрывающимся или смежным спектральным областям, для которых $\lambda', \lambda'', \lambda'''$ имеют равное значение, приводят к определению монохроматических коэффициентов затухания для соответствующих длин волны ($a'_{\lambda'}$, $a'_{\lambda''}$, $a'_{\lambda'''}$). Если α постоянно, точки $\log a'_{\lambda'}$ разместятся на диаграмме [$\log a'_\lambda$, $\log\lambda$] тремя точками по прямой линии. Наклон прямой $-\alpha$, а ее пересечение с осью ординат $\log\beta$. Если α является функцией λ, вместо прямой получим кривую, причем α_λ равно наклону касательной. Нужно отметить, что апроксимирование экспоненциальной функции отрезком параболы остается справедливым и в случае, когда α является функцией λ. Это имеет место благодаря тому, что геометрический характер экспоненциальной кривой может измениться только в случае, если минимум затухания, предусмотренный теорией Миэ попал бы в расматриваемую спектральную область. Но этот минимум появляется в солнечном спектре только в случаях тумана, которые не интересуют нашу задачу (**12**).

В случае, когда в воздухе находятся частицы дыма или пыли, которые вызывают затухание β_0 независимо от λ, получили систему (48). Показывается, что изменение α в зависимости от λ переводит прямую (50) в кривую с вогнутостью вниз, наличие β_0 приводит к кривой с вогнутостью вверх. Если наблюдения, произведенные в области, где β_0 можно пренебречь, покажут, что изменение α в зависимости от λ незначительно, тогда (48) позволит определить α, β и β_0. Если закон (19) справедлив, мы можем заменить в (19) $\alpha = 4 - \frac{Ar}{\lambda}$ и получим $\alpha' = \frac{Ar}{\lambda}$, β и β_0 (**13**).Для применения этого метода необходимо выполнить актинометрические измерения в трех, а не только в двух спектральных областях, ниже 0,6 μ (**14**).

Для использования собранного до сих пор актинометрического материала предлагается апроксимирование экспоненциальной функции, в областях a и v, прямой линией. В этом случае, предполагая, что β_0 можно пренебречь и изменением α в зависимости от λ также мож-

но пренебречь, получают два уравнения с двумя неизвестными α и β (57). Показывается метод, которым оба неизвестные могут быть определены из данных наблюдения, только при помощи таблиц (16). Можно учесть изменения α от λ, если — принимая во внимание (19) — сделать в (62) замену $\alpha = 4 - \frac{Ar}{\lambda}$ и считать Ar как выражение порядка величины рассеивающих частиц атмосферы (17).

Метод, изложенный в этой работе, можно применить и для случая, когда не используется закон $\beta\lambda^{-\alpha}$. Он приводит к определению трех монохроматических коэффициентов, которые можно использовать для различных целей и для охарактеризования мутности воздуха.

LA DIFFUSION DES RADIATIONS SOLAIRES DANS L'AÊROSOL ATMOSPHÈRIQUE

(RÉSUMÉ)

A. Après une courte présentation des procédés de détermination de l'opacité atmosphérique, on insiste sur la nécessité d'établir une méthode pour la détermination simultanée, par observations actinométriques, du facteur d'opacité β et de l'exposant α, exprimant l'ordre de grandeur des particules diffusantes de l'atmosphère (**1**—**5**).

B. On discute la valabilité de la loi $\beta\lambda^{-\alpha}$. En partant de la théorie de Mie et utilisant la courbe de Stratton et Houghton, on montre que dans le domaine $0 \leqslant \frac{r}{\lambda} \leqslant 1{,}6\ \mu$ dans lequel α caractérise une valeur unique du rayon r des gouttelettes, la relation entre α et $\frac{r}{\lambda}$ peut être considérée comme linéaire. Ceci conduit à l'équation (18) dans laquelle $B = 4$, A étant une constante. Par conséquent, l'équation (19) peut être considérée comme une généralisation de (14), (**6**).

On rappelle les recherches de D e s s e n s selon lesquelles, dans des conditions normales, la diffusion est produite par des gouttelettes d'eau de rayon $0{,}5 \leqslant r \leqslant 0{,}1\ \mu$. Ces particules se trouvent dans le domaine de validité de la loi (19). Si parmi les gouttelettes de Dessens il en existe d'autres plus volumineuses, la loi continue d'être valable; leur action sera une diminution de la décroissance de α pour des valeurs croissantes de $\frac{r_m}{\lambda}$. Par conséquant α exprimera l'ordre de grandeur des particules qui, — par leur nombre et leurs dimensions, — ont la plus grande action diffusante (**7**). On discute les données d'observation selon lesquelles la loi $\beta\lambda^{-\alpha}$ serait applicable à l'atmosphère, la variation de α en fonction de λ étant négligeable ou inexistante (**8**).

C. On procède à la critique de la méthode Ångström. En supposant α indépendant de λ, l'équation (22) exprime une donnée fondamentale du problème. A savoir: les aires comprises entre l'axe des abscisses et les courbes

(24) et (25) sont égales. Ces courbes s'entrecroisent à la longueur d'onde λ_p donnée par (27). Dans ces conditions $\beta_{1,3}$ doit être considéré comme un facteur d'ajustage et d'égalisation des aires et par conséquent, fonction de α, β et M. D'autre part, l'équation (30) conduit aux conditions (31). On montre que $\log \frac{\beta_a}{\beta_v}$ donne, en première approximation, une mesure de α (**9**). La variation de $\beta_{1,3}$ en fonction de M est confirmée par le tableau 5 (**10**).

D. Dans les régions spectrales *a* et *v* (tableau 1), la fonction exponentielle qui figure en (21) peut être représentée par un segment de parabole (figure 6). Par conséquent, nous pouvons écrire les équations (38) et (39). On détermine les coefficients A', B', C' et on obtient (41). Trois équations (41) valables pour trois régions spectrales, en partie superposées ou contiguës, dans lesquelles λ', λ'', λ''' ont les mêmes valeurs, donnent les coefficients d'extinction pour ces longueurs d'onde. L'opération est valable même si α varie en fonction de λ. En effet, le caractère géométrique de la courbe exponentielle ne peut changer que si le minimum prévu par la théorie de Mie se trouve dans la région spectrale considérée. Or, le minimum n'a pas été observé jusqu'à présent dans le spectre solaire (**11**).

Dans le cas où α est indépendant de λ, les valeurs de $\log a'_\lambda$, ... obtenues à partir de (41), seront représentées dans le diagramme [$\log a'_\lambda$, $\log \lambda$] par trois points en ligne droite. Si α varie en fonction de λ, au lieu d'une droite, on obtient une courbe. Dans les deux cas on peut déterminer α et β (**12**).

Si l'atmosphère contient de grosses particules (poussières, fumées) exerçant une extinction β_0 indépendante de λ, nous aurons le système (48). On montre que β_0 transforme la droite (50) en une courbe ayant la concavité dirigée dans le sens positif des ordonnées, tandis qu'une variation de α en fonction de λ conduit à une courbe ayant la concavité en sens inverse. En appliquant la loi (19) d'après laquelle $\alpha = 4 - \frac{Ar}{\lambda}$, on obtient par la solution de (48) les inconnues β, β_0, Ar, la dernière caractérisant l'ordre de grandeur des particules diffusantes (**13**).

La méthode n'est applicable que si l'on dispose d'observations actinométriques exécutées dans trois régions spectrales au-dessus de 0,6 μ. L'utilisation des observations exécutées dans deux régions spectrales (*a* et *v*) n'est possible que si la fonction exponentielle est approximée par une ligne droite. Considérant que la variation de α en fonction de λ est négligeable et en l'absence de grosses particules ($\beta_0 = 0$) on obtient (57). On indique la voie par laquelle on peut déterminer α et β à l'aide de tables de calcul (**16**). Dans le cas où la variation de α ne peut être négligée, on introduit en (57) $\alpha = 4 - \frac{Ar}{\lambda}$ et l'on obtient β et Ar (**17**).

La méthode s'applique même si l'on n'utilise pas la loi $\beta\lambda^{-\alpha}$. Elle conduit à la détermination de trois coefficients d'extinction, monochromatiques, qui peuvent être utilisés à diverses fins, parmi lesquelles la caractérisation de l'opacité atmosphérique.

BIBLIOGRAFIE

1. W. Kastrov, Met. Zeit., 1928, v. 45, p. 377; 1930, v. 47, p. 140.
2. F. Linke, *Handbuch der Geophysik*. Borntraeger, Berlin, 1934, v. 8, fasc. 2.
3. — *Meteorologisches Taschenbuch*. Becker-Erler, Leipzig, 1948, v. 4.
4. M. Herovanu, Publ. Inst. Met. Centr., Memorii şi Studii, Bucureşti, 1938, v. III, Nr. 1.
5. A. Ångström, Geografiska Annaler, 1929, v. 11, p. 156; 1930, v. 12, p. 130.
6. O. Hoelper, Jahrbuch Met. Obs., Aachen, 1933.
7. — Reichsamt f. Wetterdienst, wiss. Abh. 1939, v. V, Nr. 10.
8. L. Manontova, J. Hromov, Met. Zeit., 1933, v. 50, p. 11.
9. M. N. Polakova, Journ. of Geoph. U.R.S.S., 1935, v. 5, p. 39.
10. N. I. Barbaumof, Journ. of Geoph., U.R.S.S., 1934, v. 4, p. 1911.
11. S. P. Hromov, *Meteorologia sinoptică*. Bucureşti, 1947.
12. K. S. Sifrin, *Rasseianie sveta v mutnoi srede*. Gostehizdat, Moscova, 1951.
13. H. Dessens, Ann. de Geoph. 1945, v. 1, p. 157; 1946, v. 2, p. 69, 276, 343; 1947, v. 3, p. 68; 1950, v. 6, p. 331; 1952, v. 8, p. 21.
14. — La Météorologie, 1947, v. 23, p. 328.
15. L. Foitzik, Zeit. f. Met., 1950, v. 4, p. 321.
16. A. Vassy, E. Vassy, Journ. de Phys., 1939, v. 10, p. 459.
17. H. S. Coleman, H. E. Rosenberg, Journ. of. Met., 1950, v. 7, p. 259.
18. P. Lejay, C. R. Acad. Sci. Paris, 1938, v. 207, p. 439.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul IV, Nr. 3—4, 1953

O METODĂ GRAFICĂ PENTRU DETERMINAREA SUPRAFEŢEI DE SEPARARE A DOUĂ STRATURI ÎN PROSPECŢIA SEISMICĂ *)

DE

AURELIAN IACOVACHE

Prospecţia seismică studiază formaţiile geologice ale subsolului, pune în evidenţă diferite straturi, întinderile, grosimile şi înclinările straturilor faţă de suprafaţa pământului şi în unele cazuri natura rocilor componente. In acest scop, se provoacă un slab seism, o explozie, care este înregistrată de seismografe, numite geofoane, aşezate pe suprafaţa pământului coliniar cu locul exploziei.

Fie două straturi omogene şi elastic izotrope, E, locul exploziei şi $A_1, A_2, \ldots, A_i, \ldots, D_1, D_2, \ldots, D_j, \ldots$ poziţiile geofoanelor aşezate de o parte şi de alta de locul exploziei. Presupunem suprafaţa de separare a celor două medii plană.

Figura 1 reprezintă planul de profil determinat de dreapta geofoanelor şi de normala coborâtă din E pe suprafaţa de separare a celor două medii, SS' dreapta de separare a celor două medii în planul de profil. In cazul când straturile sunt omogene şi elastic izotrope, razele seismice ale suprafeţelor de undă, provocate de explozie, vor fi linii drepte.

Fie V_1 şi V_2, vitezele undelor longitudinale în primul şi al doilea strat. Conform principiului lui Fermat, între raza incidentă şi cea refractată, avem relaţia

$$\frac{\sin i}{V_1} = \frac{\sin r}{V_2}$$

unde i şi r sunt unghiurile razei incidente şi refractate la suprafaţa de separare. In cazul când $V_2 > V_1$ avem $r > i$ şi dela limita $r = 90°$ avem reflexie totală,

$$\frac{V_1}{V_2} = \sin i_0 . \qquad (1)$$

Dela această limită, suprafaţa de undă refractată în mediul al doilea va face emisiuni în primul strat. Noua suprafaţă de undă va fi recepţionată de geofoane. Razele seismice, ale acestei suprafeţe de undă, vor face unghiul i_0 cu normala la suprafaţa de separare.

*) Comunicare prezentată Institutului la 15 Iunie 1953.

Fie o rază seismică ce pleacă din E şi ajunge la geofonul A_i pe drumul EBC_iA_i în sensul ascendent; drumurile EB şi C_iA_i au fost parcurse cu viteza V_1, iar drumul BC_i cu viteza V_2 (fig. 1) Timpul de parcurs t_{ia} al

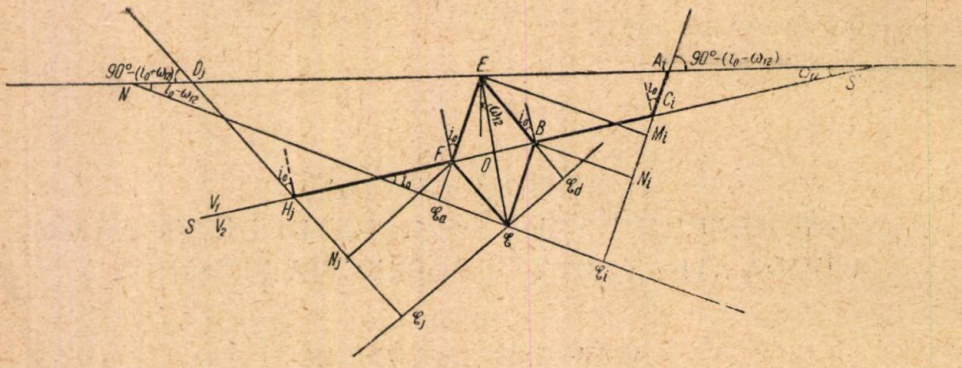


Fig. 1

razei refractate în sens ascendent care a ajuns la geofonul A_i va fi egal cu

$$t_{ia} = \frac{EB + C_iA_i}{V_1} + \frac{BC_i}{V_2}. \tag{2}$$

Inlocuind în relaţia (2) pe V_2 cu $\frac{V_1}{\sin i_0}$, obţinem:

$$t_{ia} = \frac{EB + BC_i \sin i_0 + C_iA_i}{V_1}. \tag{3}$$

Fie $\mathcal{E}$ simetricul lui E faţă de suprafaţa de separare a celor două medii. $\mathcal{E}$ este centrul de emisiune aparent pentru undele reflectate. Dreptele $\mathcal{E}B$ şi C_iA_i sunt paralele. Proiectăm pe $\mathcal{E}$ şi B pe dreapta C_iA_i respectiv în $\mathcal{E}_i$ şi N_i. Din figura 1, avem

$$\mathcal{E}_iA_i = EB + BC_i \sin i_0 + C_iA_i.$$

Relaţia (3) devine

$$t_{ia} = \frac{\mathcal{E}_iA_i}{V_1}. \tag{4}$$

Razele seismice ce pleacă din E şi ajung la geofoanele A_i ca raze refractate, pot fi înlocuite cu razele aparente emise de dreapta $\mathcal{E}\mathcal{E}_i$ în planul de profil cu viteza V_1.

Numesc dreapta $\mathcal{E}\mathcal{E}_i$, dreapta de emisiune aparentă, pentru undele refractate în sens ascendent.

Să însemnăm cu q distanţa dela locul exploziei la suprafaţa de separare a celor două medii, atunci $E\mathcal{E} = 2q$. Dreapta de separare a celor două medii în planul de profil este mediatoarea segmentului $E\mathcal{E}$.

Să determinăm timpul de parcurs t, în sens ascendent, în funcţie de $EA_i = \Delta_{ia}$, q, i_0 şi de unghiul ω_{12} de înclinare a suprafeţei de separare cu suprafaţa pământului în planul de profil.

Din figura 1, avem

$$E\mathcal{E}_a = 2q \cos i_0$$

$$\frac{M_i A_i}{EA_i} = \frac{\mathcal{E}_i A_i - \mathcal{E}_a E}{EA_i} = \frac{\mathcal{E}_i A_i - 2q \cos i_0}{\Delta_{ia}} = \sin (i_0 - \omega_{12}),$$

în care $\mathcal{E}_a$ și M_i sunt proiecțiile lui E pe dreapta de emisiune și pe raza aparentă în sens ascendent.

Din relația de mai sus, avem

$$\mathcal{E}_i A_i = \Delta_{ia} \sin (i_0 - \omega_{12}) + 2q \cos i_0 .$$

Inlocuind în (4), obținem:

$$t_{ia} = \frac{\Delta_{ia} \sin (i_0 - \omega_{12}) - 2q \cos i_0}{V_1} . \tag{5}$$

Timpul la origine are o interpretare geometrică, ca timp necesar de parcurgere al razei ce pleacă dela dreapta de emisiune aparentă și ajunge la locul exploziei.

Dacă se fac aceleași calcule pentru razele ce parcurg sensul descendent, timpul de parcurs pentru drumul EFH_jD_j va fi egal cu

$$t_{jd} = \frac{\Delta_{jd} \sin (i_0 + \omega_{12}) + 2q \cos i_0}{V_1} . \tag{6}$$

Razele ce parcurg sensul descendent apar ca emise de dreapta $\mathcal{E}\mathcal{E}_j$.

Dreptele $\mathcal{E}\mathcal{E}_i$ și $\mathcal{E}\mathcal{E}_j$ sunt simetrice față de dreapta $E\mathcal{E}$.

$$E\mathcal{E}_a = E\mathcal{E}_d = 2q \cos i_0$$

și fac între ele unghiul $180 - 2i_0$.

Locul geometric al dreptelor de emisiune aparentă, pentru toate planele de profil ce trec prin E, va fi un con circular drept cu vârful în $\mathcal{E}$.

Din triunghiul $E\mathcal{E}_aN$, avem

$$EN = \frac{2q \cos i_0}{\sin (i_0 - \omega_{12})} .$$

Segmentul EN va fi maxim când $i_0 - \omega_{12}$ va fi minim sau ω_{12} maxim, atunci planul de profil va fi perpendicular pe dreapta de intersecție dintre suprafața pământului și suprafața de separare a celor două medii și ω va fi unghiul celor două plane.

Planul de profil va fi determinat în acest caz de normala coborâtă din E pe suprafața de separare a celor două straturi și de proiecțiunea centrului de emisiune aparent pe suprafața pământului.

CONSTRUCȚII GRAFICE

C a z u l I. *O singură explozie, geofoanele fiind așezate coliniar de o parte și de alta a locului exploziei.*

Observațiile dau timpurile de sosire ale undei directe, ale undelor refractate în sens ascendent și descendent și distanțele la locul exploziei.

Se cere să construim dreapta de separare a celor două straturi în planul de profil, distanța dela locul exploziei la planul de separare a celor două medii, unghiul limită i_0 și unghiul de înclinare din planul de profil.

Fie t_{1a}, t_{2a}, ..., t_{ka}, t_{1d}, t_{2d}, ..., t_{md}, timpurile de sosire ale undei directe pentru distanţele Δ_{1a}, Δ_{2a}, ..., Δ_{ka}, Δ_{1d}, Δ_{2d}, ..., Δ_{md}, ele vor verifica relaţia:

$$t = \frac{\Delta}{V_1} \tag{7}$$

pentru ambele sensuri de observaţie.

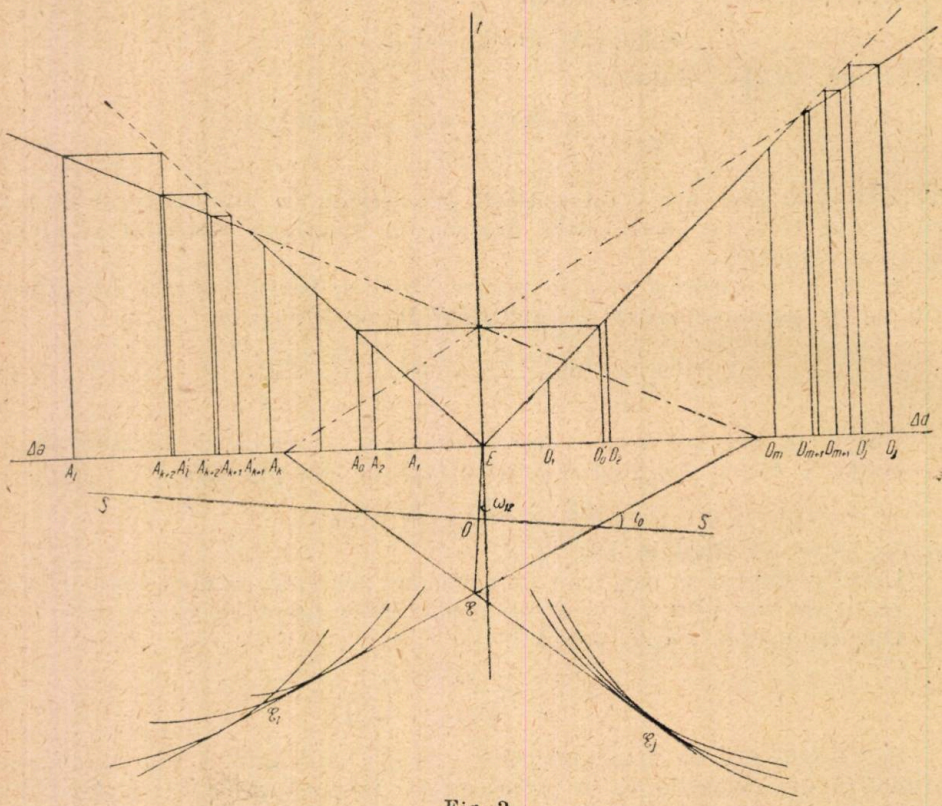


Fig. 2

Fie $t_{k+1,\,a}$, $t_{k+2,\,a}$, .., t_{ia}, ..., $t_{m+1,\,d}$, $t_{m+2,\,d}$, ..., t_{jd}, ..., timpurile de sosire ale undelor refractate respectiv pentru distanţele $\Delta_{k+1,\,a}$, $\Delta_{k+2,\,a}$, ..., Δ_{ia}, ..., $\Delta_{m+1,\,d}$, $\Delta_{m+2,\,d}$, ..., Δ_{jd}, ..., ele vor verifica relaţiile

$$t_{ia} = \frac{\Delta_{ia} \sin (i_0 - \omega_{12}) + 2q \cos i_0}{V_1}$$

$$t_{jd} = \frac{\Delta_{jd} \sin (i_0 + \omega_{12}) + 2q \cos i_0}{V_1}.$$

Hodocronele undelor directe vor fi simetrice faţă de axa timpurilor. Hodocronele undelor refractate au aceeaşi ordonată la origine, sensul ascendent va fi precizat de hodocrona cu panta cea mai mică.

In figura 2 s'au construit hodocronele undelor directe şi refractate.

Fie t_{ia} timpul de parcurs al razei refractate în sens ascendent pe drumul EBC_iA_i drumurile EB și C_iA_i cu viteza V_1 și BC_i cu viteza V_2. Raza seismică ce pleacă din $\mathcal{E}_i$, emisă de dreapta $\mathcal{E}\mathcal{E}_i$, parcurge în același timp drumul $\mathcal{E}_iA_i$ cu viteza V_1, tot în același timp unda directă parcurge drumul EA_i' cu viteza V_1, deci vom avea

$$\mathcal{E}_iA_i = EA_i'.$$

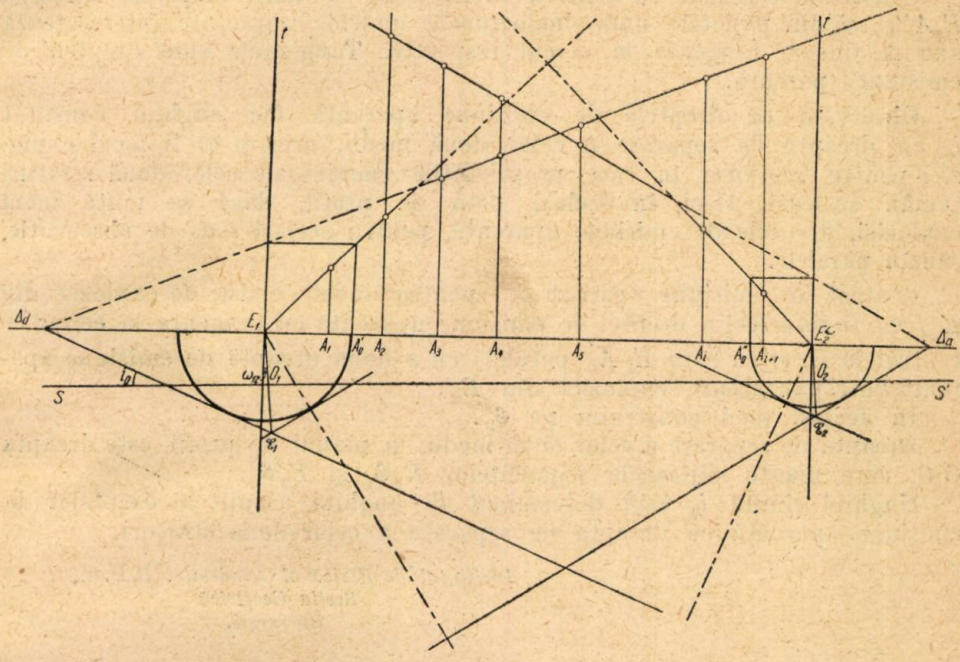


Fig. 3

Distanța EA_i' se găsește grafic din hodocrona undei directe corespunzătoare timpului t_{ia}.

Dreapta de emisiune aparentă $\mathcal{E}\mathcal{E}_i$ va fi înfășurătoarea familiei de cercuri cu centrele în A_i și cu razele EA_i' pentru sensul ascendent.

In același mod construim dreapta de emisiune aparentă pentru sensul descendent.

Dreptele de emisiune aparentă vor fi tangente la cercul cu centrul în E și cu raza $EA_0' = 2q \cos i_0$. Intersecția celor două drepte de emisiune ne va da punctul $\mathcal{E}$. Mediatoarea SS' a segmentului $E\mathcal{E}$ este intersecția suprafeței de separare a celor două straturi în planul de profil.

Distanța dela locul exploziei la suprafața de separare a celor două straturi este $E\mathcal{E}/2$.

Unghiul limită i_0 este determinat de unghiul ascuțit al dreptelor $\mathcal{E}\mathcal{E}_i$ sau $\mathcal{E}\mathcal{E}_j$ cu dreapta SS' (fig. 1).

Practic, dreptele de emisiune aparentă se pot construi astfel: construim cercul cu centrul în E și cu raza EA_0' și din punctele unde hodocronele undelor refractate intersectează axa Δ, se duc tangente la cercul cu centrul în E.

Tangentele astfel construite sunt dreptele de emisiune aparentă.

Cazul II. *Două explozii, geofoanele fiind aşezate coliniar între poziţiile exploziilor.*

Observaţiile dau timpurile de sosire ale undelor directe, refractate şi distanţele dela locurile exploziilor la geofoane.

Construcţia dreptelor de emisiune aparentă se efectuează ca în cazul precedent.

Construim cercurile cu centrele în E_1 şi E_2 cu razele respectiv $E_1A'_0$ şi $E_2A''_0$, şi din punctele unde hodocronele undelor refractate intersectează axa Δ, ducem tangenta la cercul respectiv. Tangentele sunt dreptele de emisiune aparentă.

Observăm că dreptele de emisiune aparentă fac unghiul constant i_0 cu dreapta de separare a celor două medii, oricare ar fi locul exploziei pentru regiunea în care proprietăţile elastice ale celor două straturi rămân aceleaşi. Deci, în acelaşi plan de profil, dacă se mută locul exploziei, dreptele de emisiune aparentă, pentru acelaşi sens de observaţie, rămân paralele.

Centrul de emisiune aparent $\mathcal{E}_1$, pentru undele emise de explozia din E_1, va fi intersecţia dreptei de emisiune aparentă cu tangenta la cercul cu centrul în E_1 şi cu raza $E_1A'_0$ paralelă cu a doua dreaptă de emisiune aparentă corespunzătoare exploziei din E_2.

In acelaşi mod construim pe $\mathcal{E}_2$.

Dreapta de separare a celor două medii, în planul de profil, este dreapta O_1O_2 care uneşte mijloacele segmentelor $E_1\mathcal{E}_1$ şi $E_2\mathcal{E}_2$.

Unghiul limită i_0 este determinat de unghiul ascuţit al dreptelor de emisiune aparentă cu dreapta de separare a celor două straturi.

Institutul de Fizică al Academiei R.P.R.,
Secţia Geofizică
Bucureşti.

ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ РАЗДЕЛА ДВУХ СЛОЕВ В СЕЙСМИЧЕСКОЙ РАЗВЕДКЕ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Излагается метод, позволяющий определить в сейсмической разведке относительно правильной плоскости нижеследующие элементы: прямую, которая разделяет два слоя, расстояние от места взрыва до разделяющей плоскости, предельный угол i_0 и угол наклона ω_{12}.

Автор вводит в метод преломления две прямые кажущегося излучения, соответствующие кажущемуся центру излучения. Прямые кажущегося излучения пересекаются в центре кажущегося излучения.

Перпендикуляр в середине отрезка $E\mathcal{E}$ является прямой профильной плоскости, которая разделяет два слоя. Расстояние между местом взрыва и плоскостью, которая разделяет оба слоя, равна $1/2\,E\mathcal{E}$. Предельный угол i_0 равен одному из острых углов, образованных прямой, которая разделяет оба слоя, с какой-либо из прямых кажущегося излучения.

UNE MÉTHODE GRAPHIQUE POUR DÊTERMINER LA SURFACE DE SÉPARATION DE DEUX COUCHES EN PROSPECTION SISMIQUE

(RÉSUMÉ)

Dans cette Note, il s'agit d'une méthode qui, dans une prospection sismique, permet de déterminer, par rapport au plan de profil, les éléments suivant la droite qui sépare les deux couches, la distance entre le lieu de l'explosion et le plan de séparation, l'angle limite i_0 et l'angle d'inclinaison ω_{12}.

L'Auteur introduit dans la méthode de la réfraction, deux droites d'émission apparente correspondant au centre d'émission apparent. Les droites d'émission apparente se coupent au centre d'émission apparente.

La perpendiculaire au milieu du segment $E\mathcal{E}$ est la droite du plan de profil séparant les deux couches. La distance entre le lieu de l'explosion et le plan séparant les deux couches est égale à $1/2\,E\mathcal{E}$. L'angle limite i_0 est égal à l'un des deux angles aigus que forme la droite séparant les deux couches avec l'une quelconque des droites d'émission apparente.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul IV, Nr. 3—4, 1953

NOTE

DOUĂ ELECTROMETRE PENTRU MĂSURI ÎN RADIOACTIVITATE

DE

ALEX. SANIELEVICI, I. BÂRSAN şi H. ROTHMANN

1. Una din sarcinile permanente ale Institutului de Fizică al Academiei R.P.R. este realizarea de prototipuri de instrumente şi aparate destinate cercetării sau predării fizicii în şcolile superioare şi medii.

Munca depusă în acest scop se dovedeşte utilă din diferite puncte de vedere. Ea constitue, în primul rând, un excelent exerciţiu pentru formarea practică a tinerilor fizicieni, care cu acest prilej învaţă să conceapă, să calculeze şi să proiecteze felurite dispozitive experimentale. Ea permite, în al doilea rând, ridicarea calificării profesionale a tehnicienilor de laborator, colaboratori imediaţi ai cercetătorului, fără de care nu este posibilă desvoltarea cercetării ştiinţifice în general, a cercetării fizice în particular. In al treilea rând, ea duce la evitarea cheltuielilor adesea disproporţionate, pe care le impune aducerea din străinătate a instrumentelor şi aparatelor fizice, printre care şi electrometrele, ele constituind partea importantă a utilajului de bază, în orice cercetare de radioactivitate şi de radiaţii în general.

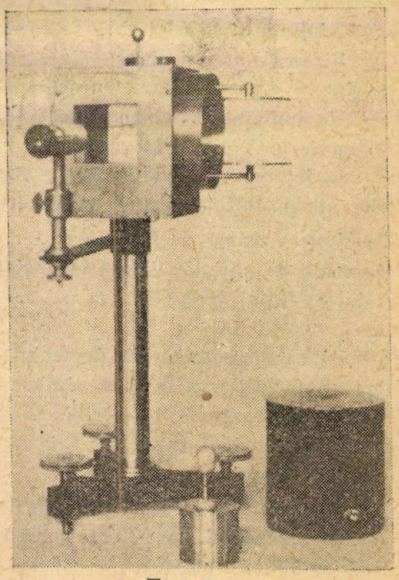


Fig. 1

Considerentele de mai sus au determinat înscrierea în planul tematic al Institutului de Fizică, a problemei realizării mai multor prototipuri de electrometre, de caracteristici constructive care să permită reproducerea lor fără dificultate, în serie, prin folosirea unor materiale fabricate în ţară, şi de caracteristici electrice care să acopere cerinţele practicei laboratoarelor de măsurări şi cercetări.

Nota de faţă prezintă două asemenea prototipuri:

a. Electrometru cu foiţă, cu cameră de ionizare pentru raze alfa.

b. Electrometru sensibil, cu fir de cuarţ.

2. Electrometru cu foiţă, cu cameră de ionizare pentru raze alfa. Instrumentul e destinat măsurărilor de activităţi alfa, echivalente cu curenţi de ordinul $10^{-11} \ldots 10^{-12}$ A. Figura 1 prezintă vederea de ansamblu a instrumentului.

El e constituit dintr'o cutie metalică de formă paralelipipedică, ale cărei feţe anterioară şi posterioară poartă deschideri obturate prin plăci de sticlă transparentă. Prin faţa superi-

oară a cutiei trece izolat (izolament aer) electroda interioară, port-foiţă (aluminiu, 0,007 mm). Pe una din feţele laterale e montată camera de ionizare pentru raze alfa, constituită din două platane metalice, paralele între ele. Platanul superior trece izolat (izolament chihlimbar) prin peretele electrometrului şi este legat conductiv cu electroda interioară port-foiţă. Platanul inferior este solidar cu masa instrumentului. Distanţa de 42 mm între platane corespunde unui parcurs alfa mijlociu (în aer standard). Pe faţa laterală opusă e montat un recipient de sticlă, ovoid, care conţine deshidratantul (P_2O_5, Cl_2Ca sau Na metalic) menit să menţie uscată atmosfera interioară a instrumentului.

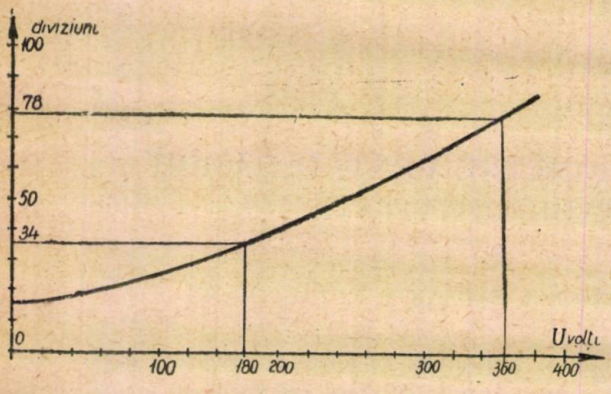


Fig. 2

Extremitatea superioară, sferică, a electrodei interioare e protejată şi ecranată de un capac cilindric amovibil, prin care trece izolat (izolament chihlimbar) o tijă mobilă legată la unul din polii unei surse de tensiune continuă. Rotirea tijei stabileşte contactul cu electroda interioară şi o încarcă la o diferenţă de potenţial determinată, astfel ca deviaţia iniţială a foiţei să fie aceeaşi, în aceeaşi serie de măsurători.

Vizarea foiţei şi citirea divergenţei se face cu un microscop (distanţă focală 12 cm mărire 10 ×) cu micrometru ocular (gradat dela 0 la 90, 10 diviziuni pe milimetru).

Manipularea instrumentului este cea uzuală la acest tip de instrumente. O prealabilă etalonare în V/div şi în capacitate permite efectuarea de măsurări în unităţi absolute.

In figura 2 se vede curba de etalonare $d=f(U)$ a instrumentului; caracteristicile electrice ale prototipului sunt următoarele:

Tensiune maximă de încărcare: ..... 360 volţi

Domeniu de variaţie liniară a deviaţiei în funcţie de diferenţa de potenţial, $d=f(U)$ ..... vezi Curba de etalonare, fig. 2.

Sensibilitate la potenţial, în domeniul de liniaritate: ..... 4,52 V/div

Capacitate mijlocie, în domeniul de liniaritate: ..... 21,15 pF.

Sensibilitate mijlocie la sarcină, în domeniul de liniaritate: ... $9{,}56 \cdot 10^{-11}$ Cb/d

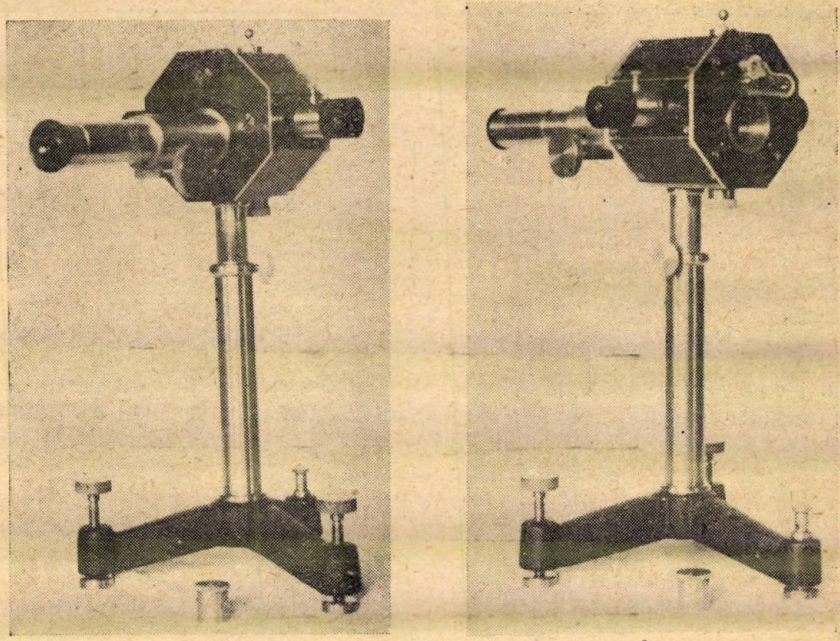
Domeniu principal de măsurare de curenţi de ionizare (dela 1 d/sec la 1 d/min): ..... $9 \cdot 10^{-11} - 1 \cdot 10^{-12}$ A

3. Electrometru sensibil, cu fir de cuarţ. Figurile 3 a şi 3 b prezintă aspectul de ansamblu al instrumentului. Acesta e constituit dintr'o cutie metalică exterioară octogonală şi o cutie metalică interioară alcătuită din doi semi-cilindri acolaţi după două generatoare diametral opuse. Ambele cutii sunt montate amovibil pe un şasiu format din două plăci octogonale (una anterioară, care suportă şi sistemul optic al instrumentului; una posterioară, în care e fixat tubul de uscare şi o fereastră închisă printr'un geam albastru prin care se luminează interiorul instrumentului). Ansamblul e montat pe un trepied cu culisă, care permite reglarea înălţimii instrumentului.

Mantaua de aer, închisă între cele două cutii metalice asigură o izolare termică suficientă pentru a evita formarea curenţilor de convecţie în interiorul electrometrului.

Echipajul mobil al electrodei interioare e format dintr'un fir de torsiune vertical (cuarţ argintat, ⌀ 20 microni) pe care e fixat un fir orizontal, îndoit la capătul anterior spre a forma

index de citire (cuarț argintat, ⌀ 7 microni). Firul orizontal e plasat între armăturile unui condensator plan, între care stabilim o diferență de potențial reglabilă (montaj eterostatic). Armăturile sunt manevrabile din exterior cu ajutorul unor șuruburi micrometrice montate pe tambure izolante, astfel că ele se pot apropia sau depărta, rămânând riguros paralele între ele.



a *b*

Fig. 3

In acest mod, intensitatea câmpului electrostatic auxiliar poate varia—pentru o diferență de potențial dată—în raportul 1 10, ceea ce constitue un reglaj al sensibilității instrumentului.

Firul de torsiune al echipajului mobil e fixat la capătul său inferior pe un tambur, izolat pe trolitul și montat pe fundul cutiei. Acest tambur permite un reglaj dublu:

1° tensiunea mecanică a firului de torsiune.

2° poziția indexului de-a-lungul scalei micrometrice a sistemului optic.

Sistemul optic este constituit dintr'un microscop cu distanța focală 1 cm, mărire circa 45 ×.

Caracteristicile electrice ale instrumentului sunt următoarele:

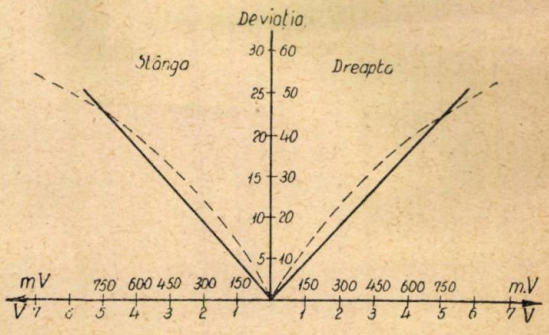


Fig. 4

Montaj eterostatic; tensiune auxiliară totală până la 200 de volți (pentru tensiuni mai mari, echipajul mobil devine labil); *maximum de sensibilitate* 0,02 *V/div* pentru + 90—90 V, distanță 8 mm între armăturile condensatorului auxiliar).

S'a ridicat curba de etalonare $d=f(U)$ pentru o tensiune auxiliară de 124 V (+ 62 V stânga — 62 dreapta), distanța între armăturile condensatorului: 10 mm. S'au obținut valorile din tabloul Nr. 1 pe baza cărora s'a trasat curba din figura 4.

Se observă (fig. 4) că deviaţia variază liniar în funcţie de U şi că deviaţiile stânga — dreapta sunt simetrice. Liniile punctate sunt curbele de etalonare ale unui electrometru

Tabloul Nr. 1

U volţi	d diviziuni stânga	diferenţe	d diviziuni dreapta	diferenţe
0,750	23,0	—	23,0	—
0,675	20,0	3,0	20,3	2,7
0,600	17,3	2,2	17,9	2,4
0,525	15,7	2,1	15,5	2,0
0,450	13,2	2,5	13,5	2,0
0,375	11,0	2,2	11,3	2,2
0,300	8,8	2,2	9,1	2,2
0,225	6,7	2,1	6,7	2,4
0,150	4,2	2,5	4,2	2,5
0,075	2,0	2,2	2,0	2,2

Wulf; liniile pline sunt curbele de etalonare ale electrometrului cu fir de cuarţ (tip I.F.A).

In condiţiile de mai sus rezultă o sensibilitate la diferenţe de potenţial de 0,029 V/div.

ACTIVITATEA INSTITUTULUI DE FIZICĂ

ŞEDINŢELE INSTITUTULUI

In şedinţele plenare ale Institutului, din perioada 1 Mai—15 Iulie 1953, au fost desvoltate următoarele comunicări şi referate:

5 MAI 1953

Fl. Ciorăscu, M. Nachman, M. Bubulac şi M. Oncescu: *Realizarea celulelor fotovoltaice cu seleniu* (Comunicare).

M. şi P. Drăghicescu: *Amplificarea pentodelor lucrând în regimul curenţilor iniţiali* (Comunicare).

12 MAI 1953

T. Tănăsescu, V. Novacu şi S. Ţiţeica: *Prezentarea proiectului terminologiei electrotehnicii teoretice elaborat de Comitetul pentru terminologia tehnică al Academiei de Ştiinţe U.R.S.S.* (referat în colaborare cu I.S.R.S.).

19 MAI 1953

S. Vasilache: *Distribuţia câmpului magnetic în medii feromagnetice* (şedinţă de comunicări împreună cu Institutul de Matematică).

26 MAI 1953

H. Hulubei: *Concepţia Academicianului S. I. Vavilov, asupra microstructurii luminii* (referat în colaborare cu I.S.R.S.).

2 IUNIE 1953

G. Atanasiu şi T. Neştianu: *Cercetări magnetice regionale în Transilvania şi Banat* (Comunicare).

9 IUNIE 1953

M. Nachman: *Tensiuni electromotoare în semiconductori* (referat în colaborare cu I.S.R.S.).

23 IUNIE 1953

Nicolae Iosipescu: *Cercetări fotoelastice asupra profilului de şină tip* 49 (Comunicare).

30 IUNIE 1953

Ion Agârbiceanu: *O metodă pentru determinarea factorului de depolarizare şi spectrele de difuzie combinată* (Comunicare).